

ПЕДАГОГИКА ИЛИМДЕРИ
ПЕДАГОГИЧЕСКИЕ НАУКИ
PEDAGOGICAL SCIENCES

Борбоева Г.М.

**БОЛОЧОК МАТЕМАТИКА МУГАЛИМИНИН
 МЕЙКИНДИК ОЙ ЖҮГҮРТҮҮСҮН КАЛЫПТАНДЫРУУГА
 КАРАТА МАСЕЛЕЛЕРДИ ТҮЗҮҮНҮН БИР ЖОЛУ**

Борбоева Г.М.

**СПОСОБ СОСТАВЛЕНИЯ ЗАДАЧ
 ФОРМИРОВАНИЯ ПРОСТРАНСТВЕННОГО МЫШЛЕНИЯ
 БУДУЩЕГО УЧИТЕЛЯ МАТЕМАТИКИ**

G.M. Borboeva

**A METHOD FOR COMPOSING TASKS
 FOR THE FORMATION OF SPATIAL THINKING
 OF A FUTURE MATHEMATICS TEACHER**

УДК: 13.00.02

Макалада окуучулардын мейкиндик ой жүгүртүүсүнүн өнүгүү деңгээлинин И.С. Якиманская тарабынан сунушталган негизги көрсөткүчтөрү: элестердин үстүнөн жүргүзүлүүчү амалдардын типтери (кыймыл, реконструкция, композиция), кеңдиги жана элестердин толуктугу жөнүндө маалыматтар кыскача баяндалды. Мектепте да, жожодо да геометриялык маселелер көбүнесе эсептөө мүнөзүнө ээ болуп, окуп-үйрөнүүчүлөрдүн (окуучулардын, студенттердин) эс тутумун активдештирүү максатын көздөгөндүктөн жана алардын мейкиндик ой жүгүртүүсүн калыптандырууга багытталган маселелерге жетишээрлик деңгээлде көңүл бурулбагандыктан, бул жерде «эллипсоид» түшүнүгүн калыптандыруу аркылуу болочок математика мугалиминин акыл-эсинин бул түрүнүн жогоруда айтылган көрсөткүчтөрүнүн деңгээлин аныктоого жана өнүктүрүүгө карата маселелердин сериясын түзүү жолу сунушталды. Мындай маселелердин сериясы окуп-үйрөнүүчүлөрдүн өнүгүү зоналарын (актуалдуу өнүгүү зонасы, жакынкы аралыкта өнүгүү зонасы, чыгармачыл өз алдынча өнүгүү зонасы) мүнөздөөчү үч этапка (билимдерди актуалдаштыруу; ой жүгүртүү; өздүк рефлексия) бөлүнүп, түзүлдү.

Негизги сөздөр: болочок мугалим, мейкиндик ой жүгүртүү, элестер, көрсөткүчтөр, геометриялык маселелер, эллипсоид, өнүгүү зоналары.

В статье кратко излагаются основные показатели уровня развития пространственного мышления обучающихся (школьников, студентов), предложенные И.С. Якиманской: типы (движение, реконструкция, композиция),

широта оперирования пространственными образами и полнота образов. В силу того, что задачи школьного курса геометрии и наряду с ними геометрические задачи вуза в основном являются задачами вычислительного характера и направлены на активизацию памяти обучающихся, а задачам, направленным на формирование пространственного мышления, уделяется мало внимания, здесь предложен способ составления серии задач на определение и развитие вышесказанных показателей будущих учителей математики на примере формирования понятия «эллипсоид». Серии таких задач проходят три этапа (актуализация знаний, осмысление, саморефлексия), характеризующих зоны развития (актуальная зона развития, зона ближайшего развития, зона творческого саморазвития) обучающегося.

Ключевые слова: будущий учитель, пространственное мышление, образы, показатели, геометрические задачи, эллипсоид, зоны развития.

