

*Раева М.Т., Раева Ч.Т.***ТРИГОНОМЕТРИЯНЫН КУРЧАП ТУРГАН  
ЧӨЙРӨДӨГҮ ОРДУ***Раева М.Т., Раева Ч.Т.***МЕСТО ТРИГОНОМЕТРИИ В ОКРУЖАЮЩЕЙ СРЕДЕ***М.Т. Raeva, Ch.T. Raeva***THE PLACE OF TRIGONOMETRY IN THE ENVIRONMENT**

УДК: 372.851

Мектептин математика курсунда тригонометрия алгебра жана анализдин башталышы курсунун негизги бөлүгүн түзөт. Бул бөлүктүн жогорку математиканы, физиканы, астрономияны жана башка ушул сыяктуу предметтерин окуп үйрөнүү үчүн мааниси зор. Учурда, бир нече ондогон жылдардан бери тригонометрия бөлүмү, мектеп курсунун математикасында өзүнчө дисциплина катары каралбайт, ошондой болсо да алгебра жана анализдин башталышы курсунда салмактуу орунду ээлери талашсыз. Көпчүлүк учурда окуучулардын, тригонометрия турмушта кайсы жерде колдонулат жана эмне үчүн керек деген суроолорду берээрин билебиз. Демек, тригонометриянын өнүгүү жолу чексиз, ал башка илимдерге көз каранды эмес, тескерисинче башка илимдер тригонометрияга муктаж. Бул макалада тригонометриянын турмуштагы орду жана жаратылыш менен болгон байланышы, биологияда, физикада, техникада колдонулушу жөнүндө маалыматтар каралган.

**Негизги сөздөр:** тригонометриялык маселелер, графика, теңдемелер, механикалык термелүүлөр, гармоникалык термелүүлөр, технология, чыгаруу ыкмалары.

В школьном курсе математики тригонометрия является основной частью алгебры и началом курса анализа. Этот раздел важен для изучения высшей математики, физики, астрономии и других подобных предметов. Сегодня в течение нескольких десятилетий кафедра тригонометрии не считалась отдельной дисциплиной в школьной математике, но ясно, что алгебра и начало анализа занимают видное место в курсе. Мы знаем, что студенты часто спрашивают, где тригонометрия используется в реальной жизни и зачем она нужна. Следовательно, развитие тригонометрии бесконечно, оно не зависит от других наук, наоборот, другим наукам нужна тригонометрия. В данной статье представлена информация о месте в жизни тригонометрии и ее связи с природой, ее использовании в биологии, физике и технике.

**Ключевые слова:** тригонометрические задачи, графика, уравнения, механические колебания, гармонические колебания, технология, методы решения.

In the school course of mathematics, trigonometry is the main part of algebra and the beginning of the course of analysis.

This section is important for the study of higher mathematics, physics, astronomy, and other similar subjects. Today, for several decades, the Department of Trigonometry was not considered a separate discipline in school mathematics, but it is clear that algebra and the beginning of analysis occupy a prominent place in the course. We know that students often ask where trigonometry is used in real life and why it is needed. Consequently, the development of trigonometry is infinite, it does not depend on other sciences, on the contrary, other sciences need trigonometry. This article provides information about the place in life of trigonometry and its relationship with nature, its use in biology, physics and technology.

**Key words:** trigonometric problems, graphics, equations, mechanical vibrations, harmonic vibrations, technology, methods of solution.

Тригонометриялык функциялар, алардын касиеттери, негизги формулалары, тригонометриялык теңдемелер жана барабарсыздыктар, алардын практикалык маанилери мектеп математикасынын негизги бөлүгүн түзөт. Бул бөлүктүн жогорку математиканы, физиканы, астрономияны жана башка ушул сыяктуу предметтерин окуп үйрөнүү үчүн мааниси зор. Учурда, бир нече ондогон жылдардан бери тригонометрия бөлүмү, мектеп курсунун математикасында өзүнчө дисциплина катары каралбайт, ошондой болсо да алгебра жана анализдин башталышы курсунда салмактуу орунду ээлери талашсыз. Көпчүлүк учурда окуучулардын, тригонометрия турмушта кайсы жерде колдонулат жана эмне үчүн керек деген суроолорду берерин билебиз. Мындай суроолорго жооп кылып, төмөнкү суроолорду кароо максатка ылайыктуу болду.

