DOI:10.26104/NNTIK.2019.45.557

НАУКА, НОВЫЕ ТЕХНОЛОГИИ И ИННОВАЦИИ КЫРГЫЗСТАНА, № 10, 2020

МАТЕМАТИКА ИЛИМДЕРИ

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ НАУКИ

MATHEMATICAL SCIENCES

Таалайбеков Н.Т.

ҮЧ МҮНӨЗДӨӨЧҮСҮ БАР ТӨРТҮНЧҮ ТАРТИПТЕГИ ГИПЕРБОЛИКАЛЫК ТЕҢДЕМЕЛЕР ҮЧҮН БИЦАДЗЕ-САМАРСКИЙ ТИБИНДЕГИ МОДИФИЦИКАЦИЯЛАНГАН МАСЕЛЕЛЕР

Таалайбеков Н.Т.

О МОДИФИЦИРОВАННОЙ ЗАДАЧЕ ТИПА БИЦАДЗЕ-САМАРСКОГО ДЛЯ ГИПЕРБОЛИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЙ ЧЕТВЕРТОГО ПОРЯДКА С ТРЕХКРАТНЫМИ ХАРАКТЕРИСТИКАМИ

N.T. Taalaybekov

ON A MODIFIED BITSADZE-SAMARSKY TYPE PROBLEM FOR FOURTH-ORDER HYPERBOLIC EQUATIONS WITH THREE-FOLD CHARACTERISTICS

УДК: 517.95

Кийинки жылдарда гиперболикалык типтеги тендемелерге коюлган Бицадзе-Самарский тибиндеги локалдык эмес маселелерди изилдөө интенсивдүү өнүгүп жатат. Бул изилдөөлөрдүн актуалдуулугун математикалык физиканын теңдемелери үчүн классикалык маселелерди жалпылоо жана практикалык колдонуштарынын маанилүүгү менен негиздөөгө болот. Локалдык эмес маселелер грунт алдындагы суулардын филтрациясын, каналдагы суюктуктардын кыймылын, өткөргүчтөгү электрдик термелүүлөрдү, объектеги жылуулуктарды жана массаларды ташуу маселелерин математикалык моделдештирүүдө кездешет. Бул макалада үч мүнөздөөчүсү бар төртүнчү тартиптеги гиперболикалык теңдеме үчүн Бицадзе-Самарский тибиндеги модификацияланган маселелерди изилдөө каралган. Макаланын негизги максаты Бицадзе-Самарский тибиндеги модификацияланган локалдык эмес маселелерди локалдык маселелерге келтирип, коррективдүүлүгүн Риман функциясы усулунун жардамында далилдөөнү демонстрациялоо болуп саналат. Макалада Бицадзе-Самарский маселесинин аналогу болгон локалдык эмес маселе каралган. Биздин учурда коюлган локалдык эмес маселе локалдык маселеге келтирилген, тактап айтканда Гурстун маселесине келтирилген.

Негизги сөздөр: *гиперболикалык теңдеме, локалдык эмес маселе, Риман функциясы, интегралдык теңдеме, Гурстун маселеси, Кошинин маселеси, функциянын үзүлүүсү, чечимдин жашашы, чечимдин жалгыздыгы.*

Исследование нелокальных задач для гиперболических и смешанного типов особенно интенсивно. Задачи, рассмотренные, нами относятся к этим типам. Актуальность можно обосновать как теоретического обобщения классических задач для уравнений математической физики и прикладным значением, они связаны с задачами фильтрации грунтовых вод, движение жидкости в канале, газовой динамики, теории упругости, теории оболочек, теории плазмы, математической биологии и многими другими вопросами механики. В статье рассматриваются модифицированные краевые задачи типа Бицадзе-Самарского для гиперболических уравнений четвертого порядка с трехкратными характеристиками. Основной целью статьи является демонстрация метода функции Римана, позволяющего доказать разрешимости нелокальной задачи. Рассматривается нелокальная краевая задача, являющаяся аналогом задачи Бицадзе-Самарского. В нашем случае задачу удается свести к локальной краевой задаче, точнее к задаче Гурса. Исследованию разрешимости модифицированной задачи Бицадзе-Самарского и посвящена данная статья.

