DOI:10.26104/NNTIK.2022.71.99.006

Тагаева С.Б.

ЧЕКТЕЛГЕН ЖЫЛМАКАЙ БЕТТЕРДЕ ОҢ ЖАКТАГЫ БӨЛҮКТӨРҮ ҮЗГҮЛТҮКТҮҮ БОЛГОН СЫЗЫКТУУ ЭМЕС КАДИМКИ ДИФФЕРЕНЦИАЛДЫК ТЕҢДЕМЕЛЕРДИН ЧЫГАРЫЛЫШТАРЫНЫН КАСИЕТТЕРИ

Тагаева С.Б.

СВОЙСТВА РЕШЕНИЙ НЕЛИНЕЙНЫХ ОБЫКНОВЕННЫХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ С РАЗРЫВНЫМИ ПРАВЫМИ ЧАСТЯМИ НА ОГРАНИЧЕННЫХ ГЛАДКИХ ПОВЕРХНОСТЯХ

S. Tagaeva

PROPERTIES OF SOLUTIONS OF NON-LINEAR ORDINARY DIFFERENTIAL EQUATIONS WITH DISCONTINUOUS RIGHT HAND PARTS ON BOUNDEDSMOOTHSURFACES

УДК: 519.925

Оң жактары үзгүл болгон кадимки дифференциалдык теңдемелер системалары жылмакай беттерде каралат. Ошону менен катар, абдан жабышкак чөйрөдө чекиттердин түртүшүүнү чагылдыруучу система каралат. Кээ бир учурда жылма чыгарылыштын жарым окто бар болуусу далилденген. Кээ бир кубулуш физикалык, химиялык жана техникалык тажрыйбалар аркылуу ачылды, андан кийин математикалык моделдер (алардын ичинде дифференциалдык теңдемелер) аркылуу же эсептөөчү эксперименттер аркылуу түшүндүрүлдү жана негизделди. Кыргызстанда математи-кадагы кубулуштун жалпы аныктоосу берилди. Ошондой эле, кээ бир кубулуш компьютердеги эксперименттер аркылуу табылды, андан кийин башка ыкмалар аркылуу негизделди. Аны менен бирге, компьютер өз алдынча чыныгы объект, андагы кубулуш айрыкча. Макалада эвклиддик мейкиндикке таандык болбогон жылмакай бетте кубулуштун мисалы жазылды.

Негизги сөздөр: *кадимки дифференциалдык теңдеме, баштапкы маселе, үзгүлтүк функция, жылмакай бет, чыгарылыш, сызыктуу эмес теңдеме.*

Рассматриваются системы дифференциальных уравнений с разрывными правыми частями на гладких поверхностях. В частности, рассматривается система, представляющая взаимное отталкивание точек в очень вязкой среде. В некоторых случаях доказано существование гладкого решения на полуоси. Некоторые явления были открыты с помощью физических, химических и технических экспериментов, а потом были объяснены и обоснованы с помощью математических моделей (в особенности – дифференциальных уравнений). Также, некоторые явления были обнаружены с помощью компьютерных экспериментов, а потом обоснованы другими методами. В Кыргызстане было дано общее определение математического явления. Вместе с тем, компьютер – самостоятельный реальный объект, явления на нем - специфические. Пример явления на гладкой поверхности, не принадлежащей эвклидову пространству, описан в статье.

Ключевые слова: *обыкновенное дифференциальное уравнение, начальная задача, разрывная функция, гладкаяповерхность, решение, нелинейное уравнение.*

Considered systems of ordinary differential equations with discontinuous right hand parts on smooth surfaces. Particularly, a systempresenting mutual repelling of points charges in very viscous media is considered. Existence of a smooth solution on a half-axis is proven in come cases. Some phenomena were discovered by physical, chemical and technical experiments and further were explained and substituted by mathematical models, especially by means of differential equations, or by computational experiments. Also, some phenomena were discovered by computer experiments and further substituted by other methods. A general definition of a mathematical phenomenon was proposed in Kyrgyzstan. Meanwhile, the computer is a self-standing real object and phenomena on it are specific ones. An example of phenomena on a smoothsurface not belonging to Euclidean space is described in the paper.

