

Турганбаева А.Б.

**ЖАЛГЫЗ ДӨҢСӨӨНҮН АЙЛАНАСЫНДАГЫ АГЫМДЫ
МАТЕМАТИКАЛЫК МОДЕЛДЕШТИРҮҮ**

Турганбаева А.Б.

**МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ТЕЧЕНИЯ
ВОКРУГ ОДИНОЧНОГО ХОЛМА**

A. Turganbaeva

MATHEMATICAL MODELLING OF FLOW OVER THE SINGLE HILL

УДК: 532.54

Табигый татаал рельефтин үстүнөн өткөн атмосфералык шамалды эсептөө гидродинамикасынын каражаттары менен математикалык моделдештирүү шамалдын энергетикалык ресурсун баалоо, булгоочу заттардын отуруусу жана дисперциясын камтыган кеңири спектридеги атмосфералык изилдөөлөр үчүн зор практикалык мааниге ээ. Акыркы бир нече он жылдар ичинде, дөңсөөнүн айланасындагы шамал агымын математикалык моделдөө ыкмалары менен изилдөө абдан көп өткөрүлдү. Бирок, бул тематика боюнча колдо бар илимий адабияттарга дыкат сереп салуу жалгыз дөңсөөнүн чегинен сырткары эксперименталдык өлчөөлөрдүн жардамында валидациялоону камтыган изилдөөлөрдүн жетишсиздигин айгинеледи. Муну менен бирге гидроаэродинамиканын классикалык маселелеринде эсептөө гидродинамиканын колдонмо программалык комплекстерин валидациялоо өзгөчө мааниге ээ. Бул иште үч өлчөмдүү каналдагы жалгыз сыйда дөңсөөнүн айланасындагы агымды математикалык моделдештирүү каралган. OpenFOAM7 пакетинин негизинде алынган эсептөөлөрдүн жыйынтыктары жана аларды узатасынан кеткен ылдамдыкдык профили боюнча тиешелүү эксперименталдык берилгендер менен салыштыруу каралып жаткан маселени колдонулган математикалык моделинин адекваттыгын көрсөтөт. Бул моделди реалдуу жерлерде аба агымынын таасири астында экологиялык зыяндуу аралашмаларынын таралышы менен байланышкан андан аркы изилдөөдө пайдалануу керек.

Негизги сөздөр: дөңсөөнүн айласындагы агым, рециркуляциялык турбуленттүү агым, чектүү көлөмдөр ыкмасы, чек ара шарттары, алгоритм.

Адекватное математическое моделирование средствами вычислительной гидродинамики атмосферного ветрового потока над природным сложным рельефом имеет важное практическое значение для широкого спектра атмосферных исследований, включая дисперсию и осаждение загрязняющих веществ, оценку энергетических ресурсов ветра. За последние несколько десятилетий было проведено очень большое количество исследований методами математического моделирования ветрового потока над холмами. Однако детальный обзор имеющейся научной литературы по данной тематике показывает отсутствие исследований, включая валидацию полевыми измерениями для естественного сложного рельефа за пределами изолированных холмов. При этом особое значение имеет валидация прикладных программных комплексов вычислительной гидродинамики на классических задачах гидроаэродинамики. В данной работе рассмотрено численное моделирование влияния входного профиля скорости потока на кар-

тину обтекания двумерного холма в трёхмерном канале. Результаты численных расчетов, выполненных на базе пакета OpenFOAM7 и сравнение их с соответствующими экспериментальными данным по профилям продольной скорости, показывают адекватность используемой математической модели рассматриваемой задачи. Это модель следует использовать при дальнейших исследованиях, связанным с распространением экологических вредных примесей воздушным потоком в реальных местностях.

Ключевые слова: обтекание холма, рециркуляционное турбулентное течение, метод конечных объёмов, граничные условия, алгоритм.

