

DOI:10.26104/NNTIK.2022.85.58.013

Насиров М.Т., Исаков О.А., Асанова С.А.

КӨП КАТМАРЛУУ ТОСМОЛОР АРКЫЛУУ ЖЫЛУУЛУК БЕРҮҮНҮН
ФИЗИКАЛЫК-МАТЕМАТИКАЛЫК КОЮЛУШУ

Насиров М.Т., Исаков О.А., Асанова С.А.

ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ПОСТАНОВКА ТЕПЛОПЕРЕДАЧИ
ЧЕРЕЗ МНОГОСЛОЙНЫЕ ОГРАЖДЕНИЯ

M. Nasirov, O. Isakov, S. Asanova

PHYSICO-MATHEMATICAL FORMULATION OF HEAT TRANSFER
THROUGH MULTILAYER ENCLOSURES

УДК: 532.5.51

Макалада көп катмарлуу тосмо аркылуу стационардык эмес жылуулук өткөрүүнүн физико-математикалык бир өлчөмдүү маселесинин коюлушу каралган. Тосмонун ички жана сырткы беттери үчүн чектөө шарттары макалада көрсөтүлгөн үч түрдүн бир теңдемесин тандоо аркылуу берилиши мүмкүн. Тандоо маселенин конкреттүү коюлушу аркылуу жана кабыл алынган ыкма, аны чечүү аркылуу аныкталат. Теориялык изилдөөлөрдүн негизинде, биз, бөлмөдөгү абанын ортокүндүк температурасын изилдөө үчүн имараттын тосмо конструкциясынын математикалык моделин иштеп чыктык. Көп катмарлуу тосмо аркылуу бөлмөгө өткөн жылуулук изилдөөнүн объектиси болуп саналат. Эксперименталдык изилдөөнүн жыйынтыгы боюнча сунушталган аналитикалык формула менен конструкциянын ичиндеги температуранын таралышын оной аныктаса болот. Тосмо дубалдын температурасынын таралышын изилдөө убакыт аралыгында же болбосо ортокүндүк температурага тең болгон туруктуу чоңдук деп эсептөө менен эксперимент жүргүзүү аркылуу аныкталды. Келтирилген эсептөө схемасын кабыл алуу менен, программалоонун алгоритмдик тилдеринин бири менен конструкциялык курулуш материалдарынын жылуулук өткөрүмдүүлүгү чөлкөмүндөгү дискреттүү маселени чечүү көптүгүн алабыз.

Негизги сөздөр: жылуулук тосмо, көп катмарлуу тосмо, жылуулук өткөрүмдүүлүк, жылуулук алмашуу, жылуулук берүү.

В данной статье рассматривается физико-математическая постановка одномерной задачи не стационарной теплопередачи через многослойные ограждения. Граничные условия для внутренней и наружной поверхностей ограждения могут быть заданы уравнением одного из трех приведенных в статье видов. Выбор определяется конкретной постановкой задачи и принятыми методами ее решения. На основе теоретических исследований нами было разработана математическая модель ограждающей конструкции здания для исследования среднесуточной температуры воздуха в помещении. Объектом изучения является поступления тепла в помещение через многослойную ограждающую конструкцию. По результатам экспериментальных исследований можно легко определить распределение температуры внутри конструкции предлагаемой аналитической формулой. Исследование распределение температуры в стене проводилось экспериментальным путем, измеряя температуру воздуха через определенные промежутки времени или считая ее постоянной величиной, равной средней дневной температуре. Принимая приведенную вычислительную схему на одном из алгоритмических языков программирования, получим дискретное множество решений задачи в области теплопроводности конструктивных строительных материалов.

Ключевые слова: теплоизоляция, многослойное ограждение, теплопроводность, теплообмен, теплопередача.

This article discusses the physical and mathematical formulation of a one-dimensional problem of non-stationary heat transfer through multilayer fences. Boundary conditions for the inner and outer surfaces of the fence can be given by an equation of one of the three types given in the article. The choice is determined by the specific formulation of the problem and the methods adopted for its solution. On the basis of theoretical studies, we have developed a mathematical model of the building envelope to study the average daily air temperature in the room. The object of study is the flow of heat into the room through a multilayer enclosing structure. Based on the results of experimental studies, one can easily determine the temperature distribution inside the structure using the proposed analytical formula. The study of the temperature distribution in the wall was carried out experimentally, measuring the air temperature at certain intervals or considering it a constant value equal to the average daytime temperature. Taking the above computational scheme in one of the algorithmic programming languages, we obtain a discrete set of solutions to the problem in the field of thermal conductivity of structural building materials.