Key words: *ordinary differential equation, initial value problem, discontinuous function, smooth surface, solution, nonlinear equation.*

Introduction. We consider initial value problems for systems of ordinary differential equations on smooth surfaces. There are many papers on correspondence between properties (belonging to spaces) of known functions and one of unknown ones, but we are interested in smooth solutions of equations with discontinuous right-hand parts.

Particularly, a system presenting mutual repelling of points charges in very viscous media is considered. We have proven existence and stabilization of a smooth solution in come cases.

It is known that some phenomena were discovered by physical, chemical and technical experiments and further they were explained and substituted by mathematical models, especially by means of differential equations, or by computational experiments. Also, some phenomena were discovered by computer experiments and further substituted by other methods. A general definition of a mathematical phenomenon was proposed [1]. Meanwhile, the computer is a self-standing real object and phenomena on it are specific ones. An example of phenomena on a smooth surface not belonging to Euclidean space is found in [2]: on a topological torus for repelling of electrical charges when their number is a square of even/odd number then the arising grid is square/triangular in most of experiments. Runs of this program found the constant of numerosity $N \sim 110$.

1. Definition of a differential equation on a smooth set.

Let Ω be a metrical space with the metric $\rho(u,v)$ with the following properties: there exists such $\varepsilon>0$ that for any point $z\in\Omega$ its neighbor is isometric to the surface in R^3

$$S_z=\{(x,y,\ x^2A(x,y)+xyB(x,y)+y^2C(x,y)\}|x^2+y^2\le\varepsilon^2\} \quad (1)$$

or its neighbor is isometric to the curve in R^3

$$W_z=\{(x,\ x+x^2P(x),\ x^2Q(x)\ \}|x^2\le\varepsilon^2\} \quad (2)$$

where $A(x,y)$, $B(x,y)$, $C(x,y)$, $P(x)$, $Q(x)$ are smooth functions.

We will consider equations of type

$$U'(t)=F(U(t)),\ t\ge 0, \quad (3)$$

with the initial condition

$$U(0) = u_0\in\Omega, \quad (4)$$

In the following sense.

For (1) $F\colon \Omega\to R^2$. Let $F(U(t))$ be presented as $\{h\cos\alpha,\ h\sin\alpha\}$. Let $\tau>0$ be infinitesimal.

$$U(t+\tau)=\{x+h\tau\cos\alpha, y+h\tau\sin\alpha,\ (x+h\tau\cos\alpha)^2\times$$

$$\times A\ (x+h\tau\cos\alpha,\ y+h\tau\sin\alpha)+(x+h\tau\cos\alpha)(y+h\tau\sin\alpha)B(x+h\tau\cos\alpha,$$

$$y+h\tau\sin\alpha)+(y+h\tau\sin\alpha)^2C(x+h\tau\cos\alpha, y+h\tau\sin\alpha)\}.$$

For (2) $F\colon \Omega\to R$. Let $\tau>0$ be infinitesimal.

$$U(t+\tau)=\{(x+\tau,\ x+\tau+(x+\tau)^2P(x+\tau),\ (x+\tau)^2Q(x+\tau)\}.$$

Also, we will consider systems of equations of type

$$U_i'(t)=F_i(U_1(t),U_2(t),\ldots,\ U_n(t)),\ t\ge0,\ i=1..n. \quad (5)$$

The function F will be presented as the sum

$$F_i(u_1,\ u_2,\ \ldots,\ u_n) =\Sigma_{j\ne i}G(u_i,u_j). \quad (6)$$

The aim of this paper is to consider systems of equations with discontinuous right hand part:

$\lim\{||G(u,v)||\ |\rho(u,v)\to 0\}=\infty.$

2. System of differential equations on one-dimensional set.

Let Ω be a circle with radius 1, $W(u,v)\colon \Omega^2\to R$ is the vector from u to v along Ω counter clock wise,

$$G(u,v)=-(W(u,v)|W(u,v)|^{-\mu}+W(v,u)\ |W(v,u)|^{-\mu}),\mu>1\ (u\ne v). \quad (7)$$

The initial condition

$$U_1(0)=\xi_1,\ U_2(0) =\xi_2,\ldots,\ U_n(0) =\xi_n, \quad (8)$$

where $\xi_1, \xi_2,\ldots, \xi_n$ are different, arranged counter clock wise elements of Ω.