The article briefly outlines the main indicators of the level of development of spatial thinking of students (schoolchildren, students), proposed by I.S. Yakimanskaya: types (movement, reconstruction, composition), the breadth of using spatial images and the completeness of images. Due to the fact that the tasks of the school geometry course and, along with them, the geometric tasks of the university are mainly tasks of a computational nature and are aimed at activating the memory of students, and little attention is paid to the tasks aimed at the formation of spatial thinking, here we propose a method for compiling a series of problems for determining and developing the above indicators of future mathematics teachers on the example of

forming the concept of "ellipsoid". A series of such tasks go through three stages (actualization of knowledge, comprehension, self-reflection), which characterize the development zones (actual zone of development, zone of near-term development, zone of creative self-development) of the students.

Key words: future teacher, spatial thinking, images, indicators, geometric tasks, ellipsoid, development zone.

Окуп-үйрөнүүчүлөрдүн (окуучулардын, студенттердин) мейкиндик ой жүгүртүүсүн геометрияны окутуу процессинде калыптандырууга негизги шарттардын бири болуп, мейкиндик элестерин жаратууга, алардын үстүнөн амалдарды жүргүзүү билгичтиктерин калыптандырууга багытталган маселелер (мисалдар, көнүгүүлөр, тапшырмалар ж.б.у.с.) саналат, о.э. мейкиндик ой жүгүртүү өзүн ушундай маселелерди чечүүдө көрсөтөт.

Жалпы билим берүү мектебинин жана жождун геометрия курсунда маселелер негизинен эсептөө мүнөзүнө ээ да, окуп-үйрөнүүчүлөрдүн мейкиндик ой жүгүртүүсүн өнүктүрүүгө багытталган маселелерге жакшы көңүл бурулбай келет.

Е.Н. Кабанова-Меллердин, И.Я. Каплуновичтин, Б.Ф. Ломовдун, А.П. Сорокундун, И.С. Якиманскаянын ж.б. изилдөөлөрүндө мейкиндик элестеринин үстүнөн амалдарды жүргүзө билүү жөндөмдүүлүгү ар адамда ар түрдүү экендиги, ошондой эле окуп-үйрөнүүчүлөр атайын түзүлгөн тапшырмаларды аткаруунун натыйжасында айтылган жөндөмдүүлүк боюнча айырмаланышы көрсөтүлгөн.

И.С. Якиманская окуучулардын мейкиндик ой жүгүртүүсүн өнүктүрүү маселесин чечүүгө өтө чоң салым кошкон. Ал «мейкиндик ой жүгүртүү – мейкиндик элестерин жаратууну жана ар түрдүү практикалык жана теориялык маселелерди чечүү процессинде алардын үстүнөн амалдарды аткарууну камсыз кылуучу акыл-эс ишмердигинин түрү» деп берет. Ал мейкиндик ой жүгүртүүнүн деңгээлин аныктоого жана өнүктүрүүгө карата маселелерди үч типке бөлгөн [1, 118-122-бб]. Мында маселелер графикалык көрсөтмөлүүлүктөргө таянылып түзүлгөн.

Мейкиндик элестеринин үстүнөн жүргүзүлүүчү амалдардын *биринчи тибинде* алгачкы элес кыймылга карата берилген маселени чечүү процессинде маселенин шартына жараша ойдо жайланыш абалын, б.а. көрүнүшүн өзгөртөт. Мындай өзгөрүү элестин мейкиндикте жайланыш абалына гана таасирин тийгизет да, анын түзүлүшүнүн өзгөчөлүгүн сактайт. Мейкиндик элестеринин үстүнөн жүргүзүлүүчү амалдардын *экинчи тибинде* берилген маселеде алгачкы элестин түзүлүшү өзгөртүлөт. Бул алгачкы элестин элемент-

терин ойдо өзгөртүп түзүүлөр (буруу, жылдыруу, кошуу, кесүү ж.у.с) аркылуу ишке ашат. Мында жаратылган элес алгачкы элеске такыр окшошпошу да мүмкүн. *Үчүнчү тибинде* алгачкы элес жаңы элес үчүн баштапкы негиз гана болуп берет. Мында жаңы элес алгачкы элесте бир нече өзгөртүп түзүүлөрдүн негизинде келип чыгат. Бул өзгөртүп түзүүлөр элестин жаңы композициясын, аны өзгөрүүгө дуушар кылуучу ой жүгүртүү амалдарынын чынжырчасын түзүшөт.

