DOI:10.26104/NNTIK.2019.45.557

НАУКА, НОВЫЕ ТЕХНОЛОГИИ И ИННОВАЦИИ КЫРГЫЗСТАНА, № 6, 2020

МАТЕМАТИКА ИЛИМДЕРИ
МАТЕМАТИЧЕСКИЕ НАУКИ
MATHEMATICAL SCIENCES

Кыштообаева Ч.А.

«САНДЫК МЕТОДДОР» ДИСЦИПЛИНАСЫ БОЮНЧА АНЫКТАЛГАН ИНТЕГРАЛДЫ СИМПСОНДУН ФОРМУЛАСЫН КОЛДОНУУ АРКЫЛУУ АР КАНДАЙ ЫКМАЛАР МЕНЕН ЧЫГАРУУ

Кыштообаева Ч.А.

ВЫЧИСЛЕНИЯ ОПРЕДЕЛЕННЫХ ИНТЕГРАЛОВ МЕТОДОМ СИМПСОНА РАЗНЫМИ СПОСОБАМИ ПО ДИСЦИПЛИНЕ «ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ»

Ch.A. Kyshtoobaeva

CALCULATION OF CERTAIN INTEGRALS BY THE SIMPSON METHOD IN VARIOUS WAYS IN THE DISCIPLINE «NUMERICAL METHODS»

УДК: 516.9

Бул макалада автоматташтырылган системада сандык интегралдоонун методдорун ишке ашыруунун ар кандай ыкмаларын салыштырып талдоо жүргүзүү көндүмдөрүн калыптандыруу жана адистин кесиптик жактан калыптанышына модулдук-компетенттүү мамилени киргизүү каралат. Бирок, Ньютон-Лейбництин формуласын практикада ар дайым, атап айтканда: f(x) функциясын түздөн-түз интегралдоого мүмкүн болбогон учурда б.а. баштапкы функциясы F(x) элементардык функциялар аркылуу туюндурулбаса; эгерде f(x) мааниси таблица түрүндө берилгенде колдоно албайбыз. Универсалдык ыкма коюлган маселени чыгаруу үчүн ар кандай даражадагы интерполяция көп мүчөлөрүнүн жардамы менен интеграл алдындагы функцияны аппроксимациялоого негизделген сандык интегралдоо ыкмасын пайдалануу болуп саналат. Демек, студенттер ар кандай маселелерди программалоону, программалык продуктту, тесттерди жана өзгөртүүлөрдү иштеп чыгууну ишке ашырышат. Ошондой эле, Симпсондун методдун ишке ашыруунун ар кандай ыкмаларын салыштырып талдоонун көндүмдөрү калыптандырылат.

Негизги сөздөр: *сандык методдор, аныкталган интеграл, математикалык пакет, программалоо, студент, методдор, Симпсондун формуласы.*

В данной статье рассматривается формирование навыков проведения сравнительного анализа различных способов реализации методов численного интегрирования при разработке автоматизированной системы и внедрение модульно-компетентностного подхода к профессиональному становлению специалиста. Однако формулой Ньютона-Лейбница на практике можно воспользоваться не всегда, а именно: когда вид f(x) не допускает непосредственного интегрирования, т. е. первообразная F(x) не выражается в элементарных функциях; если значения f(x) заданы в виде таблицы. Универсальным подходом для решения поставленной задачи является использование методов ***численного интегрирования****, основанных на аппроксимации подынтегральной функции с помощью интерполяционных многочленов различных степеней. Таким образом, студенты программируют различные задачи, разрабатывают программные продукты, тесты и модификации. С помощью метода Симпсона будет развиваться навыки сравнительного анализа различных методов.*

Ключевые слова: *численные методы, определенный интеграл, математический пакет, программирование, студент, методы, формула Симпсона.*

This article discusses the formation of skills for conducting a comparative analysis of various ways to implement numerical integration methods in the development of an automated system and the introduction of a modular competence approach to professional

DOI:10.26104/NNTIK.2019.45.557

development of a specialist. However, the Newton-Leibniz formula can not always be used in practice, namely: when the form f(x) does not allow direct integration, i.e. the primitive f(x) is not expressed in elementary functions; if the values of f(x) are given in the form of a table. A universal approach to solving this problem is to use numerical integration methods based on approximating the integrand using interpolation polynomials of various degrees. Thus, students program various tasks, develop software products, tests and modifications. Using the Simpson method, skills for comparative analysis of various methods will be developed.

