

DOI: 10.26104/NNTIK.2022.47.88.005

Шаршеев Э.С., Жакеев Б.М., Чортombaев У.Т., Базарбаева И.Д.
**ӨТКӨӨЛ ЫКТЫМАЛДЫК МАТРИЦАСЫНЫН АППАРАТЫ АРКЫЛУУ
 КЛИМАТТЫК ШАРТТАРДЫ ТАЛДОО**

Шаршеев Э.С., Жакеев Б.М., Чортombaев У.Т., Базарбаева И.Д.
**АНАЛИЗ КЛИМАТИЧЕСКИХ УСЛОВИЙ ПОСРЕДСТВОМ АППАРАТА
 МАТРИЦЫ ПЕРЕХОДНЫХ ВЕРОЯТНОСТЕЙ**

E. Sharsheev, B. Zhakeev, U. Chortombaev, I. Bazarbaeva
**ANALYSIS OF CLIMATIC CONDITIONS WITH THE APPARATUS
 OF THE MATRIX OF TRANSITION PROBABILITIES**

УДК: 63:51.5: 631.6: 519.2

Илимий иш тышкы чөйрөнүн климаттык шарттарын математикалык моделдөөдө киргизилген маанилерди өзгөртүүнүн кокус процесстерин карайт. Кокус процесстер катары жаан-чачындар, убакыттын өтүшү менен абанын температурасынын жана салыштырмалуу нымдуулуктун өзгөрүшү эске алынган. Ыктымалдык матрицаларынын аппаратын колдонуу менен климаттык шарттарга талдоо жүргүзүлгөн. Ыктымалдык матрицанын сызыктарынан кокустук процесстердин ички түзүлүшүн (структурасын) жана касиеттерин көрүүгө болот, ушуга байланыштуу тышкы чөйрөнү талдоодо же климаттын өзгөрүшүн кароодо өткөөл ыктымалдык матрицаларынын ыкмасын колдонуу сунушталат, натыйжада каралып жаткан кокус процесстердин сандык жана сапаттык сүрөттөлүшү көрсөтүлгөн. Маалыматтарды сандык жана сапаттык баалоого байланыштуу өткөөл ыктымалдык матрицаларынын жардамы менен жүргүзүлгөн талдоо климаттык шарттардын ыктымалдыгынын бөлүштүрүү мыйзамы нормалдуу бөлүштүрүү мыйзамынан олуттуу айырмаланат деген тыянак чыгарууга мүмкүндүк берет, ошондуктан бул процессти биринчи эки учур менен гана мүнөздөгөнгө болбой тургандыгы аныкталды бул эки учур деген сөз математикалык күтүү жана дисперсия толук сүрөттөлүштү бербей тургандыгы көрсөтүлгөн. Ошондой эле орточо арифметикалык маанини «орточо» жылдын мүнөздөмөсү катары колдонуу мүмкүн эмес, анткени анын ыктымалдыгы 50% дан аз болот. Ушуга байланыштуу бул илимий иш өткөөл ыктымалдык матрицаларын колдонуу менен метеорологиялык маалыматтарды талдоого арналган.

Негизги сөздөр: кокус процесстер, ыктымалдык матрицасы, климаттык шарттар, атмосфералык жаан-чачындар, абанын температурасы, абанын салыштырмалуу нымдуулугу, попурактын нымдуулук.

В научной работе рассмотрена случайные процессы изменения входящих величин при математическом моделировании климатических условий внешней среды. В качестве случайных процессов рассматривались выпадения атмосферных осадков, изменение во времени температуры воздуха и относительной влажности воздуха. Посредством инструмента матриц переходных вероятностей сделан анализ вышеуказанных климатических условий. В строчках матрицы переходных вероятностей можно увидеть внутреннюю структуру и свойства случайных процессов, в связи с этим при анализе внешней среды или при рассмотрении изменения климата рекомендуется использования методики матриц переходных вероятностей что в результате дает количественную и качественную картину рассматриваемых случайных процессов. Сделанный анализ посредством матриц переходных вероятностей в связи с

количественной и качественной оценкой данных позволяет сделать заключение что закон распределения вероятностей климатических условий существенно отличается от нормального закона распределения, поэтому характеризовать его только первыми двумя моментами как математическим ожиданием и дисперсией не дает полную картину. Использовать среднюю арифметическую величину в качестве характеристики «среднего» года так - же нельзя, т.к. вероятность ее будет менее 50 %. В связи с этим данная научная работа посвящена анализу метеорологических данных посредством матриц переходных вероятностей.