Ал эми И.Я. Каплунович бул типтерди маңызын чагылдыруучу шарттуу аталыштар менен кыскача, I типти – «Кыймыл», II типти – «Реконструкция», III типти – «Композиция» деп берген [2, 17-б.].

Мейкиндик ой жүгүртүүнүн эн жогорку деңгээли болуп, мейкиндик элестеринин үстүнөн үчүнчү типтеги маселелерди чече алуу деңгээли эсептелинет. Ошондуктан окуп-үйрөнүүчүлөрдүн акыл-эс ишмердигинин бул түрүн калыптандыруу үчүн акыркы типтеги маселелерди чечүүнү үйрөтүүгө маани берүү керек. Бирок окутуу практикасында мейкиндик ой жүгүртүү процессинде булардан башка да көрсөткүчтөргө: элестердин үстүнөн жүргүзүлүүчү амалдардын *кеңдигине* жана элестердин *толуктугуна* көңүл буруу зарыл болот.

Мейкиндик түспөлдөрүнүн үстүнөн амалдарды жүргүзүүнүн кеңдиги – бул элестердин үстүнөн иш аракеттерди (вербалдык, графикалык, белгилик, символдук ж.б.) каалагандай түрдө жүргүзө алуу дараметинин деңгээли менен аныкталат. Ар түрдүү көрсөтмөлүүлүктүн негизинде элестердин коддорун тынымсыз өзгөртүү мейкиндик ой жүгүртүүнүн мүнөздүү өзгөчөлүгү болуп эсептелинет [1, 126-б.]. Мисалы, чыныгы үч өлчөмдүү мейкиндиктен эки өлчөмдүүгө, кайра мындан үч өлчөмдүү мейкиндикке (геометриялык) өтүүнү айтууга болот.

Мейкиндик түспөлдөрүнүн толуктугу анын түзүлүшүн мүнөздөйт, б.а. андагы элементтердин тобун, элементтердин ортосундагы байланыштарды жана алардын динамикалык катыштарын аныктайт. Мейкиндик элестеринде элементтеринин (формасы, өлчөмү) курамы гана эмес, алардын мейкиндикте жайланыш абалы (тигил же бул эсептөө системасына карата) да чагылдырылат. Ошол эле кезекте мейкиндик элестеринин толуктугунун маанилүү мүнөздөмөсү болуп, анын кыймылдуулугу (динамикасы) саналат.

Элестин толуктугу, динамикалуулугунда чагылдуучу кеңдиги жана амалдарды жүргүзүү типтери мейкиндик ой жүгүртүүнүн өнүгүү деңгээлин мүнөздөйт.

Бир эле класста же студенттик тайпада түрдүү деңгээлдик мейкиндик ой жүгүртүүдөгү окуп-үйрөнүүчүлөр болушу анык. Ошондуктан мугалимге (окутуучуга) ар бир окуп-үйрөнүүчү үчүн анын деңгээлине жараша ар бир түшүнүккө карата жекече тапшырмалардын варианттарын түзө берүүгө физикалык жактан татаал. Бирок мугалим окуп-үйрөнүүчүдөн бир эле объектинин үстүнөн түрдүү өзгөртүп түзүүлөрдү аткарууну талап кылуучу, татаалдыгы жогорулатылган маселелерди бир нече пункта сунуштоо менен ишин жеңилдете алат. «Күчтүү» окуп-үйрөнүүчү биринчи жана экинчи деңгээлдеги тапшырмаларды жеңил эле аткара алат да, жогорку татаалдыктагыларына убактысы калат. «Алсызыраагы» ушул эле убакытта сунушталган тапшырмалардын татаалдыгы төмөнкү деңгээлдегилерин гана аткарып калат. Мында аткарылган иштин натыйжасына карап, мугалим ар биринин мейкиндик ой жүгүртүүсүнүн өнүгүү динамикасын ачык көрө алат. Ошого жараша артта калып жаткандары менен жекече иштөөнү пландаштыруу мүмкүнчүлүгүнө ээ болот.