Ключевые слова: *гиперболическое уравнение, нелокальная задача, функция Римана, интегральное уравнение типа, задача Гурса, Задача Коши, разрыв функции, существование решение, единственность решение.*

Research on non-local problems for hyperbolic and mixed-type equations is particularly intensive. The tasks considered by us belong to these types. The article deals with the modified boundary value problems of the Bitsadze-Samara type for hyperbolic equation of the fourth order with three-fold characteristics. The main purpose of the article is to demonstrate the method of the Riemann function,

DOI:10.26104/NNTIK.2019.45.557

which allows to reduce the nonlocal problem to local problems and to prove the solvability of the problem. The boundary-value nonlocal problem, which is an analogue of the Bitsadze-Samara problem, is considered. In our case, the problem can be reduced to a local boundary value problem, more precisely to the Goursat problem. The study of the solvability of the modified problems for the Bitsadze-Samarskiy and addressed in this article.

Key words: *hyperbolic equation, Ryman function, nonlocal problem, Riemann function, integral equation, Gurs problem, correctness of the problem.*

Введение. В настоящее время задачи с нелокальными условиями для уравнений в частных производных активно изучаются. В тех случаях, когда граница области протекания физического процесса недоступна для непосредственных измерений, дополнительной информацией, достаточной для однозначной разрешимости соответствующей математической задачи, могут служить нелокальные условия в виде типа Бицадзе-Самарского и в интегральной форме [6].

Краевым задачам с нелокальными краевыми условиями посвящено значительное число работ; первой в этом ряду стоит работы Бицадзе-Самарского, Самарского-Ионкина. Между тем некоторые из этих нелокальных краевых задач специальными приемами сводятся к локальным задачам. В данной работе методом функции Римана удался свести модифицированные задачи Бицадзе-Самарского к локальной задаче и доказана разрешимости данной задачи [3-5].

Задачи типа Бицадзе-Самарского для гиперболических уравнений четвертого порядка рассмотрены небольшое количество работ, причем в них рассмотрены лишь модельные уравнения. Отметим здесь работы А.С. Сопуева [1] и его учеников.

Постановка задачи. В области $D=\{0<x<\ell,\ 0<y<h\}$, где $D=\bigcup_{i=0}^{2}D_i,\ D_i=\{(x,y): x_i<x<x_{i+1},\ 0<y<h\},\ x_0=0, x_3=\ell,$

$i=\overline{0,2}$, для гиперболического уравнения четвертого порядка, коэффициен-ты которого терпят разрывы первого рода при переходе через линии $x=x_j, j=\overline{1,2},\ x\in[0,\ell]$.

$$L(u)\equiv u_{xxxy}(x,y)+\alpha_1(x,y)u_{xxx}(x,y)+\alpha_2(x,y)u_{xxy}(x,y)+\beta_1(x,y)\times$$
$$\times u_{xx}(x,y)+\beta_2(x,y)u_{xy}(x,y)+\gamma_1(x,y)u_x(x,y)+\gamma_2(x,y)u_y(x,y)+$$
$$+\delta(x,y)u(x,y)=f(x,y), \tag{1}$$

где

$$\alpha_j,\beta_j,\gamma_j,\delta,f\in C\big(\overline{D}\backslash(x=x_j,\ j=\overline{1,2})\big), \tag{2}$$

$$\alpha_{1xxx},\alpha_{2xxy},\beta_{1xx},\beta_{2xy},\gamma_{1x},\gamma_{2y}\in\overline{D}\backslash(x=x_j,\ j=\overline{1,2}), \tag{3}$$

$$M=\{u,u_x,u_{xx}\in C(\overline{D}),u_y,u_{xy},u_{xxx},u_{xxy}\in C(D)\},$$

рассмотрим модифицированные краевые задачи типа Бицадзе-Самарского.

Задача 1. Найти решение уравнения (1) в области $D\backslash(x=x_j,j=\overline{1,2}.)$, удовлетворяющее условиям:

$$u(0,y)=\lambda_0(y)u(\ell,y),\ \ 0\le y\le h, \tag{4}$$
$$u_x(0,y)=\lambda_1(y)u_x(\ell,y),\ \ 0\le y\le h, \tag{5}$$
$$u_{xx}(0,y)=\lambda_2(y)u_{xx}(\ell,y),\ \ 0\le y\le h, \tag{6}$$

начальным условиям:

$$u(x,0)=\psi_i(x),\ \ x_i\le x\le x_{i+1},\ i=0,1,2, \tag{7}$$

и условиям сопряжения на линии разрыва коэффициентов:

$$u(x_j-0,y)=u(x_j+0,y)=\tau_j(y),\ \ j=1,2, \tag{8}$$
$$u_x(x_j-0,y)=u_x(x_j+0,y)=\nu_j(y),\ j=1,2, \tag{9}$$

DOI:10.26104/NNTIK.2019.45.557

$$u_{xx}(x_j - 0, y) = u_{xx}(x_j + 0, y) = \mu_j(y),\ j = 1,2, \tag{10}$$

где $\psi_i(x), \lambda_i(y)\ \ i = \overline{0,2,}$ – заданные гладкие функции, причем

$$\psi_i(x_j) = \tau_j(0),\ \psi_i'(x_j) = \nu_j(0),\ \psi_i''(x_j)(x_j) = \mu_j(0),\ i = \overline{0,2},\ j = 1,2 \tag{11}$$

Разрешимость задачи докажем методом функции Римана.