Бизди кызыктырган суроолор:

- Тригонометрия кандайча пайда болгон?
- Кайсы тригонометриялык түшүнүк тригонометрияда дайыма колдонулат?
- Тригонометрия физикада, биологияда, жаратылышта жана медицинада кандай роль ойнойт?

Жогорудагы суроого жооп берүү үчүн тригонометриянын тарыхынан баштасак. Тригонометрия грек

сөзүнөн алынган, үч бурчукту өлчөө дегенди түшүндүрөт. Тригонометрия – бул математиканын микро бөлүгү, анда үч бурчтуктардын бурчтары менен жактарынын ортосундагы көз карандылык окутулуп, үйрөтүлөт. Биринчилерден болуп үч бурчтуктардын бурчтары менен жактарынын ортосундагы көз карандылыкты чыгаруунун жолдорун байыркы грек астрономдору Гиппарх жана Птоломей тарабынан аныкталган. Мындан 3000 жыл мурда тригонометрия байыркы Египет жана Вавилондо пайда болгон. “Тригонометрия” деген сөз алгач 1505-жылы немец математиги Питискустун китебинде колдонулган. Ал эми

тригонометриянын өнүгүшүнүн кийинки кадамы Индиялыктар тарабынан V-XII кылымдардын аралыгында изилденген. Индиялык астрономдордун негизги жетишкендиги ар кандай борбордук бурчтарга туура келүүчү хордалардын узундуктарын табуунун таблицасын түзүп, тик бурчтуу үч бурчтуктун жактары жана бурчтарына байланышкан ар кандай функцияларды киргизүү мүмкүнчүлүгүнө ээ болуусу болгон. XVII-XIX кылымдарды тригонометрия математикалык анализдин бир бөлүгү болуп эсептелет. Ал механикада, физикада, техникада термелүү кыймылы жана башка мезгилдүү процесстерде колдонулат.



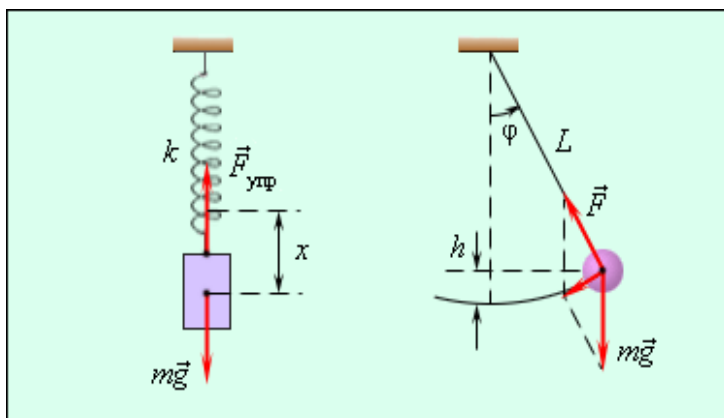
**Жан Фурье каалаган мезгилдүү кыймылдар жөнөкөй гармоникалык термелүүлөрдүн суммасы түрүндө көрсөтүү мүмкүн деп айткан.**

Тригонометриялык эсептөөлөр адамдын турмушунун баардык сферасында колдонулат. Мисалга алсак, физикада, жаратылышта, биологияда, медицинада, техникада жана башка.

**Тригонометрия физикада.** Бизди курчап турган дүйнөдө мезгилдүү процесстер жүрүп турат жана алар убакыттын кандайдыр бир бирдей аралыгында кайталанып турат. Бул процесстер термелүү деп аталат. Термелүү кубулуштары физиканын жаратылышында жалпы закон ченемдүүлүктөргө баш ийет жана бирдей теңдемелер менен тушундүрүлөт. Термелүү

кубулуштарынын бир нече түрү бар. Мисалы, гармоникалык термелүү, механикалык термелүү.