Ключевые слова: случайные процессы, матрица переходных вероятностей, климатические условия, атмосферные осадки, температура воздуха, относительная влажность воздуха.

The scientific work considers random processes of changing input values in mathematical modeling of climatic conditions of the external environment. As random processes, precipitation, changes in air temperature and relative air humidity over time were considered. Using the tool of transition probability matrices, an analysis of the above climatic conditions was made. In the lines of the matrix of transition probabilities, one can see the internal structure and properties of random processes, in connection with this, when analyzing the external environment or when considering climate change, it is recommended to use the technique of transition probability matrices, which as a result gives a quantitative and qualitative picture of the considered random processes. The scientific work considers random processes of changing input values in mathematical modeling of climatic conditions of the external environment. As random processes, precipitation, changes in air temperature and relative air humidity over time were considered. Using the tool of transition probability matrices, an analysis of the above climatic conditions was made. In the lines of the matrix of transition probabilities, one can see the internal structure and properties of random processes, in connection with this, when analyzing the external environment or when considering climate change, it is recommended to use the technique of transition probability matrices, which as a result gives a quantitative and qualitative picture of the considered random processes. The analysis made by means of transition probability matrices in connection with the quantitative and qualitative assessment of the data allows us to conclude that the distribution law of the probability of climatic conditions differs significantly from the normal distribution law, therefore, characterizing it only by the first two moments as the mathematical expectation and dispersion does not give a complete picture. It is also impossible to use the arithmetic mean as a characteristic of the "average" year, because its probability will be less than 50%. In this regard, this scientific work is devoted to the analysis of meteorological data using transition probability matrices.

Key words: random processes, transition probability matrix, climatic conditions, atmospheric precipitation, air temperature,

Введение. При моделировании природно-климатических условий очень важным является внутренняя структура случайного процесса для анализа внешней среды.

Процедура моделирования требует генерализацию (осреднение) входящих величин для расчетов определенной обеспеченности года, (среднего года, выше среднего и ниже среднего года)

Как известно фиксированный «срез» случайного процесса дает возможность работать со случайными величинами, однако, это разрывает процесс и в результате такого «разрыва» возможна потеря существенной информации.

Рассмотрения случайного процесса изменения всех входящих в модели величин посвящена данная работа.

В качестве инструмента анализа нами использовались матрицы переходных вероятностей основных входящих величин – осадков, температур воздуха и относительной влажности воздуха.

Этот инструмент интересен еще и тем, что в матрице переходных вероятностей можно увидеть и внутреннюю свойства случайной величины, рассмат-

relative air humidity.

ривая условные распределения вероятностей, т.е. значения элементов матрицы по строкам.

Методика матриц переходных вероятностей строилась на основании анализа случайного процесса перехода случайной величины от одного дискретного момента к другому, например, осадков, влажности воздуха или температур из одной декады в другую. Матрица переходных вероятностей имеет и некоторые прогностические свойства, т.е. зная в каком числом диапазоне находилась метеорологическая величина в предыдущую декаду, можно сказать с какой вероятностью она будет находиться в последующую декаду.

Рассмотрим результаты такого анализа для каждой величины отдельно-атмосферных осадков, относительной влажности воздуха и температур воздуха на высоте 2-х метров.

Анализ матрицы переходных вероятностей осадков показал, что матрица имеет треугольную форму. Основные значения расположены в верхнем левом углу. Максимальные значения «прижаты» к левой грани матрицы (табл. 1).