Решение задачи ищем в виде:

$$u = u_i, \quad \text{в}\ D_i, i = \overline{0,2.}$$

Функция Римана. Сначала в области D_0 рассмотрим вспомогательную задачу для уравнения (1) с условиями (7), (8)-(10) ($i = 0, j = 1$).

Тогда известно, что определен формально сопряженный оператор $L^*(v)$ и имеет тождество, которое запишем в переменных [2]:

$$vL(u) - uL^*(v) = \frac{\partial Q}{\partial \xi} - \frac{\partial P}{\partial \eta}, \tag{12}$$

где

$$L^*(v_0) = v_{0\xi\xi\xi\eta} - (\alpha_1 v_0)_{\xi\xi\xi} - (\alpha_2 v_0)_{\xi\xi\eta} - (\beta_1 v_0)_{\xi\xi} - (\beta_2 v_0)_{\xi\eta} -$$
$$-(\gamma_1 v_0)_\xi - (\gamma_2 v_0)_\eta + \delta v_0, \qquad P = \left[v_{0\xi\xi\xi} - (\alpha_2 v_0)_{\xi\xi} - (\beta_2 v_0)_\xi - \gamma_2 v_0\right] u,$$
$$Q = v_0 u_{\xi\xi\eta} + \alpha_1 v_0 u_{\xi\xi} + \left[-v_{0\xi} + \alpha_2 v_0\right] u_{\xi\eta} + \left[-(\alpha_1 v_0)_\xi + \beta_1 v_0\right] u_\xi +$$
$$+\left[v_{0\xi\xi} - (\alpha_2 v_0)_\xi + \beta_2 v_0\right] u_\eta + \left[(\alpha_2 v_0)_{\xi\xi} - (\beta_1 v_0)_\xi + \gamma_1 v_0\right] u.$$

Функцией Римана оператора L в области D_0 назовем функцию $v_0(x, y; \xi, \eta)$, удовлетворяющую условиям [2]:

1) Функция $v_0(x, y; \xi, \eta) \in M$ по совокупности переменных $(x, y; \xi, \eta)$ на $\overleftarrow{D_0} \times \overleftarrow{D_0}$;
2) при каждой $(x, y) \in \overleftarrow{D_0}$ функция $v_0(x, y; \xi, \eta)$ удовлетворяет уравне-нию

$$L^*_{(\xi,\eta)}\big(v_0(x, y; \xi, \eta)\big) = 0,\ (\xi, \eta) \in D_0, \tag{13}$$

и условиям на характеристиках $\xi = x,\ \eta = y$

$$\begin{cases} v_0(x, y; \xi, \eta)|_{\xi=x} = 0, \quad v_{0\xi}(x, y; \xi, \eta)|_{\xi=x} = 0, \quad 0 \le \eta \le y, \\ v_{0\xi\xi}(x, y; \xi, \eta)|_{\xi=x} = \exp\left(\int\limits_y^\eta \alpha_1(x, \eta_1) d\,\eta_1\right), \qquad 0 \le \eta \le y, \\ v_0(x, y; \xi, y) = \omega(x, y, \xi), \qquad 0 \le \xi \le x, \end{cases} \tag{14}$$

где $\omega(x, y, \xi)$ – решение следующей задачи Коши:

$$v_{0\xi\xi\xi}(x, y; \xi, y) - \alpha_2(\xi, y) v_{0\xi\xi}(x, y; \xi, y) + \left[\beta_2(\xi, y) - 2\alpha_{2\xi}(\xi, y)\right] \times$$
$$\times v_{0\xi}(x, y; \xi, y) + \left[\beta_{2\xi}(\xi, y) - 2\alpha_{2\xi\xi}(\xi, y) - \gamma_2(\xi, y)\right] v_{0\xi}(x, y; \xi, y) = 0, \tag{15}$$
$$0 < \xi < x,$$

$$v_0(x, y; \xi, y)|_{\xi=x} = 0,\ v_{0\xi}(x, y; \xi, y)\big|_{\xi=x} = 0, \quad v_0(x, y; x, y) = 1. \tag{16}$$