Жөнөкөй механикалык термелүү системасынын мисалы болуп пружинанын үстүндөгү жүк же математикалык маятник эсептелинет. Демек, механикалык термелүү деген бул телолордун кыймылы. Ал убакыттын белгилүү бир аралыгында кайталанып турат. Мындай термелүүлөр, синус жана косинус закондору боюнча, синустун жана косинустун графиги боюнча кыймылда термелүү жүргүзүлөт:

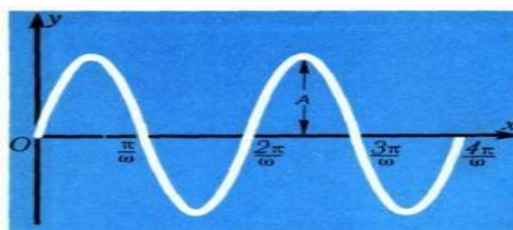
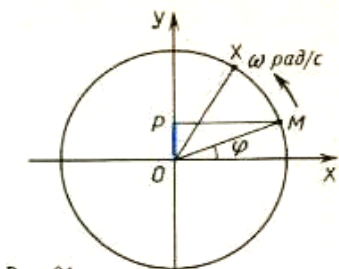


**Гармоникалык термелүү.** Гармоникалык термелүү – баарыбызга белгилүү кандайдыр бир чоңдуктун мезгилдүү өзгөрүшү, синус же косинус функцияларынын аргументтеринен көз каранды болушу менен мүнөздөлөт. Мисалы, гармоникалык термелүү чоңдугу, убакыт боюнча төмөнкүдөй түрдө өзгөрөт:

$$x(t) = A \sin(\omega t + \varphi) \text{ же } x(t) = A \cos(\omega t + \varphi)$$

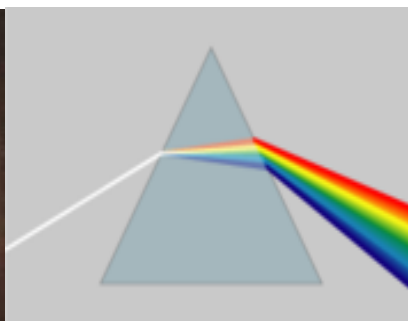
мында  $x$  – өзгөрүлмө чоңдуктун мааниси,  $t$  – убакыт,  $A$  – термелүү амплитудасы,  $\omega$  – циклдик термелүү жыштыгы,  $(\omega t + \varphi)$  – толук термелүү фазасы,  $\varphi$  – баштапкы термелүү фазасы. Жалпысынан алганда гармоникалык термелүүнүн дифференциалдык түрү:

$$x'' + \omega^2 x = 0.$$



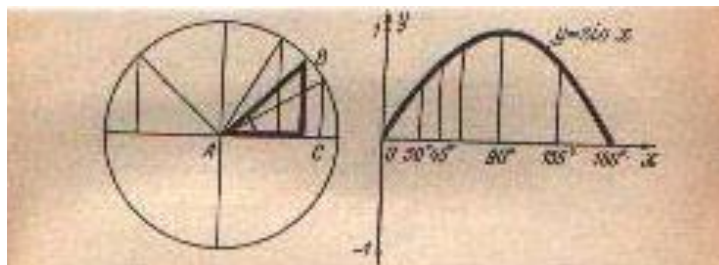
**Жаратылыштагы тригонометрия.** Жаратылыштагы тригонометриянын мисалы болуп **Күн желе**нин, (аса – муса) (радуга) пайда болушун жана анын теориясы эсептелинет. Күн желе теориясы биринчи жолу 1637 – жылы Рене Декарт тарабынан

берилген. Ал аны төмөнкүдөй түшүндүрөт. Жамгырдын тамчысына күндүн нуру чагылып, сынуу кубулушу пайда болорун, тамчы линзанын ролун аткарып белгилеп көрсөткөн. Бул “күн желе” деп аталат.



**Рене Декарт**

Тригонометриянын турмушта колдонулушуна мисал болуп, эмне үчүн жай кышка караганда жылуу?



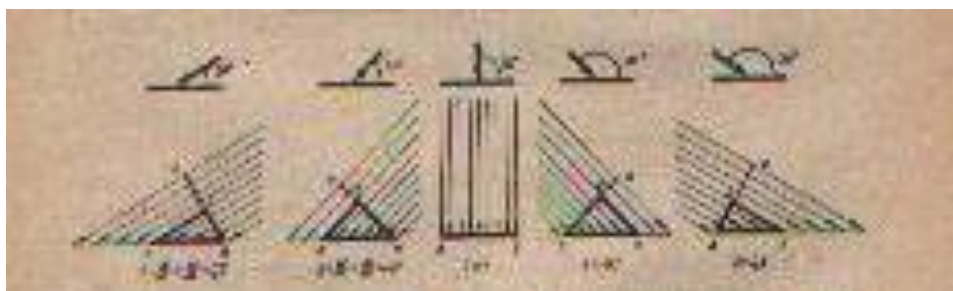
- Бул жердеги негизги маселе жердин огунун жер бетинин орбитасына карата жантаюусу.