Ошентип, окуп-үйрөнүүчүлөр мейкиндик ой жүгүртүүсүн ишке кириштирүүчү деңгээлдик маселелерди чече алуу жөндөмдүүлүгүнө жараша жогорку, ортоңку, төмөнкү деңгээлдеги мейкиндик ой жүгүртүүгө ээ деп бөлүнүшөт.

Студенттерге геометрияда «эллипсоид» түшүнүгүн калыптандыруу аркылуу мейкиндик ой жүгүртүүсүнүн деңгээлин диагностикалоо жана калыптандыруу үчүн түзүлгөн маселелерди сунуштайбыз. Мында мейкиндик ой жүгүртүүнү маселелер аркылуу калыптандыруу 3 этапта жүрөт.

1-этап. *Билимдерди актуалдаштыруу*

Маселе-1. Тик бурчтуу координаталар системасында:

1) Чоң огу 8, кичине огу 4 болгон γ эллипсинин теңдемесин тапкыла (элести жаратуу);

2) γ эллипсин координата башталышынын айланасында 90° жана -90° га бурууда пайда болгон эллипстин теңдемесин бергиле (I тип);

3) γ эллипсинин $M(0, 2)$ чекити аркылуу өткөн хордаларынын орто чекиттеринин геометриялык ордун тапкыла (II тип);

4) γ эллипсин $\vec{a}(2, 1)$ векторуна карата параллель жылдырып, коэффициенти (Ox) огуна карата $\frac{1}{2}$ болгон кысуу жүргүзүлдү. Пайда болгон сызыктын теңдемесин тапкыла жана сүрөттөлүшүн түзгүлө (III тип).

Мында 1) жана 2) мисалдарды студенттер «элестетүү» методу менен аткара алышат. Алардан эч

кандай көрсөтмөлүүлүктү пайдаланбоо талап кылынат. 3) мисалда графикалык көрсөтмөлүүлүккө таянууга болот, анда да бардык иш-аракеттер үчүн эмес. Мисалы, эллипсин графигин жана чекиттин абалын түзүүгө болот, бирок мында да берилген чекит аркылуу өткөн хордалардын кыймылын элестетүү аркылуу жүргүзүү талап кылынат. Ошентип, натыйжада студенттер берилген эллипс менен берилген чекитте ичтен жанышуучу, октору берилген эллипстин окторунун эки эсе кичине болгон, борбору берилген эллипстин кичине огунун жарымында жаткан эллипске ээ болушат. 4) мисалда эки өзгөртүп түзүү (параллель жылдыруу, кысуу) аткарылып жаткандыктан, студенттердин баарында эле жаратылган элестерди эс тутумунда сактап туруу жеңил боло бербейт. Ошондуктан мында графикалык көрсөтмөлүүлүктү пайдаланууга уруксат берүүгө болот. Ошондо да биринчи амал үчүн пайдаланып, экинчисин элестетүү аркылуу жүргүзүүнү талап кылууга болот. 3) жана 4) мисалдарда элестердин үстүнөн жүргүзүлүүчү амалдардын кендигин жана элестердин толуктугун да аныктоо камтылып кетти. Мында маалыматтарды интерпретациялоо жана бир эсептөө системасынан башкасына өтүү иш-аракеттери ишке ашууда. Андан сырткары бул мисалдар аркылуу мейкиндик ой жүгүртүүнү калыптандырууда графикалык көрсөтмөлүүлүктүн ролу жана пайдалануу орду көрсөтүлүүдө. Студенттердин мейкиндик ой жүгүртүүсүн геометрияда калыптандырууда көрсөтмөлүүлүктүн орду жана ролу [3, 4] эмгектерибизде кеңири баяндалган.

Студенттердин мейкиндик ой жүгүртүүсүнүн деңгээлин диагностикалоодо алардын ой жүгүртүү процессинин жүрүшүн түздөн-түз көзөмөлдөө мүмкүн эмес, ошондуктан берилген тапшырмаларды аткаруунун натыйжасын жазуу түрүндө берген жоопторуна өтө дыкаттык менен маани берүү керек болот. Себеби бир эле маселе студенттер тарабынан же студенттин өзү тарабынан ар түрдүү жолдор менен чечилүүсү мүмкүн. Мында маселенин чечиминен да, аны чечүү процессинин кандай жүргөндүгүн талдоо маанилүү.