Key words: *numerical methods, definite integral, mathematical package, programming, student, methods, formula Simpson.*

Биз билгендей, көпчүлүк практикалык маселелерди аныкталган интегралдарды эсептөөгө алып келсе болот. Мисалы, алып карасак фигуралардын аянттарын эсептөөдө, өзгөрүлмө күчтүн жумушун аныктоодо ж.б. Аныкталган интегралдарды эсептөөнүн эң эле ыңгайлуу эрежеси, Ньютон-Лейбництин формуласына негизделген:

$$I = \int_a^b f(x)dx \tag{1}$$

мында F(x) – интеграл алдындагы f(x) функциясынын кандайдыр бир баштапкы функциясы (б. а. F'(x) = f(x)).

Ньютон-Лейбництин формуласы мектептин алгебра жана анализдин баштапышы курсунда талкууланып, анда анын колдонулуштары боюнча көптөгөн мисалдар каралган. Формула, математикалык анализде эң маанилүү ролго ээ. (1) формуласы кеңири чөйрөдөгү интегралдарды жеңил эсептөөгө мүмкүндүк берет. Бирок (1) формуласы, [a, b] кесиндиси боюнча каалагандай f(x) функциясынын интегралын табуунун жалпы эрежесин бербейт, б.а. ал, каралуучу маселени чыгаруунун алгоритми болбойт. Анткени, баштапкысын издеп табуу - бул, жетишээрлик татаал математикалык маселе болгондуктан, аны чечүү үчүн ачык көрүнүштөгү универсалдуу методдор жашабайт [3].

Механикалык квадратуранын жөнөкөй ыкмасы же жогорудагы эки учурга тең болгон универсалдуу методдору болуп, интеграл алдындагы функцияны интерполяциялык көп мүчөлөрдүн жардамында аппроксимациялоого негизделген, сандык интегралдоо методдору эсептелет.

Мындай аппроксимациялоо анык интегралды интегралдык сумма менен жакындатылган түрдө алмаштырат. Эсептөө ыгына карап, ар түрдүү сандык интегралдоо методдору (квадратуралык формулалар) пайда болгон:

- Тик бурчтуктар методу;
- Трапеция методу;
- Парабола методу (Симпсондун методу);
- Чебышевдин квадратуралык формуласы ж.б [3].

Мисалы, $X = \int_0^6 \sqrt{x+2}\,(9x^2-4)^2\,dx$ (n=6) аныкталган интегралын сандык чыгарууну карайлы. Бул аныкталган интегралды биз, Симпсондун формуласы аркылуу эсептейбиз.

Аныкталган интегралды чыгаруунун төмөндөгүдөй каражаттарын жана ыкмаларын колдонобуз: «Кол менен» чыгаруу, программалоо тилин, MathCAD математикалык пакеттин колдонуу.

Мисалды чыгарууга көрсөтмө:

1. Төмөнкү формуланы пайдаланып калькулятордун жардамы менен эсептөө.

$$\int_a^b f(x)dx = \frac{h}{3}\big(y_0 + 4(y_1 + y_3 + \ldots + y_{2n-1}) + 2(y_2 + y_4 + \ldots + y_{2n-2}) + y_{2n}\big).$$

Бул формула ***Симпсондун формуласы*** деп аталат.

DOI:10.26104/NNTIK.2019.45.557

НАУКА, НОВЫЕ ТЕХНОЛОГИИ И ИННОВАЦИИ КЫРГЫЗСТАНА, № 6, 2020

2. Программасын түзүү жана компьютерде ишке ашыруу; Excel программасында эсептөө; Turbo Pascal программалоо тилин колдонуу менен чыгаруу; MathCAD математикалык пакеттин пайдалануу менен эсептөө.
3. Алынган жыйынтыктарды салыштыруу.

Симпсондун формуласын колдонобуз:

$$\int_a^b f(x)dx = \frac{h}{3}\left(y_0 + 4\left(y_1 + y_3 + \ldots + y_{2n-1}\right) + 2\left(y_2 + y_4 + \ldots + y_{2n-2}\right) + y_{2n}\right).$$

Мында төмөнкүгө ээ болобуз: $\boldsymbol{X = \int_0^6 \sqrt{x+2}\,(9x^2-4)^2}$ **(n = 6)**

$\int_a^b f(x)dx \approx \frac{h}{3}[f(x_0) + f(x_6) + 2\left(f(x_2) + f(x_4)\right) + 4(f(x_1) + f(x_3) + f(x_5)]$ б)

Чыгаруу: Сандык интегралдоо. Симпсондун формуласы.