- Кышында күн горизонт боюнча орточо кеңдикте жапыз көтөрүлөт, ошондуктан анын нуру жер бетине араң эле тийип турат. Жай мезгилинде күн горизонт боюнча өтө жогору көтөрүлүп зенитке (асмандагы эн бийик чокуга) жакындайт, анын нурлары жер шаарынын бөлүктөрүнө тик ылдый тиет.

- Күн нурунан түшкөн энергиянын агымы жер бетине жыл мезгилинин баардык убагында бирдей таралат. Бирок, күн нурунун жантаюусунун

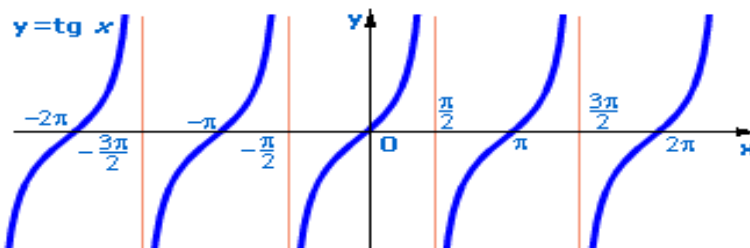
натыйжасында, алар жер бетине ар кандай жылуулук берет. Баарынан көбүрөөк нурдун тик ылдый түшкөн аймагында жылуулук көп берилет. Башкача айтканда, жер бетине түшкөн нур канчалык кичине бурчту түзсө, ошол жерде жылуулук аз болот.

- Так эле ушунун өзүн эс алуучу жайда колдонушат, алар күнгө күйгөндө (загар) тапчандарын ушундай шартта жайгаштырат. Башкача айтканда, күндүн нуру тапчандагы перпендикулярдуу бетке мүмкүн болушунча жантайып тийүүсү керек.



Балыктын суудагы кыймылы – бул синус жана косинус законуна туура келет. Эгерде чекитти балыктын куйругунда жайгашкан десек жана анын кыймылынын траекторисын карасак, балыктын сүзүп бара

жаткандагы формасы бизге  $y = \text{tg} x$  функциясынын графигин эске салат. Демек, сууда балыктар да тангенс функциясынын графиги боюнча кыймылды берерин төмөндөгү сүрөттөн көрө аласыздар.



**Буюмдун бийиктигин аныктоо.**

Карап көрөлү, бизге кандайдыр бир буюмдун бийиктигин аныктоо керек болсун, мисалы телефон карагайынын бийиктиги  $A_1C_1$  деп алабыз. Ал үчүн ошол карагайдан кандайдыр бир шыргый (спорттук секирүүчү) бирдик аралыкка  $AC$  айлануучу планканы (жука, энсиз тактай же металл калакча) карагайдын жогорку чекити болгон  $A_1$  менен туташтырабыз. Белгилей кетели,  $A_1A$  түз сызыгынын жер бетиндеги кесилиши  $B$  чекити болот. Тик бурчтуу үч бурчтуктар  $A_1C_1B$  жана  $ACB$  үч бурчтуктардын биринчи окшоштук белгилери боюнча окшош болушат.

$$(\angle C = \angle C = 90^\circ, \angle B - \text{жалпы}).$$

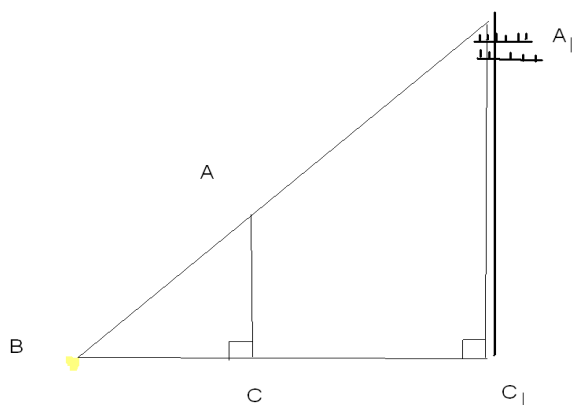
Үч бурчтуктардын окшоштук белгилеринин негизинде:

1)  $BC_1$  жана  $BC$  кесиндилеринин аралыктарын ченеп,  $AC$  шыргыйынын узундугун билүүгө болот, алынган формуланын негизинде  $A_1C_1$  телефон карагайынын бийиктигин алабыз. Эгер, мисалга алсак,  $BC_1 = 6,3$  м,  $BC = 2,1$  м,  $AC = 1,7$  м болсо, анда окшоштук коэффициенти боюнча:

$$\frac{A_1C_1}{AC} = \frac{BC_1}{BC}, \quad \text{мында} \quad A_1C_1 = \frac{AC \times BC_1}{BC}$$

$$AC = \frac{1,7 \times 6,3}{2,1} = 5,1 \text{ м.}$$

Жете алгыс чекитке чейинки аралыкты аныктоо:



Карап көрөлү, бизге пункт  $A$  дан жете алгыс пункт  $B$  га чейинки аралыкты аныктоо керек болсун. Бул үчүн жайлуу  $C$  чекитин тандап алабыз,  $AC$  кесиндисин ченеп коёбуз. Андан кийин астролябиянын жардамы менен  $A$  жана  $C$  бурчтарын ченейбиз. Кагаз

бетине кандайдыр бир үч бурчтукту тургузабыз  $A_1B_1C_1$ , ошондой эле ушул үч бурчтуктун  $A_1B_1$  жана  $AC_1$  жактарынын узундуктарын ченейбиз. Ошондой эле,  $ABC$  үч бурчтугу  $A_1B_1C_1$  үч бурчтугуна пропорционалдуу, анда

$$\angle A_1 = \angle A, \angle C_1 = \angle C,$$

Белгилүү узундуктардын негизинде  $AC$ ,  $A_1C_1$  жана  $A_1B_1$ ,  $AB$  аралыгын таап алабыз. Эсептөөнү жөнөкөйлөтүү үчүн  $A_1B_1C_1$  үч бурчтугун тургузуу ыңгайлуу, эмне болсо да  $A_1C_1:AC = 1:1000$ .

Мисалы, эгер  $AC = 130$  м, анда  $A_1C_1$  аралыгы 130 ммге барабар деп алабыз. Мындай шартта:

$$\frac{AB}{A_1B_1} = \frac{AC}{A_1C_1}, \quad \text{мында}$$

$$AB = \frac{AC}{A_1C_1} \times A_1B_1 = 1000 \times A_1B_1,$$

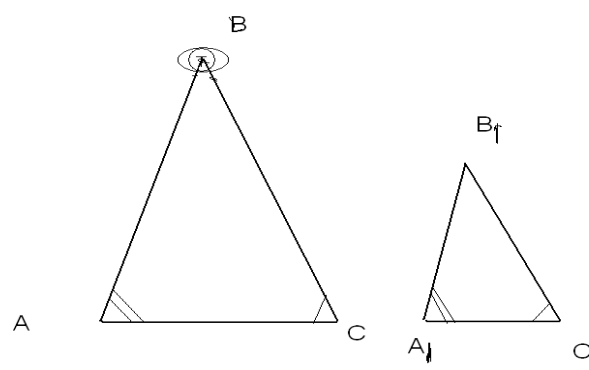
$$AB = \frac{AC \times A_1B_1}{A_1C_1}.$$

Ошондуктан,  $A_1B_1$  миллиметр менен аралыгын ченеп, биз  $AB$  аралыгын метр менен алабыз.

Үч бурчтук тургузабыз  $A_1B_1C_1$ , мында:  $\angle A_1 = 73^\circ$ ,  $\angle C_1 = 58^\circ$ ,  $A_1C_1 = 130$  мм.