Key words: thermal insulation, multilayer fencing, thermal conductivity, heat exchange, heat transfer.

Рассмотрим физико-математическую постановку одномерной задачи не стационарной теплопередачи через многослойные ограждения.

На рисунке 1 показана схема ограждающей конструкции, на которой обозначены слои (1,2,3) и характерные границы, соответствующие внутренней (I) и внешней (IV) поверхностям и стыкам материальных слоев (II, III) в его толщине.

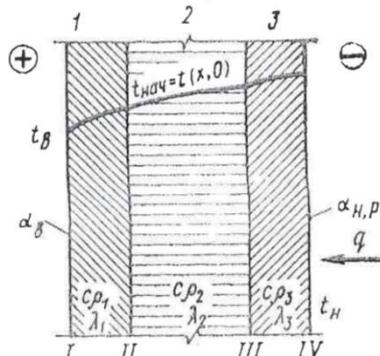


Рис. 1. Схема многослойного ограждения.

В общем случае задача состоит в отыскании изменения температуры $t(z,x)$ и тепловых потоков $q(z,x)$ во времени z и распространения в пространстве x . Начальные условия задают в виде уравнения (таблицы, графика) распределения температуры $t(0,X)$ в момент начала процесса при $z = 0$.

Уравнение, характеризующие теплопроводность в толще многослойного ограждения, могут быть записаны в двух вариантах.

Вариант А. Уравнение теплопроводности с переменными по x коэффициентами (формула 1)

$$cp(x) \frac{\partial t}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial x} [\lambda(x) \frac{\partial t}{\partial x}] \lambda \quad (1)$$

где $cp(x)$, $\lambda(x)$ – заданные значения объемной теплоемкости и теплопроводности отдельных материальных слоев в конструкции. Ступенчато изменяющиеся от слоя к слою. В общем случае эти значения теплоемкости и теплопроводности могут быть заданными по определенному закону в пределах каждого слоя, переменными во времени, зависящими от температуры (нелинейные уравнения).

Вариант Б. Система дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами. Каждое из уравнений соответствует отдельному слою с дополнительными условиями на границах-стыках материальных слоев.

- Для слоя 1 уравнения

$$c_1 p_1 \frac{\partial t_1}{\partial z} = \lambda_1 \frac{\partial^2 t_1}{\partial x^2} \quad (2)$$

- уравнения для слоя 2 и 3 аналогичные

На границе II, стыке между слоями 1 и 2, задано граничное условие IV рода, которое, как известно, определяется равенством тепловых потоков.

$$\lambda_1 \frac{\partial t_1}{\partial x} \Big|_{II} = \lambda_2 \frac{\partial t_2}{\partial x} \Big|_{II} \quad (3)$$

и температур

$$t_1 \Big|_{II} = t_2 \Big|_{II} \quad (4)$$

Такое же условие на границе III-стыке между слоями 2 и 3. От предполагаемого метода решения зависит целесообразность использования записи уравнений по варианту А или Б.

Граничные условия, кроме (3) и (4) должны быть записаны на поверхностях I и IV ограждения, которые соприкасаются с внутренним t_b и наружным t_n воздухом и окружены поверхностями, имеющими температуры t_{RB} и t_{RH} . Конвективный теплообмен определяется коэффициентом α_k , лучистый α_l . Поверхности могут дополнительно облучаться сосредоточенными источниками тепла q (солнцем) часть которого поглощается поверхностью.

$$q_{\text{полг}} = \gamma_n q$$

где γ_n – коэффициент поглощения поверхности для данного излучения.

В общем случае на внешних поверхностях ограждения условие имеет вид:

$$\begin{aligned} \alpha_{к,в}(t_b - t_I|I) + \alpha_{л,в}(t_{RB} - t_I|I) + \gamma_{н,в}q_b = \\ = -\lambda_1 \frac{\partial t_1}{\partial x_1} \Big|_I \end{aligned} \quad (5)$$

для наружной поверхности на границе IV

$$\begin{aligned} \alpha_{к,н}(t_n - t_3|IV) + \alpha_{л,в}(t_{RB} - t_3|IV) + \gamma_{н,н}q_n = \\ = -\lambda_3 \frac{\partial t_3}{\partial x} \end{aligned} \quad (6)$$

Обычно в помещениях дополнительные источники излучения отсутствуют, и лучисто-конвективный теплообмен учитывают единым коэффициентом теплообмена α_b , отнесенным к температуре воздуха t_b .