Adequate mathematical modeling by means of computational hydrodynamics of atmospheric wind flow over a natural complex terrain is of great practical importance for a wide range of atmospheric studies, including the dispersion and deposition of pollutants, and the assessment of wind energy resources. Over the past few decades, a very large number of studies have been conducted using mathematical modeling of wind flow over hills. However, a detailed review of the available scientific literature on this topic shows a lack of research, including validation by field measurements for natural complex terrain outside of isolated hills. At the same time, the validation of applied software systems of computational hydrodynamics on classical problems of hydroaerodynamics is of particular importance. In this paper, we consider the numerical simulation of the influence of the input flow velocity profile on the flow pattern of a two-dimensional hill in a three-dimensional channel. The results of numerical calculations performed on the basis of the OpenFOAM7 package and their comparison with the corresponding experimental data on the longitudinal velocity profiles show the adequacy of the mathematical model used for the problem under consideration. This model should be used in further studies related to the spread of environmental harmful impurities by air flow in real areas.

Key words: flow over hill, recirculating turbulent flow, finite volume method, boundary conditions, algorithm.

1. Введение. Адекватное математическое моделирование средствами вычислительной гидродинамики атмосферного ветрового потока над природным сложным рельефом имеет важное практическое значение для широкого спектра атмосферных исследований, включая дисперсию и осаждение загрязняющих веществ [1], оценку энергетических ресурсов ветра [2]. За последние несколько десятилетий было проведено очень

большое количество исследований методами математического моделирования ветрового потока над холмами. Однако детальный обзор имеющейся научной литературы по данной тематике показывает отсутствие исследований, включая валидацию полевыми измерениями для естественного сложного рельефа за пределами изолированных холмов. При этом особое значение имеет валидация прикладных программных комплексов вычислительной гидродинамики на классических задачах гидроаэродинамики.

Усредненный по Рейнольдсу решатель трёхмерных уравнений Навье-Стокса, CRES – flowNS, использован в [3] для моделирования течения вокруг естественного рельефа местности Bouldin Hill и результаты численных расчетов четырех случаев течения сравнивались с данными эксперимента. Обтекание нейтрально стратифицированным потоком холма Askervein моделировалось с использованием $k - \varepsilon$ – модели турбулентности [4] и LES методом [5].

В настоящей работе представлены результаты валидации различных имплементированных в открытый пакет OpenFOAM2006 моделей турбулентности при моделировании обтекания одиночного холма. OpenFOAM [6] – это открытая система вычислительной гидродинамики, которая используется в различных сферах гидроаэродинамики [7-10]. Следовательно, цель данной работы заключается в оценке точности стационарного осредненного по Рейнольдсу моделирования Навье-Стокса, дополненного с различными RANS моделями турбулентности.

Постановка задачи. В данной работе проведено моделирование 2D турбулентного обтекания несжимаемой вязкой жидкости

симметричного холма высотой $h = 28$ мм, длиной 108 мм, расположенного в канале [11, 12] высота которого равна 170 мм. Центра холма расположен на расстоянии 100 мм от входной части канала, а выход канала расположен на расстоянии 500 мм от центра холма. Число Рейнольдса, определяемое через среднее значение входной продольной скорости $U_o = 2.147$ м/с, коэффициента кинематической вязкости воды $\nu = 10^{-6}$ м²/с, равно $Re = \frac{U_o h}{\nu} = 60\,000$. Эта задача входит в классическую базу данных ERCOFTAC, case 18 [13].

Схема данной моделируемой задачи и условия на границах расчетной области без сохранения масштаба приведены на рисунке 1. Согласно рекомендациям базы, ERCOFTAC входная часть канала располагалась на расстоянии 100 мм вверх по течению от холма центра холма, и выход простирался до 500 мм от центра холма.

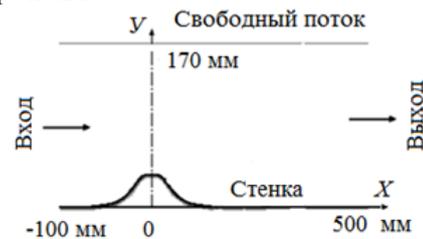


Рис. 1. Геометрия задачи.

Математическая модель. Основу математической модели рассматриваемой задачи составляет система уравнений Навье-Стокса, усреднённые методом Рейнольдса [14, 15]:

$$\frac{\partial}{\partial x_i} (\rho \bar{u}_i) = 0; \frac{\partial}{\partial x_j} (\rho \bar{u}_i \bar{u}_j + \rho \overline{u'_i u'_j}) = -\frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + \frac{\partial \bar{\tau}_{ij}}{\partial x_j}; \bar{\tau}_{ij} = \mu \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right); \quad (1)$$

где \bar{u}_i – компонент скорости средней в направлении x_i , $\bar{\tau}_{ij}$ – тензор вязких напряжений, связанный с молекулярной вязкостью μ , а $\rho \overline{u'_i u'_j}$ – неизвестные Рейнольдсова напряжения, для вычисления которых необходимо использовать те или иные модели турбулентности [14, 15].