Жогорудагы мисалдар «эллипсоид» түшүнүгүн гана эмес, анын көлөмү болгон «экинчи тартиптеги беттерди» калыптандыруу аркылуу студенттин мейкиндик ой жүгүртүүсүн калыптандыруу үчүн таяныч жана машыктыруучу маселелер катары кызмат кылат жана анын субъективдүү тажырыйбасына таянып, окутуу процессин ийгиликтүү уюштурууга мүмкүндүк берет.

2-этап. *Ой жүгүртүү*

«Эллипсоид» түшүнүгүн таанып-билүү процесинде логикалык таанып-билүү менен сезимдик таанып-билүүнүн өз ара аракет этүүсү, б.а. түшүнүктөн элестерге өтүү ишке ашат. Бул түшүнүктү калыптандыруунун «түшүнүктү колдонуунун» этабында студенттердин мейкиндик ой жүгүртүүсүн бир нече пункттан турган төмөндөгүдөй маселе аркылуу калыптандырууга шарт түзүүгө болот:

Маселе-2. Тик бурчтуу координаталар системасында

1) Октуру $a = 3, b = 2, c = \sqrt{6}$ болгон эллипсоиддин теңдемесин тапкыла (элести жаратуу);

2) $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} + \frac{z^2}{6} = 1$ эллипсоидинин координаттык тегиздиктер менен кесилишин аныктагыла (эллипсоиддин, аны менен координаттык тегиздиктердин кесилишинен пайда болгон эллипстердин элестерин жаратуу);

3) $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} + \frac{z^2}{6} = 1$ эллипсоидин (Oz) огунун айланасында 90° жана -90° га бурууда пайда болгон эллипсоиддин теңдемесин жазгыла (I тип);

4) $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} + \frac{z^2}{6} = 1$ эллипсоидинин $M(0, 2, 0)$ чекити аркылуу өткөн хордалардын орто чекиттеринин геометриялык ордун тапкыла (II тип);

5) $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} + \frac{z^2}{6} = 1$ эллипсоиди $\vec{a}(2, 1, 1)$ векторуна карата параллель жылдырылып, коэффициенти (Oxy) тегиздигине карата $\frac{1}{2}$, (Oxz)ге карата $\frac{2}{3}$, (Oyz) – $\frac{3}{4}$ болгон кысуу жүргүзүлдү. Пайда болгон беттин теңдемесин тапкыла жана сүрөттөлүшүн түзгүлө (III тип).

Мында мугалимге 1)-3) мисалдарды студенттерден «элестетүү» методу менен чыгарууну талап кылат, себеби Маселе-1 де буларга аналогиялуу мисалдар чыгарылган. Анын үстүнө бул түшүнүк геометрия курсунун акырагында өздөштүрүлүп жаткандыктан, студенттерде бул метод менен иштөө көндүмү кандайдыр бир деңгээлде калыптанып калган болот (эгерде мугалим курстун башынан баштап, ушул методду максатка ылайык пайдаланып келе жаткан болсо). 4) жана 5) мисалдар да Маселе-1деги мисалдардын мейкиндиктеги аналогу болуп жатканы менен студенттердин көпчүлүгү мейкиндик элестетүүдө кыйнала түшөөрүн айтууга болот. Ошондуктан мында графикалык көрсөтмөлүүлүктү пайдаланууга уруксат берилет. Ошентсе да алардын ичинен 4) мисалды чиймени пайдаланбай элестетүү менен чыгарып койгону чыгат. Бирок 5) мисалга келгенде студенттердин

(бул мисалга чейин жетип келгендери) дээрлик баары көрсөтмөлүүлүктүн графикалык түрүн пайдаланышат.