В этом случае запись на внутренней границе I упрощается:

$$\alpha_b(t_b - t_I|I) = \lambda_1 \frac{\partial t_1}{\partial x} \Big|_I; \quad (7)$$

$$\alpha_b = \alpha_{к,в} + \alpha_{л,в} \frac{t_{к,в} - I}{t_b - t_I|I} \quad (8)$$

Подобное упрощение с использованием единого коэффициента теплообмена α_n может быть сделано и в записи граничного условия на наружной поверхности ограждения. При расчете теплообмена на наружной поверхности IV в общем случае запишем так:

$$\alpha_n(t_n - t_3|IV) + \gamma_{н,н}q = -\lambda_3 \frac{\partial t_3}{\partial x} \Big|_{IV} \quad (9)$$

Часто оказывается удобным заменить смешанное граничное условие II и III рода, каким является последняя запись, условием III рода с температурой $t_{усл}$:

$$\alpha_n(t_{усл} - t_3|IV) = -\lambda_3 \frac{\partial t_3}{\partial x} \quad (10)$$

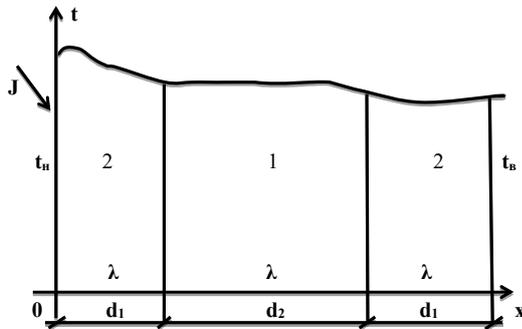
Для определения условной температуры наружной среды $t_{усл}$ приравниванием левые части двух последних уравнений:

$$\alpha_n(t_n - t_3|IV) + \gamma_{н,н}q = \alpha_n(t_{усл} - t_3|IV) \quad (11)$$

$$t_{усл} = t_n + \frac{\gamma_{н,н}q}{\alpha_n} \quad (12)$$

Граничные условия для внутренней и наружной поверхностей ограждения могут быть заданы уравнением одного из трех приведенных видов. Выбор определяется конкретной постановкой задачи и принятыми методами ее решения. На основе теоретических исследований нами было разработана математическая модель ограждающей конструкции здания для исследования среднесуточной температуры воздуха в помещении. Объектом изучения поступления тепла в помещение через многослойную ограждающую конструкцию.

Исследуемая стена (рис. 2) состоит из конструктивных наружных слоев, выполненных из обычного бетона, и расположенного между ними теплоизоляционного слоя из отходов текстильной промышленности в виде прессованной плиты органо-синтетическая стружечная (ОСВП). Исследование распределение температуры проводилось в промежутке времени $t=[t_0 t_k]$, где t_0 – начальное время, с которого начинается измерение температуры воздуха, t_k – время окончания измерения температуры воздуха. За этот промежуток времени температура воздуха T изменяется по формуле $T=f(t)$, функцию $f(t)$ можно определить экспериментальным путем, измеряя температуру воздуха через определенные промежутки времени или считая ее постоянной величиной, равной средней дневной температуре.



Примечание: 1 – теплоизоляционный слой из отходов текстильной промышленности; 2 – конструктивный слой из обычного бетона.

Рис. 2. Расчетная схема конструкции.

По результатам экспериментальных исследований можно легко определить аналитическую формулу $T=f(t)$, применяя классический метод для эмпирических формул [3]. Распределение температуры внутри конструкции можно рассматривать как одномерную задачу теплопроводности, математическая модель которой описывается формулой

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \lambda^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \quad (13)$$

где t – время распространения температуры; λ – коэффициент теплопроводности материала среды; x – расстояние от границы наружной поверхности конструкции до рассматриваемой точки.