Let "$n+1$" be "1" for indexes.

Theorem 1. For $n=3$ and $n=4$ there exists such number $\delta>0$ that $\rho\ (U_i(t),\ U_{i+1}(t))>\delta,\ i=1..n$ for all $t\ge 0$.

Proof (on contradiction). For $n=3$ choose $\delta< \min\ \{\rho(\xi_i,\ \xi_{i+1})|\ i=1..n\}$, then $\delta<2/3\cdot\pi$. By this definition, $\rho(U_i(0),\ U_{i+1}(0))>\delta,\ i=1..n$.

Suppose that there is such $t_0>0$ that

$$\rho(U_i(t_0),\ U_{i+1}(t_0))=\delta \text{ (for the first time)}. \quad (9)$$

Without lost of generality,

$$u_1:=U_1(t_0)=0;\ u_2:=U_2(t_0)=\delta,\ U_3(t_0)\in[2\delta,\ \delta/2+\pi].$$

Then $U_1'(t_0)<0$, $U_2'(t_0)\ge 0$. Hence, $(U_2\ (t_0-\tau)- U_1\ (t_0-\tau))' >0$ for infinitesimal $\tau>0$, and (9) cannot be "for the first time".

For $n=4$ choose $\delta < min\ \{\rho(\xi_i,\ \xi_{i+1})|\ i=1..n\}$, then $\delta<1/2\cdot\pi$.

By this definition, $\rho(U_i(0),U_{i+1}(0))>\delta,\ i=1..n$.

Suppose that there is such $t_0>0$ that (9) takes place.

Without lost of generality, $u_1:=U_1(t_0)=0;\ u_2:=U_2(t_0)=\delta$.

If $U_4(t_0)\leq\delta/2+\pi$ then $U_1'(t_0)<0$ and $|U_1'(t_0)|>|U_2'(t_0)|$.

If $U_3(t_0)<\delta/2+\pi$ and $U_4(t_0)\geq\delta/2+\pi$ then $U_1'(t_0)<0,\ U_2'(t_0)>0$.

If $U_3(t_0)>\delta/2+\pi$ then $U_2'(t_0)>0$ and $|U_2'(t_0)|>|U_1'(t_0)|$.

In all cases $(U_2\ (t_0-\tau)-U_1\ (t_0-\tau))'>0$ for infinitesimal $\tau>0$. Theorem is proven.

Corollary. The system (5)-(6)-(7) with the initial condition (8) has a smooth solution on the circle for $t\in[0,\ \infty)$ for $n=1..4$.

Bibliography:

1. Pankov P. S., Kenenbaeva G. M. Hypothesis on effect of "numerosity" and other effects in mathematics // Наука, новые технологии и инновации Кыргызстана, 2017, № 5. - С. 60-62.
2. Тагаева С. Системы дифференциальных уравнений с разрывными правыми частями. – Saarbrűcken, Deutschland: Lap Lambert Academic Publishing, 2018. – 67 с.
3. Толубаев Ж.О. «Об одном классе линейных интегро-дифференциальных уравнений первого порядка Вольтерра-Стилтьеса на полуоси», «Наука и новые технологии» № 4, 2013 –Бишкек: 2013. С 69-74. http://www.science-journal.kg/en/journal/1/2013/4/
4. Толубаев Ж.О, Сабиров Я.А, Холбеков Н.О. «Построение оператора регуляризации для решения нелинейного интегрального уравнения первого рода истокопредставимым исходным данным», ISSN 1694-7681 «Известия вузов Кыргызстана» №11, 2019 – Бишкек: 2019. С 3-9. http://www.science-joural.kg/ru/journal/2/2019/11/