1. Калкулятордун жардамы менен эсептөөлөрдү жүргүзөбүз:

$f(x) = \int_0^6 \sqrt{x+2}\,(9x^2-4)^2$; h=1; n=6

$f(x_0) = \sqrt{0+2}\,(9\cdot 0^2 - 4)^2 \approx\ 16\cdot\sqrt{2} \approx 16\cdot 1{,}4142 \approx 22{,}62742$

$f(x_1) = \sqrt{1+2}\,(9\cdot 1^2 - 4)^2 \approx\ 25\cdot\sqrt{3} \approx 25\cdot 1{,}732 \approx 43{,}30127$

$f(x_2) = \sqrt{2+2}\,(9\cdot 2^2 - 4)^2 \approx\ 2\cdot 1024 \approx 2048$

$f(x_3) = \sqrt{3+2}\,(9\cdot 3^2 - 4)^2 \approx\ 5929\cdot\sqrt{5} \approx 5929\cdot 2{,}23 \approx 13257{,}65$

$f(x_4) = \sqrt{4+2}\,(9\cdot 4^2 - 4)^2 \approx 19600\ \cdot\sqrt{6} \approx 48010$

$f(x_5) = \sqrt{5+2}\,(9\cdot 5^2 - 4)^2 \approx\ 48841\cdot 2{,}645 \approx 129221{,}1$

$f(x_6) = \sqrt{6+2}\,(9\cdot 6^2 - 4)^2 \approx\ 102400\cdot 2{,}828 \approx 142522{,}1$

Эсептөөлөрдү таблицага толтурабыз:

i	0	1	2	3	4	5	6
x_i	1,4	1,7	2	2,2	2,4	2,6	2,8
$f(x_{i)}$	22,62742	43,30127	2048	13257,65	48010	129221,1	142522,1

Жыйынтыктап айтканда,

$\int_0^6 \sqrt{x+2}\,(9x^2-4)^2\,dx \approx \frac{1}{3}$[22,62742+142522,1 +2·2048·48010+ 4·43,30127+ 13257,65+ 129221,1] $\approx 319952{,}45$

Жообу: 319952,45

2. Excel программасын колдонуу.

DOI:10.26104/NNTIK.2019.45.557

Симпсон формуласы боюнча аныкталган интегралды эсептөөнү Excel программасында карайлы. Аныкталган интегралды жакындаштырып эсептөө алгоритмдин этаптарын түзөбүз (1-сүрөт).

Этаптары:

Берилген аныкталган интегралдын маанисин Симпсондун формуласы аркылуу табуу

x_i белгисиз өзгөрмөсүнүн маанилерин табуу

h кадамын аныктоо

Интеграл алдындагы функциянын маанилерин i = 0, 1, 2, 3, 4, ...n болгондо табуу

$\sum_{i=0,n} y_i$, $\sum_{i=0}^{n-1} y_i$, $\sum_{i=2}^{n-2} y_i$ табуу

1-сүрөт. Симпсондун методу боюнча аныкталган интегралды эсептөө алгоритмдин этаптары.

Ошентип, маселени чыгаруу тартибин камсыз кылуу менен, биз эсептөөлөргө киришебиз.

$X = \int_0^6 \sqrt{x+2}\,(9x^2-4)^2\,dx$, n = 6

$h = \frac{b-a}{n} = \frac{6-0}{6} = 1 -$ интегралдоо кадамы.

	1	2	3	4	5	6	7
1	i	x_i	$\sqrt{x+2}$	$(9x^2-4)^2$	y0, y6	y1,y3,y5	y2,y4
2	0	0	1,414214	16	22,62742		
3	1	1	1,732051	25		43,30127	
4	2	2	2	1024			2048
5	3	3	2,236068	5929		13257,65	
6	4	4	2,44949	19600			48010
7	5	5	2,645751	48841		129221,1	
8	6	6	2,828427	102400	289630,9		
9	$\sum$				289653,6	142522,1	50058
10					Ответ	319952	

$$X \approx \int_0^6 \sqrt{x+2}\,(9x^2-4)^2$$

$$X = \frac{h}{3}(y_0 + y_n + 4(y_1 + y_3 + \ldots) + 2(y_2 + y_4 + \ldots))$$

2-сүрөт. Аныкталган интегралды Excel программасында эсептөө.