Очевидно, что решение задачи Коши (15)-(16) существует и единственно. Тогда задачи типа Гурса для уравнения (1), с условиями (8)-(10), ($i = 0,\ j = 1$) в области D_0 имеет единственное решение, и имеет вид [2]:

DOI:10.26104/NNTIK.2019.45.557

$$u_0(x,y) = v_{0\xi\xi}(x,y;x,0)\psi_0(x) - \int_{x_1}^{x} A_1(x,y,\xi)\psi_0(\xi)d\xi +$$
$$+\int_0^y [v_0(x,y;x_1,\eta)\mu_1'(\eta) + \alpha_1(x_1,\eta)v_0(x,y;x_1,\eta)\mu_1(\eta) - B_1(x,y,\eta)\nu_1'(\eta) +$$
$$+C_1(x,y,\eta)\nu_1(\eta)+D_1(x,y,\eta)\tau_1'(\eta) + E_1(x,y,\eta)\tau_1(\eta)]d\eta -$$
$$-\int_{x_1}^{x} d\xi \int_0^y v_0(x,y;\xi,\eta)f(\xi,\eta)d\eta, \qquad (17)$$

Формула (17) является представлением решения задачи Гурса для уравнения (1) с условиями (7), (8)-(10) ($i = 0, j = 1$) в области D_0, где $\tau_1(\eta)$, $\nu_1(\eta)$, $\mu_1(\eta)$ - пока неизвестные функции.

Аналогично построив функции Римана, найдено решение вспомога-тельной задачи в области D_1 для уравнения (1) с условиями (7), (8) - (10), ($i = 1,\ j = 1$) в виде:

$$u_1(x,y) = v_{1\xi\xi}(x,y;x,0)\psi_1(x) - \int_{x_1}^{x} A_2(x,y,\xi)\psi_1(\xi)d\xi +$$
$$+\int_0^y [v_1(x,y;x_1,\eta)\mu_1'(\eta) + \alpha_1(x_1,\eta)v_1(x,y;x_1,\eta)\mu_1(\eta) - B_2(x,y,\eta)\nu_1'(\eta) +$$
$$+C_2(x,y,\eta)\nu_1(\eta)+D_2(x,y,\eta)\tau_1'(\eta) + E_2(x,y,\eta)\tau_1(\eta)]d\eta -$$
$$-\int_{x_1}^{x} d\xi \int_0^y v_1(x,y;\xi,\eta)f(\xi,\eta)d\eta. \qquad (18)$$

Формула (18) является представлением решения задачи Гурса для уравнения (1) с условиями (7), (8) - (10), ($i = 1,\ j = 1$) в области D_1 , где $\tau_1(\eta)$, $\nu_1(\eta)$, $\mu_1(\eta)$ - пока неизвестные функции.

Аналогично построив функции Римана, найдено решение вспомогательной задачи в области D_2 для уравнения (1) с условиями (7), (8) - (10) ($i = 2,\ j = 2$) в виде:

$$u_2(x,y) = v_{2\xi\xi}(x,y;x,0)\psi_2(x) - \int_{x_2}^{x} A_3(x,y,\xi)\psi_2(\xi)d\xi +$$
$$+\int_0^y [v_2(x,y;x_2,\eta)\mu_2'(\eta) + \alpha_1(x_2,\eta)v_2(x,y;x_2,\eta)\mu_2(\eta) - B_3(x,y,\eta)\nu_2'(\eta) +$$
$$+C_3(x,y,\eta)\nu_2(\eta)+D_3(x,y,\eta)\tau_2'(\eta) + E_3(x,y,\eta)\tau_2(\eta)]d\eta -$$
$$-\int_{x_2}^{x} d\xi \int_0^y v_2(x,y;\xi,\eta)f(\xi,\eta)d\eta, \qquad (19)$$

где в (17), (18), (19) через функции $A_k(x,y,\xi), B_k(y,\eta), C_k(y,\eta), D_k(y,\eta)$,

$E_k(y,\eta)$ обозначены в областях D_i при $x = x_j + 0, x = x_j - 0$, $i = 0,1,2$, $j = 1,2$, $k = 1,2,3$, в виде:

$$A_k(x,y,\xi) = v_{i\xi\xi\xi}(x,y;\xi,0) - \alpha_{2\xi\xi}(\xi,0)v_i(x,y;\xi,0) - 2\alpha_{2\xi}(\xi,0) \times$$