Таблица 1

Матрица этой сумм декадных атмосферных осадков в многолетнем разрезе с I-ой декады января по III-ю декаду декабрь месяца.
(Метеостанция Каракол вероятностей Иссык-Кульской области Республики Кыргызстан 1960-1990 гг.).

Градации	0-5	5-10	10-15	15-20	20-25	25-30	30-35	35-40	40-45	45-50	50-55	55-60	60-65	Σ
0-5	185 0.449	82 0.199	43 0.104	42 0.102	20 0.049	14 0.034	11 0.027	7 0.017	2 0.005		3 0.007	2 0.005	1 0.002	412
5-10	77 0.361	47 0.220	33 0.154	18 0.084	10 0.046	5 0.023	2 0.009	7 0.032	4 0.018	4 0.018	1 0.004	3 0.014	1 0.004	212
10-15	51.0 0.344	30.0 0.202	19.0 0.128	14.0 0.094	11.0 0.074	8.0 0.054	5.0 0.033	2.0 0.013	2 0.013	2 0.013		1 0.006	1 0.006	146
15-20	40 0.374	13 0.121	15 0.140	9 0.084	11 0.103	5 0.047	3 0.028	6 0.056		3.0 0.028	1 0.009	1.0 0.009		107
20-25	21.0 0.29	12.0 0.16	15.0 0.21	5.0 0.07	8.0 0.11	5.0 0.07	3.0 0.04		3 0.04				1 0.01	73
25-30	15 0.319	7 0.148	9 0.191	2 0.042	5 0.106	3 0.063	1 0.021	2 0.042	1 0.021	1 0.021			1 0.021	47
30-35	11 0.333	9 0.272	2 0.060	4 0.121		1 0.030	2 0.060		2 0.060	1 0.030		1 0.030		33
35-40	8 0.32	3 0.12	3 0.12	5 0.2	3 0.12		2 0.08	1 0.04						25
40-45	3 0.214	2 0.142	2 0.142	3 0.214		3 0.214		1 0.071						14
45-50	3 0.272	3 0.272		1 0.090	2 0.181		1 0.090				1 0.090			11
50-55	2 0.333	2 0.333		1 0.166			1 0.166							6
55-60	1 0.125		2 0.25	2 0.25	1 0.125	2 0.25								8
60-65	1 0.2		2 0.4		1 0.2	1 0.2								5

В этой матрице (как и в остальных последующих) по «краям» матрицы расположены градации (диапазоны) увидеть декадных осадков в мм. В каждой ячейке матрицы показаны два числа – верхнее: n – количество случаев попадания осадков в данный диапазон; нижнее: v – частота (относительное число попаданий). Частота равна – числу попаданий в ячейку деленных на общую сумму случаев по строке матрицы N .

Схематическое представление процесса работа расчета значений матрицы переходных вероятностей.

Градации	0-5	5-10	10-15	<p>Например в таблице №1 в ячейке на пересечении столбца градации 0-5 и горизонтальной строчки 0-5 видим значение $n = 185$ – это число случаев атмосферных осадков которые попали в данный диапазон 0 -5, снизу значение $v = 0,449$ – это частота (относительна число поподаний). Частота равна – числу попаданий в ячейку деленных на общую сумму случаев по строке матрицы</p> $N = n/v = 185 / 412 = 412$
0-5	$\frac{n}{v} \quad \frac{185}{0,449}$		N=412	
5-10				

Каждую строку матрицы можно рассматривать как условное распределение вероятностей. Все эти распределения обладают общими свойствами – они ассиметричны.

Это означает, что при любых значениях осадков в предыдущую декаду в последующей декаде осадки с большой вероятностью будут ниже.

Интересно, что чем выше предыдущие осадки, тем более «растянутой» является условная кривая распределения, т.е. после высоких осадков вероятность минимальных осадков (0-5 мм) равна вероятности попадания в следующий диапазон.