DOI:10.26104/NNTIK.2019.45.557

3. Turbo Pascal программалоо тилин колдонуу менен чыгаруу.

Паскаль программалоо тилинде программаны жазууда Симпсондун формуласында эсептейбиз. Анткени, «Программалоо жана алгоритмдин негиздери» дисциплинасында студенттер ар кандай маселелерди программалоо, ошондой эле программалык продуктту, тесттерди жана өзгөртүүлөрдү иштеп чыгуу, өздөштүрүү көндүмдөрүнө ээ.

Turbo Pascal программалоо тили:

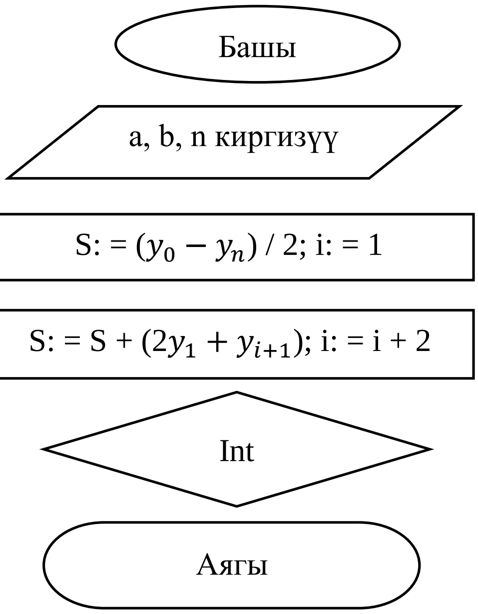
```
uses crt;
const
a = 0 ;  b = 6 ; n = 6 ;
var
i : integer ;
s, h, x : real ;
function f (x : real) : real ;
begin
f: = ( – sqrt(sqr(x) + 3 * x – 1))/x ;
end ;
begin
clrscr ;
h: = (b – a)/n ;
x: = a ;
s: = (f(a)+f(b))/2 ;
writeln(x:2:2) ;
writeln(s:2:3) ;
for i: = 1 to n – 1 do
begin
x: = x + h ;
writeln (x : 2 : 2) ;
s: = s+f(x) ;
writeln (s : 2 : 3) ;
end ;
s: = s*h ;
writeln (Симпсондун формуласы боюнча ’, s:319752,41) ;
end.
```

Программанын жыйынтыгы боюнча:

$$X = \int_0^6 \sqrt{x+2}\,(9x^2-4)^2dx \approx 319752,41$$

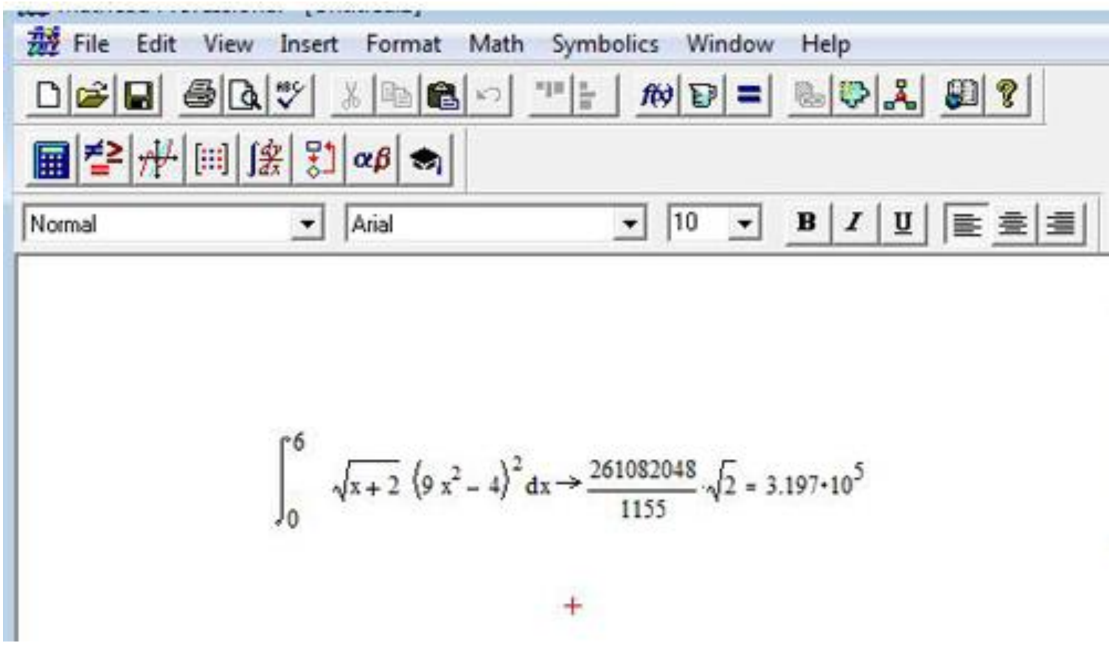
Программаны иштеп чыгуу алгоритми блок-схеманын алгоритминен башталат.