DOI:10.26104/NNTIK.2019.45.557

$$\times v_{i\xi}(x,y;\xi,0) - \alpha_2(\xi,0)v_{i\xi\xi}(x,y;\xi,0) + \beta_{2\xi}(\xi,0)v_i(x,y;\xi,0) +$$
$$+\beta_2(\xi,0)v_{i\xi}(x,y;\xi,0) - \gamma_2(\xi,0)v_i(x,y;\xi,0),$$
$$B_k(y,\eta) = v_{i\xi}(x,y;x_j,\eta) + \alpha_{2\xi}(x_j,\eta)v_i(x,y;x_j,\eta),$$
$$C_k(y,\eta) = -\alpha_{1\xi}(x_j,\eta)v_i(x,y;x_j,\eta) - \alpha_1(x_j,\eta)v_{i\xi}(x,y;x_i,\eta) +$$
$$+\beta_1(x_i,\eta)v_i(x,y;x_i,\eta),$$
$$D_k(y,\eta) = v_{i\xi\xi}(x,y;x_j,\eta) + \alpha_{2\xi}(x_j,\eta)v_i(x,y;x_j,\eta) - \alpha_2(x_j,\eta) \times$$
$$\times v_{i\xi}(x,y;x_j,\eta) + \beta_2(x_j,\eta)v_i(x,y;x_j,\eta),$$
$$E_k(y,\eta) = \alpha_{1\xi\xi}(x_j,\eta)v_i(x,y;x_j,\eta) + 2\alpha_{1\xi}(x_j,\eta)v_{i\xi}(x,y;x_j,\eta) +$$
$$\alpha_1(x_j,\eta)v_{i\xi\xi}(x,y;x_j,\eta) - \beta_{1\xi}(x_j,\eta)v_i(x,y;x_j,\eta) - \beta_1(x_j,\eta)v_{i\xi}(x,y;x_j,\eta) +$$
$$+\gamma_1(x_j,\eta)v_i(x,y;x_j,\eta).$$

Сведение задачи 1 к системе интегральных уравнений. Положив $x = 0$ в (17), $x = \ell$ в (19) и умножив обе части (19) на $\lambda_0(y)$, применив интегрирование по частям и обозначив все известные функции через $g_1(x,y)$, воспользовавшись условиям (4), условиям согласования (11) и после преобразования из (17), (19) имеем:

$$\begin{aligned}
&v_0(0,y;x_1,y)\mu_1(y) - B_1(0,y,y)\nu_1(y) + D_1(0,y,y)\tau_1(y) - \lambda_0(y) \times \\
&\times v_2(\ell,y;x_2,y)\mu_2(y) + \lambda_0(y)B_3(\ell,y,y)\nu_2(y) - \lambda_0(y)D_3(\ell,y,y)\tau_2(y) - \\
&-\int_0^y \big[(v_{0\eta}(0,y;x_1,\eta) + \alpha_1(x_1,\eta)v_0(0,y;x_1,\eta))\mu_1(\eta) - (B_{1\eta}(0,y,\eta) - \\
&\quad -C_1(0,y,\eta))\nu_1(\eta) + (D_{1\eta}(0,y,\eta) + E_1(0,y,\eta))\tau_1(\eta)\big]d\eta - \lambda_0(y) \times \\
&\times \Big(v_{2\eta}(\ell,y;x_2,\eta) + \alpha_1(x_2,\eta)v_2(\ell,y;x_2,\eta)\Big)\mu_2(\eta) - \lambda_0(y)(B_{3\eta}(\ell,y,\eta) - \\
&\qquad -C_3(\ell,y,\eta))\nu_2(\eta) + \lambda_0(y)(D_{3\eta}(\ell,y,\eta) + E_3(\ell,y,\eta))\tau_2(\eta)]d\eta = g_1(x,y),
\end{aligned} \tag{20}$$

где $g_1(x,y) = v_{0\xi\xi}(0,y;0,0)\psi_0(0) - \int_{x_1}^{0} A_1(0,y,\xi)\psi_0(\xi)d\xi -$

$$-\int_{x_1}^{0} d\xi \int_0^y v_0(0,y;\xi,\eta)f(\xi,\eta)d\eta - \lambda_0(y)\Big(v_{2\xi\xi}(\ell,y;\ell,0)\psi_2(\ell) +$$
$$+\int_{x_2}^{\ell} A_3(\ell,y,\xi)\psi_2(\xi)d\xi + \int_{x_2}^{\ell} d\xi \int_0^y v_2(\ell,y;\xi,\eta)f(\xi,\eta)d\eta\Big) +$$
$$+v_0(0,y;x_1,0)\mu_1(0) - B_1(0,y,0)\nu_1(0) + D_1(0,y,0)\tau_1(0) - \lambda_0(y) \times$$
$$\times (v_2(\ell,y;x_2,0)\mu_2(0) - B_3(\ell,y,0)\nu_2(0) + D_3(\ell,y,0)\tau_2(0)).$$