3-этап. *Өздүк рефлексия*

Студенттин сабактан сырткары өз алдынча ишмердиги үчүн жогорудагы маселенин татаалдыгын жогорулатуу менен төмөндөгүдөй маселени сунуштоого болот.

Маселе-3. Тик бурчтуу координаталар системасында

1) Октуру 10, 6, 8 болгон эллипсоиддин теңдемесин тапкыла (элести жаратуу);

2) $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{4} + \frac{z^2}{16} = 1$ эллипсоиди берилди. Координаталар системасы (Oy) огунун айланасында 90° га бурулду. “Жаңы” координаталар системасында берилген эллипсоидинин теңдемесин тапкыла (I тип);

3) $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{4} + \frac{z^2}{16} = 1$ эллипсоидинин $M(0, 2, 0)$ чекити аркылуу өткөн жаңыма тегиздиги $\vec{a}(0, -1, 0)$ векторуна карата параллель жылдырылды. Эллипсоид менен “жаңы” тегиздиктин кесилишин тапкыла (II тип);

4) $\frac{(x-1)^2}{12} + \frac{(y+2)^2}{8} + \frac{(z-2)^2}{4} = 1$ эллипсоиди мейкиндикти $\vec{a}(2, 1, 1)$ векторуна карата параллель жылдыруудан, коэффициенти (Oxy) тегиздигине карата $\frac{2}{3}$, (Oxz)ге карата $\frac{1}{2}$, (Oyz) – $\frac{1}{2}$ болгон кысуу жүргүзүлгөндөн алынды. Баштапкы эллипсоидинин теңдемесин тапкыла жана сүрөттөлүшүн түзгүлө (III тип).

Студенттердин өз алдынча ишмердиги сабакта өтүлгөн материалды бышыктоону, кайталоону, толуктоону гана ишке ашырбастан, өзүнө-өзү билим берүүгө, өзүн-өзү өнүктүрүүсүн козгоочу өздүк рефлексия жүргүзүү жөндөмдүүлүгүн калыптандырууга да шарт түзөт.

Ошентип, сунушталган маселелердин сериясы тиешелүү түрдө студенттердин актуалдуу өнүгүүсүнүн (студенттин өз алдынча аткарууну билген иш-аракеттери), жакынкы аралыкта өнүгүүсүнүн (студенттин окутуучунун жардамы менен аткара алган иш-аракеттери) жана чыгармачыл өздүк өнүгүүсүнүн (өз алдынча жаңыдан үйрөнүлүүчү жана аткарылуучу иш-аракеттер) зоналарын аныктоого жана кеңейтүүгө да шарт түзөт. Ошондой эле бул ой жүгүртүүнү машыктырууга карата иштелип чыккан маселелер окуп үйрөнүүчүлөргө геометриялык мейкиндикти өздөштүрүүнү уюштуруунун негизги принциптери менен

таанышууну; чыныгы жана геометриялык мейкиндиктердин ортосундагы айырмачылыктарды билүүнү; мейкиндиктин топологиялык, проективдик, метрикалык касиеттерин жана катыштарын өзүнө бириктирүүчү жалпыланган элестерди калыптандырууну; мейкиндик элестерди жаратуунун жана алардын үстүнөн амалдарды жүргүзүүнүн түрдүү жолдорун активдештирүүнү; түшүнүктүк билимге таянып, анализдин, жалпылоонун, салыштыруунун негизинде геометриялык фигураларды классификациялоону шарттоочу негизги логикалык амалдарга ээ болууну камсыз кылат.

Адабияттар:

1. Якиманская И.С. Развитие пространственного мышления учащихся. - М.: 1980. - 220 с.
2. Каплунович И.Я. Развитие пространственного мышления школьников в процессе обучения математике: Учебное пособие. - Новгород: НРЦРО, 1996. - 100 стр.
3. Борбоева Г.М. Роль и место изображений геометрических фигур в формировании пространственного мышления студентов // Наука, новые технологии и инновации Кыргызстана. - 2019. - № 11. - С. 186-191.
4. Борбоева Г.М. Место наглядности в развитии пространственного мышления будущих учителей математики // Научное обозрение. Педагогические науки. - 2020. - №2. - С. 54-59.