DOI:10.26104/NNTIK.2019.45.557



3-сүрөт. Аныкталган интегралды Симпсондун методу менен чыгаруудагы блок схемасы.

4. **MathCAD математикалык пакеттин колдонуу.**
MathCAD математикалык пакеттин пайдалануу менен эсептөө.



4-сүрөт. MathCAD математикалык пакеттин пайдалануу менен эсептөө.

DOI:10.26104/NNTIK.2019.45.557

НАУКА, НОВЫЕ ТЕХНОЛОГИИ И ИННОВАЦИИ КЫРГЫЗСТАНА, № 6, 2020

5. Алынган жыйынтыктарын салыштырып талдоо. Эсептөөнүн үч методдун салыштыруу.

1-таблица

Ыкмаларды салыштыруу

	«Кол» менен эсептөө ыкмасы	Turbo Pascal программалоо тилинде жазуу	MathCAD математикалык пакети менен эсептөө
Балдардын саны	2-бардык эсептөөлөр арифметикалык катасыз туура	2-коюлган талаптарды аткаруу менен программа туура жазылган,	2-эсептөө туура жүргүзүлөт;
	1-эсептөөлөр арифметикалык катасыз, бир-эки так эместикке тегеректегенде жол берилет	1-программа программа корректив-дүү жазылган, арифметикалык операциялардагы бир-эки катага жол берилген.	1-баштапкы маалыматтарды киргизгенде бирден ашык эмес жазуу жүзүндө жол берилет;
	0-арифметикалык каталарга жол берилген.	0-программа коюлган талаптарды канааттандырбайт.	0-эсептөөлөрү бир каталыкка көбүрөөк уруксат берилген.

Таблицада көрүнүп тургандай, студенттер үчүн MathCAD математикалык пакеттин пайдалануу ыңгайлуу болуп саналат.

Жыйынтыгында, текшерүүдөн алынган натыйжалар ар бир студенттин билимдерин жана көндүмдөрүн мүнөздөйт. Ошондой эле, студенттер ар кандай маселелерди программалоо, программалык продуктту, тесттерди жана өзгөртүүлөрдү иштеп чыгуу, өздөштүрүү көндүмдөрүнө ээ болушат. Сандык интегралдоонун методдорун ишке ашыруунун ар кандай ыкмаларын салыштырып талдоонун көндүмдөрү калыптандырылат.

Демек, салттуу методдорду инновациялык методдор менен айкалыштырып окутуу зарылчылыгы келип чыгууда.

Адабияттар:

1. Бахвалов Н.С., Жидков Н.П., Кобельков Г.М. Численные методы. - М.: Лаборатория Базовых Знаний, 2001.
2. Бахвалов Н.С., Лапин А.В., Чижонков Е.В. Численные методы в задачах и упражнениях. - М.: Высшая школа, 2000.
3. Сагындыков М.К., Сандык методдордун негиздери. Окуу китеби / М.К. Сагындыков, К.Г. Кожобеков, А.А. Абдилазизоваю. - Ош, 2011. -180 б.
4. Самарский А.А., Вабищевич П.Н., Самарская Е.А. Задачи и упражнения по численным методам: Учебное пособие. - М.: Эдиториал УРСС, 2000.
5. Поршнев С.В., Беленкова И.В. Численные методы на базе Mathcad. - СПб.: БХВ-Петербург, 2005.