Анализ матрицы дает возможность заключить, что закон распределения вероятностей осадков существенно отличается от нормального закона распределения, поэтому характеризовать его только первыми двумя моментами – математическим ожиданием и дисперсией нельзя.

Использовать среднюю арифметическую величину в качестве характеристики «среднего» года также нельзя, т.к. вероятность ее будет менее 50%.

Матрица атмосферных осадков за безморозный период (11.03-20.11).

В связи с тем, что процесс выпадения осадков может быть нестационарным во времени, т.е. его характеристики могут изменяться матрица осадков за годовой период может отличаться от матриц за другие периоды года.

Рассмотрим матрицы за другие периоды. Матрица за безморозный период приведена ниже в таблице №2. Внутренняя структура этой матрицы показывает, что в ячейке на пересечении градаций в столбце 0-5 и строчки 0-5 самая большое количество случаев поподания атмосферных осадков в количестве 54 случаев, тенденция идет к уменьшению, чем выше значения градаций, тем ниже значения случаев попадания атмосферных осадков, все время уменьшается, образ значений треугольная, это говорит о том что количество влагозапасов в мм посредством атмосферных осадков от 0-5 мм больше всех остальных и постепенно уменьшается чем выше диапазон тем ниже количество случаев атмосферных осадков соответственно мало влагозапасов.

Градации	0-5	5-10	10-15	15-20	20-25	25-30	30-35	35-40	40-45	45-50	50-55	55-60	60-65	Σ
0-5	54 0.256	47 0.223	27 0.128	30 0.142	18 0.085	12 0.057	8 0.038	7 0.033	2 0.009		3 0.014	2 0.009	1 0.005	211
5-10	41 0.278	29 0.197	23 0.156	16 0.108	8 0.054	7 0.047	2 0.013	7 0.047	4 0.027	4 0.027	1 0.006	3 0.020	1 0.006	146
10-15	35 0.307	20 0.175	15 0.131	13 0.114	9 0.078	7 0.061	5 0.043	2 0.017	2 0.017	2 0.017	0.000	1 0.008	1 0.008	112
15-20	25 0.271	13 0.141	16 0.173	9 0.097	10 0.108	5 0.054	4 0.043	5 0.054	0.000	3 0.032	1 0.010	1 0.010		92
20-25	15 0.234	11 0.171	12 0.187	5 0.078	9 0.140	5 0.078	3 0.046	0.000	3 0.046	0.000	0.000	0.000	1 0.015	64
25-30	14 0.311	6 0.133	10 0.222	2 0.044	4 0.088	3 0.066	1 0.022	2 0.044	1 0.022	1 0.022	0.000	0.000	1 0.022	45
30-35	8 0.266	9 0.300	2 0.066	4 0.133	0.000	1 0.033	2 0.066	0.000	0.000	0.033	0.000	1 0.033		30
35-40	9 0.360	3 0.120	3 0.120	5 0.200	2 0.080	0.000	2 0.080	1 0.040						25
40-45	3 0.214	2 0.142	2 0.142	3 0.214	0.000	3 0.214	0.000	1 0.071						14
45-50	3 0.272	3 0.272	0.000	1 0.090	2 0.181	0.000	1 0.090	1 0.090						11

Таблица 2

Для сельскохозяйственной отрасли очень важен вегетационный период, характеризующийся условием $t_{\text{дек}} > 5^{\circ}\text{C}$ или $t_{\text{дек}} > 10^{\circ}\text{C}$ (в зависимости от культуры). Матрица переходных вероятностей за вегетационный период показана в таблице №3.