$A_1B_1$  кесиндисин ченейбиз, ал 153 мм ге барабар болот, ошондуктан издеп жаткан аралык 153 мге барабар.

$$AC = 130 \text{ м}, \angle A = 73^\circ, \angle C = 58^\circ.$$

**Биологиядагы тригонометрия.**

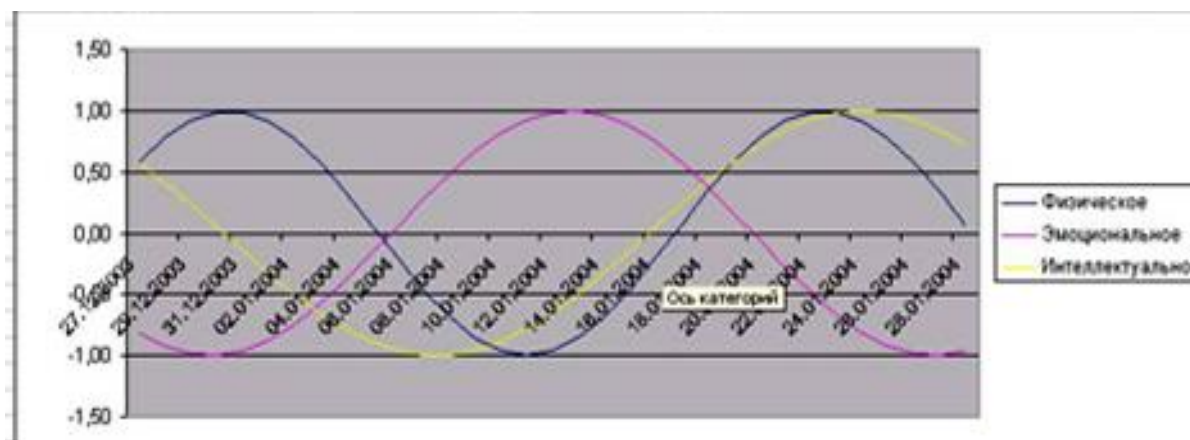
Кайсы биологиялык процесс тригонометрия менен байланышат?

☉ Тригонометрия медицинада негизги ролду

ойнойт. Ирандык окумуштуулар жүрөктүн формуласын ачкан – алгебралык-тригонометриялык теңдештикти камтыйт, алар 8 туюнтма, 32 коэффициенттен жана 33 негизги параметрлерден турат, дагы бир нече кошумча ритмалуу учурларды эсепке алууга болоорун айтышкан.

© Биологиялык ритмдер, биоритмдердин тригонометрия менен байланышы.

#### Биоритмдердин модели:



Мектепте окуучуларга эреже, формула менен бирге эле жогоруда көрсөтүлгөн сыяктуу турмушка байланышкан мисалдар аркылуу билим ала алышат, “Көп уккандан, бир көргөн”, – деген макал сыяктуу, балдардын эсине көпкө сакталаары анык. Демек, тригонометриянын өнүгүү жолу чексиз, ал башка илимдерге көз каранды эмес, тескерисинче башка илимдер тригонометрияга муктаж.

**Жыйынтыктап айтканда,** турмуштук мисалдар негизинен окуучулардын тригонометриялык билимге болгон кызыгуусун арттырат.

#### Адабияттар:

1. Гусев В.А., Литвиненко В.Н., Мордкович А.Г. Практикум по элементарной математике. Геометрия. – М.: Просвещение, 1992.

Биоритмдер менен тригонометриянын байланышы:

➤ Биоритмдерди тригонометриялык функциялардын графиктеринин жардамы менен тургузууга болот.

Бул үчүн адамдардын туулган күнүн, айын жана жылын киргизүү керек (күн, ай, жыл) жана маалыматын узактыгы.

2. Демидова Т.Е. Теория и практика решения текстовых задач [Текст]: учеб.пособие для пед.вузов / Т.Е. Демидова, А.П. Тонких. – М.: Академия, 2002. – 288 с.
3. Литвиненко В.Н. Практикум по элементарной математике: Алгебра. Тригонометрия: Учеб. Пособие для студентов физ.-мат. Спец. Пед. Ин-тов. – 2-е изд. перераб.и доп. / В.Н. Литвиненко, А.Г. Мордкович. – М.: Просвещение, 1991.
4. Торогельдиева К.М., Аликова А.М., Асанова Ж.К. Научные основы школьного курса математики. Учебное пособие для вуза. – Б., 2010
5. Атанасян Л.С. Геометрия. – 7-9 классы.
6. Төрөгелдиева К.М. Математиканын тарыхы. – Бишкек, 2003.
7. Энциклопедия юного математика. – 1987
8. Пухначёв Ю.В., Попов Ю.П. Учись применять математику.