$U = U(x, t)$ – температура в момент времени t в точке x , при $0 \leq x \leq 100t_0 \leq t \leq t_k$

Начальные и граничные условия для (2.23) определяется по формуле

$$U(t_0, x) = F(x) \quad (14)$$

Где $F(x) = t_0$ внутренняя температура конструкции в начальный момент.

Фактически ее значение можно считать постоянной величиной, т.е.

$$F(x) = F_0 = const$$

Тогда

$$U(t, 0) = T = f(t) \quad (15)$$

Формула (15) определяет левое граничное условие для вычислительной схемы (рис. 3).

Правое граничное условие задается формулой

$$U(t, x_n) = T_1 = f_1(t) \quad (16)$$

Где $f_1(t)$ – тоже можно считать постоянной величиной, так как она является внутренней температурой помещения и принимается равной 18-19°C [2]. Функции (14), (15), (16), (17) по вычислительной схеме, рисунок 3 (явная схема) решается поэтапно, т.е. для каждого слоя конструкции определяются соответствующие начальные и граничные условия. При этом 2-е граничное условие первого слоя является 1-м граничным условием для второго и т.д.

Аналитическое решение задачи уравнение теплопроводности производим явной разностной схемой методом сеток, предварительно установив устойчивость схемы путем выбора шагов по времени и ширине ограждающей конструкции, по формуле

$$\sigma = \frac{\tau}{h^2} \leq \frac{1}{2} \quad (17)$$

где τ – приращение по времени; h – приращение по x . Для каждого слоя конструкции определим коэффициенты теплопроводности λ .

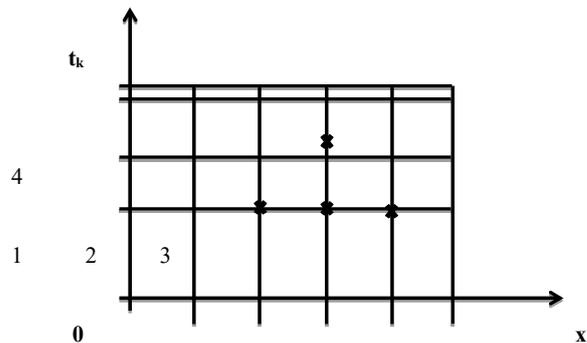


Рис. 3. Вычислительная схема решения функции (13), (14), (15), (16)

Принимая приведенную вычислительную схему на одном из алгоритмических языков программирования, получим дискретное множество решений задачи в области $0 \leq x \leq 100t_0 \leq t \leq t_k$ [2].

Исследуя динамику распространения тепла внутри конструкции, можно сделать заключение о характеристике теплоизоляционного слоя ограждающей конструкции и дать соответствующую рекомендацию по изменению состава или толщины слоя или кон-

струкции ее практическому применению. Таким образом, применяя разработанную модель проектирования ограждающих конструкций здания, можно еще на стадии ее проектирования определить, насколько она будет эффективна.

Литература:

1. Ольшанский А.И., Ольшанский В.И., Беляков Н.В. Основы энергосбережения: курс лекций. - Витебск, 2011. - 223 с.
2. <http://edinros.spb.ni/articles/9685> Ресурсосберегающие технологии - от материалов до отходов. Сергей Васильев "Федеральный строительный рынок" 1 (74) 28.01.2012.
3. <http://www.ecoteco.ra/id=144>. Переработка текстильных отходов в теплоизолирующие плиты, переработка отходов.
4. ГОСТ 30494-96 Здания жилые и общественные. Параметры микроклимата в помещениях.
5. Сормунен П. Энергоэффективность зданий. Ситуация в Финляндии // Инженерно-строительный журнал. - 2015. - №1 - С. 7-8
6. Исаков О.А., Бекмагамбетов С.С. Современные технологии для переработки отходов легкой промышленности, 2015.
7. <http://www.science-journal.kg/ru/journal/2/archive/2400> Насиров М.Т. Расчетные модели несущих систем многоэтажных зданий [Текст] / А.М. Зулпуев. // Журнал Известия ВУЗов Кыргызстана. - Бишкек. № 6. - 2014. –С.16-20.
8. <http://www.science-journal.kg/ru/journal/2/archive/2406> Насиров М.Т. Прочность и перемещения сборных железобетонных плит перекрытий многоэтажных зданий и сооружений [Текст] / А.М. Зулпуев. // Журнал Известия ВУЗов Кыргызстана. - Бишкек. № 6. - 2014. –С. 41-45.