Таблица 3

Матрица переходных вероятностей атмосферных осадков за вегетационный период с 21. 04 - 20. 10

Градации	0-5	5-10	10-15	15-20	20-25	25-30	30-35	35-40	40-45	45-50	50-55	55-60	60-65	Σ
0-5	30 0.21	31 0.22	14 0.10	21 0.15	13 0.09	7 0.05	8 0.05	6 0.04	2 0.01	1 0.00	3 0.02	2 0.01	2 0.01	140
5-10	21 0.22	15 0.16	12 0.12	13 0.14	7 0.07	6 0.06	2 0.02	6 0.06	3 0.03	4 0.04	0.000	3 0.03	1 0.01	93
10-15	22 0.31	9 0.12	7 0.10	9 0.12	6 0.08	6 0.08	5 0.07	2 0.02	2 0.02	1 0.01	0	1 0.01		70
15-20	22 0.29	8 0.10	13 0.17	8 0.10	8 0.10	4 0.05	3 0.04	5 0.06	0	2 0.00	1 0.02	1 0.01		75
20-25	10 0.21	7 0.14	8 0.17	4 0.08	6 0.12	4 0.08	5 0.10	0	2 0.04	0	0	0	1 0.02	47
25-30	9 0.25	6 0.17	9 0.25	2 0.05	2 0.05	2 0.05	1 0.02	2 0.05	1 0.02	0	0	0	1 0.02	35
30-35	7 0.24	8 0.27	2 0.06	5 0.17	0	1 0.00	2 0.03	0	2 0.06	1 0.03	0	1 0.03		29
35-40	9 0.39	2 0.08	3 0.13	5 0.21	2 0.08	0	1 0.00	1 0.04						23
40-45	3 0.25	1 0.08	2 0.16	3 0.25	0	2 0.00	0	1 0.08						12
45-50	3 0.37	3 0.37	0	0	1 0.00	0	1 0.12							8
50-55	1 0.20	2 0.40	0	1 0.20	0	0	1 0.00							5

55-60	1	0	2	2	1	2							8
	0.12	0.00	0.25	0.25	0.12	0.25							
60-65	1	0	2	0	1	1							5
	0.20	0.00	0.40	0.00	0.20	0.20							

Внутренняя структура матрицы почти не изменилась – матрица остается треугольной формы, условные распределения значения атмосферных осадков имеют левую асимметрию. Несколько увеличилась вероятность появления более высоких атмосферных осадков, при малых значениях осадков в предыдущих декадах. Так как атмосферные осадки являются основной «приходной статьей» в одном балансе (по крайней мере, для этого района), то испарение является – основной расходной частью.

Испарение имеет существенную зависимость от влажности воздуха, и поэтому рассмотрим эту величину для стохастического анализа.

Матрицы переходных вероятностей относительной влажности воздуха приведена в таблицах 4,5 и 6.

Таблица 4

Матрица переходных вероятностей среднедекадной относительной влажности воздуха
(с января по декабрь в многолетнем разрезе)

Градации	25-30	30-35	35-40	40-45	45-50	50-55	55-60	60-65	65-70	70-75	75-80	80-85	Σ
25-30	1 0.11	4 0.44	4 0.44										9
30-35	0 0.000	20 0.308	20 0.308	9 0.138	10 0.154	4 0.062	1 0.015						65
35-40	5 0.029	23 0.135	48 0.282	50 0.294	30 0.176	11 0.065	2 0.012	1 0.006					170
40-45	1 0.005	11 0.051	50 0.233	73 0.340	56 0.260	20 0.093	4 0.019	0 0					215
45-50	1 0.004	5 0.022	35 0.154	52 0.229	65 0.286	46 0.203	17 0.075	5 0.022	1 0.004				227
50-55	1 0.006	1 0.006	10 0.057	27 0.155	39 0.224	45 0.259	27 0.155	19 0.109	5 0.029				174
55-60			3 0.025	4 0.033	15 0.124	28 0.231	34 0.281	27 0.223	10 0.083				121
60-65					10 0.111	13 0.144	28 0.311	25 0.278	10 0.111	2 0.022	2 0.022		90
65-70					2 0.059	5 0.147	6 0.176	11 0.324	6 0.176	3 0.088	0 0.000	1 0.029	34
70-75							3 0.375	2 0.25	2 0.25	1 0.125			8

Таблица 5

Матрица переходных вероятностей среднедекадной относительной влажности воздуха в теплый период