Численная модель. Методом контрольных объемов производится дискретизация расчетной области [14-16]. Как известно из эксперимента [11-13] существуют большие градиенты искомых величин вблизи поверхности холма. Поэтому необходимо в достаточной степени измельчение сетки около этой поверхности (рис. 2).

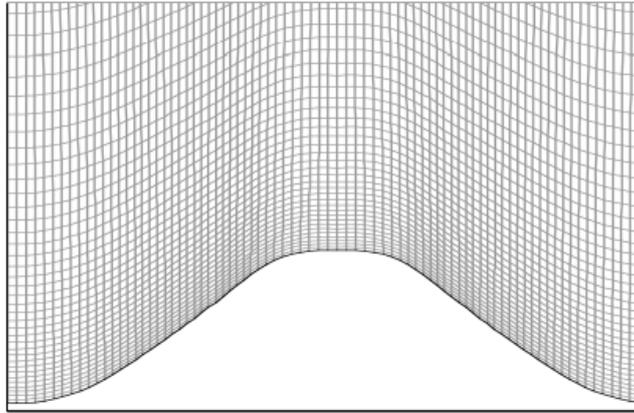


Рис. 2. Расчетная сетка вокруг холма.

Как известно, для стационарных задач нет необходимости задания начальных условий для неизвестных переменных. Однако, это является обязательным для пакета OpenFOAM [6]. Для простоты нулевые значения скорости и давление заданы как начальные условия во всей расчетной области.

В эксперименте холм расположен примерно в 6м ниже по течению от входа в канал, где при отсутствии холма достигалось полностью развитое турбулентное течение в канале. Интенсивность турбулентности на центральной оси канала была равна 3%. Экспериментально измеренные значения величин на входе в канал были использованы в качестве входных граничных условий при расчетах.

Выход из канала располагался на достаточном расстоянии вниз по потоку от холма, что позволяет

здать условие нулевого продольного градиента для всех переменных. На поверхности холма для скорости задано условие прилипания, для давления задано условие нулевого градиента по нормали к поверхности холма. А для турбулентных характеристик течения граничные условия на поверхности холма задавались при помощи пристеночных функций [14, 15].

Полученная в результате дискретизации уравнений (1) система алгебраических уравнений решалась с применением известного алгоритма SIMPLE, с применением метода нижней релаксации [14-16].

Полученные результаты и обсуждение. Сравнение профиля продольной скорости при разных сечениях вниз по потоку (в единицах U_0) приведено на рисунке 3.