Градации	25-30	30-35	35-40	40-45	45-50	50-55	55-60	60-65	65-70	Σ
25-30	1 0.11	4 0.44	4 0.44							9
30-35	0 0.016	20 0.000	20 0.313	9 0.313	9 0.141	4 0.141	1 0.063	0.016		64
35-40	5 0.030	23 0.139	48 0.289	49 0.295	30 0.181	10 0.060	1 0.006			166
40-45	1 0.005	11 0.055	50 0.25	70 0.35	50 0.25	15 0.075	3 0.015			200
45-50	1 0.005	4 0.021	34 0.179	50 0.263	58 0.305	34 0.179	7 0.037	2 0.011		190
50-55	1 0.010	1 0.010	7 0.071	19 0.192	34 0.343	21 0.212	8 0.081	6 0.061	2 0.020	99
55-60			3	3	8	9	4	3		30

			0.1	0.1	0.267	0.300	0.133	0.1		
60-65					2 0.182	3 0.273	4 0.364	2 0.182		12

Таблица 6

Матрица переходных вероятностей среднедекадной относительной влажности воздуха в вегетационный период

Градации	25-30	30-35	35-40	40-45	45-50	50-55	55-60	Σ
25-30	1 0.2	2 0.4	2 0.4					5
30-35	1 0.018	16 0.29	19 0.34	9 0.16	4 0.072	4 0.072	1 0.018	55
35-40	2 0.015	16 0.119	36 0.268	45 0.336	26 0.194	8 0.059	1 0.0074	134
40-45		9 0.052	49 0.282	63 0.362	40 0.229	9 0.052	4 0.023	174
45-50		5 0.036	26 0.188	43 0.311	46 0.333	17 0.123	1 0.0072	138
50-55	1 0.024	2 0.049	3 0.073	15 0.366	17 0.415	2 0.049		41
55-60			1 0.143	0 0	3 0.43	3 0.43		7

Все матрицы относительной влажности воздуха (табл. 4, 5, 6) квазидиагональны, т.е. максимальные значения частот появления той или иной влажности воздуха лежат почти по диагонали матрицы.

Такая структура матрицы дает возможность предположить, что условные законы распределения этой величины приближаются к нормальному закону.

Особенно четко проявляется в годовом периоде (табл. 4). Это позволяет использовать весь аппарат теории вероятностей, разработанный для этого вида распределения.

Однако во всех матрицах диагональ на высоких влажностях отклоняется в сторону более низких значений. Эту тенденцию можно только отметить, но количественно установить ее сложно, т.к. количество точек в этих диапазонах мало.

Одним из важнейших метеорологических параметров является температура воздуха. По сути, это энергетическая характеристика, которая имеет важное значение, как для метеорологических процессов (влияние на влажность воздуха, ветер), так и для биологических процессов.

Температура воздуха существенно влияет на продуктивность растений, даже изменение ее на десятыи градуса может привести к существенному изменению продуктивности.

К примеру, изменение температуры на 0.5 °С в диапазоне 21-25 °С может привести к изменению продуктивности картофеля на 5-10%.

В таблицах 7, 8 и 9 приведены матрицы переходных вероятностей температуры воздуха для различных периодов – годовой, теплый и вегетационный.

Таблица 7

Матрица среднедекадной температуры воздуха (I-я декада января - III-я декада декабря) по данным метеостанции Каракол Иссык-Кульской области Республики Кыргызстан (интервал градаций по 3°С; объединенная матрица)

	-11--(-8)	-8--(-5)	-5--(-2)	-2--1	1--4	4--7	7--10	10--13	13--16	16--19	19--22	Σ
-11--(-8)	3 0.150	13 0.650	3 0.150	1 0.050								20
-8--(-5)	13 0.140	43 0.462	32 0.344	5 0.054								93
-5--(-2)	3 0.022	29 0.212	69 0.504	30 0.219	5 0.036	1 0.007						137
-2--1	1 0.008	8 0.068	32 0.271	49 0.415	22 0.186	6 0.051						118
1--4			3 0.035	25 0.294	28 0.329	19 0.224	9 0.106	1 0.012				85
4--7			1 0.012	4 0.048	19 0.229	30 0.361	20 0.241	9 0.108				83
7--10					9 0.095	21 0.221	25 0.263	25 0.263	14 0.147	1 0.011		95
10--13				1 0.008	2 0.017	5 0.042	34 0.288	37 0.314	35 0.297	4 0.034		118

НАУКА, НОВЫЕ ТЕХНОЛОГИИ И ИННОВАЦИИ КЫРГЫЗСТАНА, № 3, 2022

13–16						1 0.006	7 0.044	38 0.241	67 0.424	42 0.266	3 0.019	158
16–19							1 0.006	4 0.024	38 0.232	93 0.567	28 0.171	164
19–22									7 0.171	24 0.585	10 0.244	41

Матрица переходных вероятностей, в таблице 7 имеет квазидиагональный характер. Температура с большей вероятностью остается такой же, какой была в предыдущую декаду. Законы распределения близки к нормальному.

Весь массив данных достаточно четко разбивается на два. Первый зимний (градации от -11 до +4 °С) и второй летний от +4 до +22 °С. В зимний период наиболее часто появляются температуры от -2 °С до -1 °С. В летний период наиболее часто встречаются температуры 16-19 °С. Характерно, что эти температуры оптимальны для выращивания картофеля.

Таблица 8

Матрица среднедекадной температуры воздуха теплого периода в многолетнем разрезе с 11.03. - 20.11.
(начало II-ой декады марта конец II-ой декады ноября)

	-5-(-3)	-3-(-1)	-1-(1)	1-3	3-5	5-7	7-9	9-11	11-13	13-15	15-17	17-19	19-21	21-23	Σ
-5-(-3)				1 0.5	1 0.5										2
-3-(-1)			2 0.33	2 0.33	1 0.17	1 0.17									6
-1-(1)	1 0.03	4 0.13	9 0.30	9 0.30	4 0.13	3 0.10									30
1-3	1 0.02	2 0.04	5 0.10	18 0.37	10 0.20	9 0.18	3 0.06	1 0.02							49
3-5		1 0.02	8 0.17	9 0.19	12 0.25	6 0.13	9 0.19	2 0.04	1 0.02						48
5-7			3 0.05	8 0.13	8 0.13	19 0.31	14 0.23	7 0.11	2 0.03						61
7-9				3 0.05	8 0.13	14 0.22	7 0.11	19 0.30	10 0.16	2 0.03	1 0.02				64
9-11			1 0.01	0 0.00	3 0.04	4 0.06	18 0.25	14 0.19	15 0.21	15 0.21	2 0.03				72
11-13					1 0.01	4 0.05	7 0.10	12 0.16	18 0.25	20 0.27	9 0.12	2 0.03			73
13-15						1 0.01	5 0.04	12 0.10	19 0.16	43 0.37	21 0.18	13 0.11	2 0.02		116
15-17								5 0.05	8 0.08	19 0.19	29 0.29	33 0.33	7 0.07		101
17-19									1 0.01	15 0.14	24 0.22	45 0.42	18 0.17	4 0.04	107
19-21										4 0.11	12 0.32	14 0.38	7 0.19		37
21-23													3	1	4

3. Леонтев Н.Л. профессор, д.с-х.н. Техника статистических вычислений.учебное пособие/Н.Л. Леонтев – изд. 2, испр. и допол. - М.: Изд. «Лесная промышленность», 1966. - 247 с.
 4. Вериго С.А. Почвенная влага. Уч. пос./ С.А. Вериго, Л.А. Разумова. - Л.: Гидрометеоздат, 1973 - 314 с.
 5. Венецкий И.Г. Вариационные ряды. учебное пособие / И.Г. Венецкий. - М.: Изд. «Статистика», 1970. - 157 с.
-