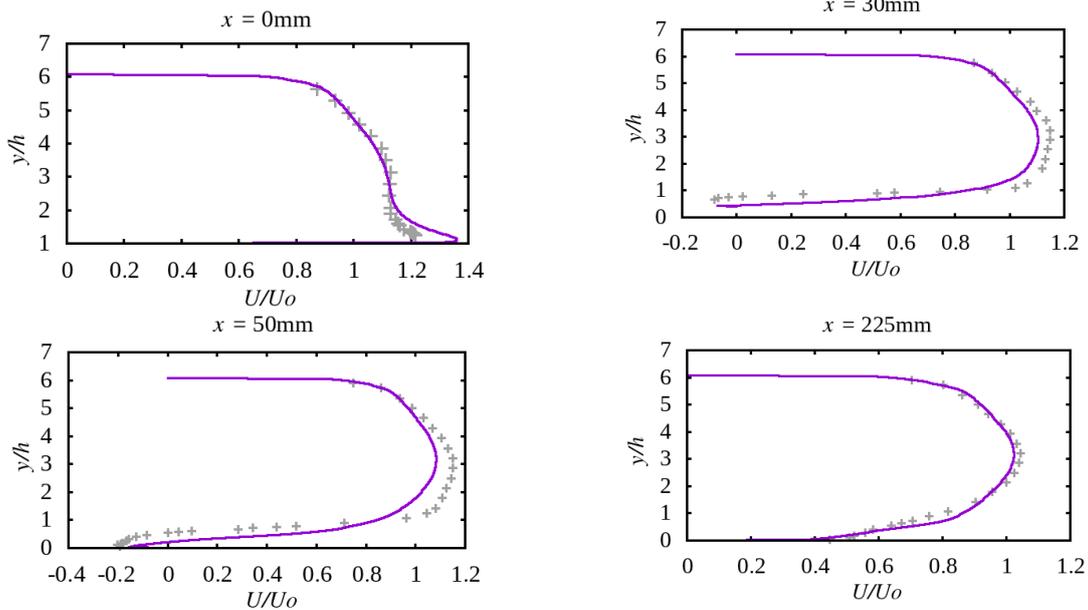


Рис. 3. Профили безразмерной осевой скорости.

На рисунке 3 маркеры соответствуют экспериментальным данным [11-13], сплошная линия – численные результаты данной работы. Как видно из рис. 3, соответствие между экспериментальными данными и численными результатами следует считать удовлетворительным.

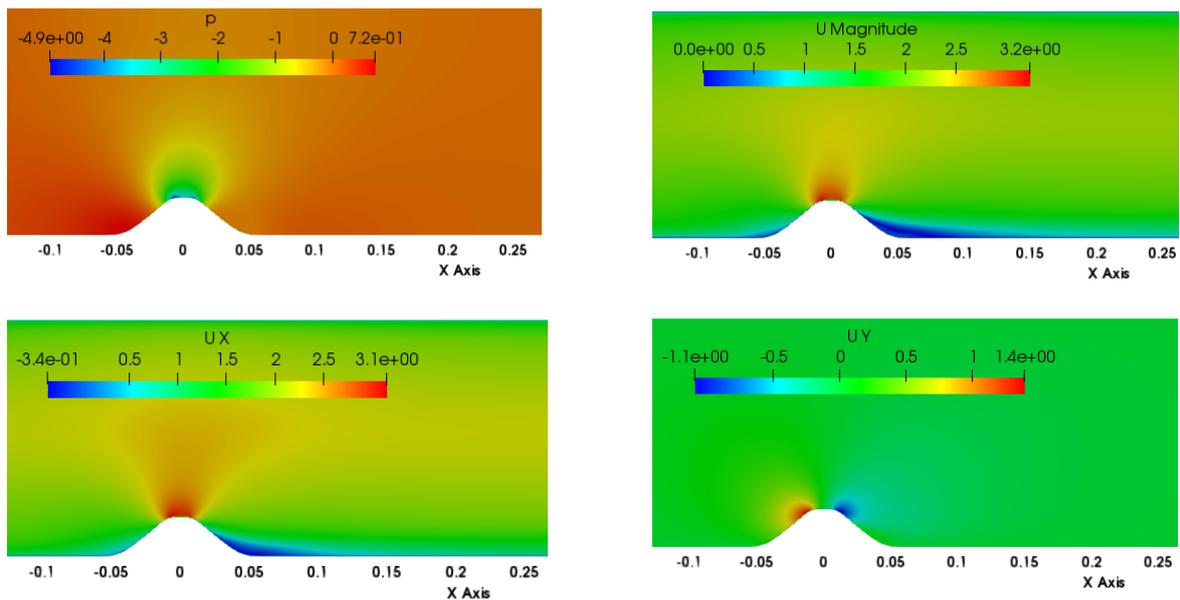


Рис. 4. Поля давления, вектора скорости и её компонент.

Выводы. Рассмотрено численное моделирование процесса обтекания гладкого одиночного холма в трёхмерном канале. Результаты численных расчетов, выполненных на базе пакета OpenFOAM7 и сравнение их с соответствующими экспериментальными данными по профилям продольной скорости, показывают адекватность используемой математической модели рассматриваемой задачи. Это модель следует использовать при дальнейших исследованиях, связанным с распространением экологических вредных примесей воздушным потоком в реальных местностях.

Литература:

1. Tominaga Y., Stathopoulos T. CFD simulations of near-field pollutant dispersion with different plume. *Building and environment*. 131, 128-139, 2018.
2. Tahani M., Hosseinzadegan H., Moradi M. Comparative Numerical Study of Turbulence Models for Analysis a Commercial HAWT Performance. *American Journal of*

На рисунке 4 показаны поля распределения давления p , вектора скорости U и его составляющих U_x и U_y , полученные с помощью пакета Paraview [17]. Здесь отчетливо видны характерные особенности рассматриваемого потока, а именно замедление потока перед холмом, ускорение потока на вершине холма и образование зоны рециркуляции за холмом.

Renewable and Sustainable Energy Vol. 1, No. 1, 2015, pp. 9-15.

3. Prospathopoulos J.P., Politis E.S., Chaviaropoulos P.K. Application of a 3D RANS solver on the complex hill of Bolund and assessment of the wind flow predictions. *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*. Volumes 107-108, August-September 2012, Pages 149-159.
4. Castro F.A., Palma J.L., Lopes A.S. Simulation of the Askervein Flow. Part 1: Reynolds Averaged Navier–Stokes Equations ($k-\epsilon$ Turbulence Model). *Boundary-Layer Meteorology*, January 2003, *Boundary-Layer Meteorology* 107(3):501-530.
5. Lopes A.S., Palma J.M. L.M., Castro F.A. Simulation of the Askervein flow Part 2: Large-eddy simulations. October 2007, *Boundary-Layer Meteorology*, 125(1):85-108.
6. OpenFOAM 7.0 User's Guide. <https://cfd.direct/openfoam/user-guide-v7/>. Access data 05.05.2021.
7. Жайнаков А.Ж., Курбаналиев А.Ы. Математическое моделирование задачи прорыва дамбы. *Вычислительные технологии*. - Новосибирск, 2013. Т. 18, №3, С. 12-21.
8. Жайнаков А. Ж., Курбаналиев А. Ы. Верификация открытого пакета OpenFOAM на задачах прорыва дамб. *Теплофизика и аэромеханика / Институт теплофизики СО РАН*, - Новосибирск, 2013. Т. 20, №4, С. 461-472.
9. Kurbanaliev A.I., Maksutov A.R., Obodoeva G.S. and Oichueva B.R. Using OpenFOAM Multiphase Solver interFoam for

Large Scale Modeling. Proceedings of the World Congress on Engineering and Computer Science 2019. WCECS 2019, October 22-24, 2019, San Francisco, USA. Available at: http://www.iaeng.org/publication/WCECS2019/WCECS2019_pp366-370.pdf. Accessed 25.05.2021.

10. Курбаналиев А.Б., Ойчуева Б.Р., Калмурзаева А.Т., Жайнаков А.Ж., Култаев Т.Ч. Критическое сравнение различных версий пакета OpenFOAM на задаче моделирования водослива. Вычислительные технологии. - Новосибирск, 2021. Т. 26, №2, С. 44-57.
11. Almedia G.P., Duraõ D.F.G., Heitor M.V. Wake flows behind two-dimensional model hills. *Exp. Thermal and Fluid Science*, 1992, 7, p.87
12. Almedia G.P., Duraõ D.F.G., Simoes J.P., Heitor, M.V. (1990). Laser-Doppler measurements of fully developed turbulent channel flow. *Proc. 5th Symp. Appl Laser Techniques to Fluid Meet.*, 1990, pp. 5-12.
13. Classic Collection database. Case 18. 2D Model Hill Flows. Available at:
 14. <http://cfd.mace.manchester.ac.uk/ercoftac/doku.php?id=cases:case018>. Access data 05.05.2021.
15. Versteeg H.K., Malalasekera W. *An Introduction to Computational Fluid Dynamics: The Finite Volume Method*, 2nd Edition. Pearson Education Limited, 2007, 503p.
16. Ferziger J.H., Peric M. *Computational Methods for Fluid Dynamics*. Berlin: Springer Verlag, 2002–42.
17. Патанкар С.В. Численные методы решения задач теплообмена и динамики жидкости: Пер. с. англ. - М.: Энергоатомиздат. – 152 с.
18. Paraview. <https://www.paraview.org/>. (accessed 05.05.2021).
19. Жайнаков А. Информационные технологии и математическое моделирование в науке и образовании. *Известия ВУЗов Кыргызстана*. 2016. №. 11-1. С. 55-59