Дифференцируя (17), (19) по x и после дифференцирования положив $x = 0$ в (17), $x = \ell$ в (19) и умножив обе части (19) на $\lambda_1(y)$, применив интегрирование по частям и обозначив все известные

DOI:10.26104/NNTIK.2019.45.557

$$v_{0x}(0,y;x_1,y)\mu_1(y) - B_{1x}(0,y,y)\nu_1(y) + D_{1x}(0,y,y)\tau_1(y) - \lambda_1(y) \times$$
$$\times v_{2x}(\ell,y;x_2,y)\mu_2(y) + \lambda_1(y)B_{3x}(\ell,y,y)\nu_2(y) - \lambda_1(y)D_{3x}(\ell,y,y)\tau_2(y) +$$
$$+\int_0^y [(v_{0x\eta}(0,y;x_1,\eta) + \alpha_1(x_1,\eta)v_{0x}(0,y;x_1,\eta))\mu_1(\eta) - \big(B_{1x\eta}(0,y,\eta) +$$
$$+C_{1x}(0,y,\eta)\big)\nu_1(\eta) + (D_{1x\eta}(0,y,\eta) + E_{1x}(0,y,\eta))\tau_1(\eta) - \lambda_1(y) \times \tag{21}$$
$$\times (v_{2x\eta}(\ell,y;x_2,\eta) + \alpha_1(x_2,\eta)v_{2x}(\ell,y;x_2,\eta))\mu_2(\eta) - \lambda_1(y)\big(B_{3x\eta}(\ell,y,\eta) -$$
$$-C_{3x}(\ell,y,\eta)\big)\nu_2(\eta) - \lambda_1(y)(D_{3x\eta}(\ell,y,\eta) + E_{3x}(\ell,y,\eta))\tau_2(\eta)]d\eta = g_2(x,y),$$

где $g_2(x,y) = v_{0\xi\xi x}(0,y;0,0)\psi_0(0) + v_{0\xi\xi}(0,y;0,0)\psi_0'(0) -$

$$-\int_{x_1}^0 A_{1x}(0,y,\xi) \times \psi_0(\xi)d\xi - A_1(0,y,0)\psi_0(0) - \int_{x_1}^0 d\xi \int_0^y v_{0x}(0,y;\xi,\eta) \times$$
$$\times f(\xi,\eta)d\eta + \int_0^y v_0(0,y;0,\eta)f(0,\eta)d\eta - \lambda_1(y)(v_{2\xi\xi x}(\ell,y;\ell,0)\psi_2(\ell) +$$
$$+v_{2\xi\xi}(\ell,y;\ell,0)\psi_2'(\ell) - \int_{x_2}^{\ell} A_{3x}(\ell,y,\xi\psi_2(\xi)d\xi - A_3(\ell,y,\ell)\psi_2(\ell) -$$
$$-\int_{x_2}^{\ell} d\xi \int_0^y v_{2x}(\ell,y;\xi,\eta)f(\xi,\eta)d\eta + \int_0^y v_0(\ell,y;\ell,\eta)f(\ell,\eta)d\eta) +$$
$$+v_{0x}(0,y;x_1,0)\mu_1(0) - B_{1x}(0,y,0)\nu_1(0) + D_{1x}(0,y,0)\tau_1(0) - \lambda_1(y) \times$$
$$\times (v_{2x}(\ell,y;x_2,0)\mu_2(0) - B_{3x}(\ell,y,0)\nu_2(0) + D_{3x}(\ell,y,0)\tau_2(0)).$$

Функции через $g_2(x,y)$, воспользовавшись условиям (5), условиям согласования (11) и после преобразования из (17), (19) имеем:

Дважды дифференцируя (17), (19) по x и после дифференцирования положив $x = 0$ в (17), $x = \ell$ в (19) и умножив обе части (19) на $\lambda_2(y)$, применив интегрирование по частям и обозначив все известные функции через $g_3(x,y)$, воспользовавшись условиям (6), условиям согласования (11) и после преобразования из (17), (19) имеем:

$$v_{0xx}(0,y;x_1,y)\mu_1(y) - B_{1xx}(0,y,y)\nu_1(y) + D_{1xx}(0,y,y)\tau_1(y) - \lambda_2(y) \times$$
$$\times v_{2xx}(\ell,y;x_2,y)\mu_2(y) + \lambda_2(y)B_{3xx}(\ell,y,y)\nu_2(y) - \lambda_2(y)D_{3xx}(\ell,y,y) \times$$
$$\times \tau_2(y) + \int_0^y [(v_{0xx\eta}(0,y;x_1,\eta) + \alpha_1(x_1,\eta)v_{0xx}(0,y;x_1,\eta))\mu_1(\eta) -$$
$$-\Big(B_{1xx\eta}(0,y,\eta) + C_{1xx}(0,y,\eta)\Big)\nu_1(\eta) + \Big(D_{1xx\eta}(0,y,\eta) + E_{1xx}(0,y,\eta)\Big) \times$$
$$\times \tau_1(\eta) - \lambda_2(y)(v_{2xx\eta}(\ell,y;x_2,\eta) + \alpha_1(x_2,\eta)v_{2xx}(\ell,y;x_2,\eta))\mu_2(\eta) -$$
$$-\lambda_2(y)\Big(B_{3xx\eta}(\ell,y,\eta) + C_{3xx}(\ell,y,\eta)\Big)\nu_2(\eta) + \lambda_2(y)(D_{3xx\eta}(\ell,y,\eta) +$$
$$+E_{3xx}(\ell,y,\eta))\tau_2(\eta)]d\eta = g_3(x,y), \tag{22}$$

DOI:10.26104/NNTIK.2019.45.557

где
$$g_3(x,y) = v_{0\xi\xi xx}(0,y;0,0)\psi_0(0) + 2v_{0\xi\xi x}(0,y;0,0)\psi_0'(0) +$$
$$+v_{0\xi\xi}(0,y;0,0)\psi_0''(0) + \int_{x_1}^{0} A_{1xx}(0,y,\xi)\psi_0(\xi)d\xi + 2A_{1x}(0,y,0)\psi_0(0) +$$
$$+A_1(0,y,0)\psi_0'(0) - \int_{x_1}^{0} d\xi \int_0^y v_{0xx}(0,y;\xi,\eta)f(\xi,\eta)d\eta - 2\int_0^y v_{0x}(0,y;0,\eta) \times$$
$$\times f(0,\eta)d\eta + \int_0^y v_0(0,y;0,\eta)f'(0,\eta)d\eta - \lambda_2(y)(v_{2\xi\xi xx}(\ell,y;\ell,0)\psi_2(\ell) +$$
$$+2v_{2\xi\xi x}(\ell,y;\ell,0)\psi_2'(\ell) + v_{2\xi\xi}(\ell,y;\ell,0)\psi_2''(\ell) - \int_{x_2}^{\ell} A_{3xx}(\ell,y,\xi\psi_2(\xi)d\xi -$$
$$-2A_{3x}(\ell,y,\ell)\psi_2(\ell) + A_3(\ell,y,\ell)\psi_2'(0) - \int_{x_2}^{\ell} d\xi \int_0^y v_{2x}(\ell,y;\xi,\eta)f(\xi,\eta)d\eta -$$
$$-2\int_0^y v_{2x}(\ell,y;\ell,\eta)f(\ell,\eta)d\eta) + \int_0^y v_2(\ell,y;\ell,\eta)f'(\ell,\eta)d\eta) +$$
$$+v_{0xx}(0,y;x_1,0)\mu_1(0) - B_{1xx}(0,y,0)\nu_1(0) + D_{1xx}(0,y,0)\tau_1(0) - \lambda_2(y) \times$$
$$\times (v_{2xx}(\ell,y;x_2,0)\mu_2(0) + B_{3xx}(\ell,y,0)\nu_2(0) - D_{3xx}(\ell,y,0)\tau_2(0)).$$

Очевидно, что при $j = 1,2$ из (8), (9), (10) имеем следующие тождества:

$$u(x_1+0,y) + u(x_2+0,y) = \tau_1(y) + \tau_2(y), \tag{23}$$

$$u_x(x_1+0,y) + u_x(x_2+0,y) = \nu_1(y) + \nu_2(y), \tag{24}$$

$$u_{xx}(x_1+0,y) + u_{xx}(x_j+0,y) = \mu_1(y) + \mu_2(y), \tag{25}$$

Применив интегрирование по частям (18), (19), положив $x = x_1 + 0$ в (18), $x = x_2 + 0$ в (19) и учитывая (23), воспользовавшись условиям согласования (11), обозначив через $g_4(y)$ все известные функции, получим соотношение относительно пока неизвестных функций $\tau_1(\eta)$, $\nu_1(\eta)$, $\mu_1(\eta), \tau_2(\eta)$, $\nu_2(\eta)$, $\mu_2(\eta)$ в виде:

$$v_1(x_1,y;x_1,y)\mu_1(y) - B_2(x_1,y,y)\nu_1(y) - (1 - D_2(x_1,y,y))\tau_1(y) +$$
$$+v_2(x_2,y;x_2,y)\mu_2(y) - B_3(x_2,y,y)\nu_2(y) - (1 - D_3(x_2,y,y))\tau_2(y) +$$
$$+\int_0^y [(v_{1\eta}(x_1,y;x_1,\eta) + \alpha_1(x_1,\eta)v_1(x_1,y;x_1,\eta))\mu_1(\eta) - (B_{2\eta}(x_1,y,\eta) -$$
$$-C_2(x_1,y,\eta))\nu_1(\eta) + (D_{2\eta}(x_1,y,\eta) + E_2(x_1,y,\eta))\tau_1(\eta) +$$
$$+(v_{2\eta}(x_2,y;x_2,\eta) + \alpha_1(x_2,\eta)v_2(x_2,y;x_2,\eta))\mu_2(\eta) - (B_{3\eta}(x_2,y,\eta) -$$
$$-C_3(x_2,y,\eta))\nu_2(\eta) + ((D_{3\eta}(x_2,y,\eta) + E_3(x_2,y,\eta))\tau_2(\eta)]d\eta = g_4(x,y), \tag{26}$$

DOI:10.26104/NNTIK.2019.45.557

где $g_4(x,y) = -v_{1\xi\xi}(x_1,y;x_1,0)\psi_1(x_1) - v_1(x_1,y;x_1,0)\mu_1(0) +$

$+B_2(x_1,y,0)\nu_1(0) - D_2(x_1,y,0)\tau_1(0) + v_{2\xi\xi}(x_2,y;x_2,0)\psi_2(x_2) +$

$+v_2(x_2,y;x_2,0)\mu_2(0) - B_3(x_2,y,0)\nu_2(0) + D_3(x_2,y,0)\tau_2(0).$

Применив интегрирование по частям, и дифференцируя по x (18), (19), положив $x = x_1 + 0$ в (18), $x = x_2 + 0$ в (19), учитывая (24), воспользовавшись условиям согласования (11), обозначив через $g_5(y)$ все известные функции, получим соотношение относительно пока неизвестных функций $\tau_1(\eta)$, $\nu_1(\eta)$, $\mu_1(\eta), \tau_2(\eta)$, $\nu_2(\eta)$, $\mu_2(\eta)$ в виде:

$$
\begin{aligned}
&v_{1x}(x_1,y;x_1,y)\mu_1(y) - (1 + B_{2x}(x_1,y,y))\nu_1(y) + D_{2x}(x_1,y,y)\tau_1(y) + \\
&+v_{2x}(x_2,y;x_2,y)\mu_2(y) - \big(1 + B_{3x}(x_2,y,y)\big)\nu_2(y) + D_{3x}(x_2,y,y)\tau_2(y) + \\
&+\int_0^y \big[\big(v_{1x\eta}(x_1,y;x_1,\eta) + \alpha_1(x_1,\eta)v_{1x}(x_1,y;x_1,\eta)\big)\mu_1(\eta) - (B_{2x\eta}(x_1,y,\eta) - \\
&-C_{2x}(x_1,y,\eta))\nu_1(\eta) + (D_{2x\eta}(x_1,y,\eta) + E_{2x}(x_1,y,\eta))\tau_1(\eta) + \\
&+\big(v_{2x\eta}(x_2,y;x_2,\eta) + \alpha_1(x_2,\eta)v_{2x}(x_2,y;x_2,\eta)\big)\mu_2(\eta) - (B_{3x\eta}(x_2,y,\eta) - \\
&\qquad -C_{3x}(x_2,y,\eta))\nu_2(\eta) + (D_{3x\eta}(x_2,y,\eta) + E_{3x}(x_2,y,\eta))\tau_2(\eta)\big]d\eta = g_5(x,y),
\end{aligned}
\tag{27}
$$

$$
\begin{aligned}
&g_5(x,y) = -v_{1\xi\xi x}(x_1,y;x_1,0)\psi_1(x_1) - v_{1\xi\xi}(x_1,y;x_1,0)\psi_1'(x_1) - \\
&-A_2(x_1,y,x_1)\psi_1(x_1) - v_{1x}(x_1,y;x_1,0)\mu_1(0) + B_{2x}(x_1,y,0)\nu_1(0) - \\
&-D_{2x}(x_1,y,0)\tau_1(0) - \int_0^y v_1(x_1,y;x_1,\eta)f(x_1,\eta)d\eta + v_{2\xi\xi x}(x_2,y;x_2,0) \times \\
&\times \psi_2(x_2) + v_{2\xi\xi}(x_2,y;x_2,0)\psi_2'(x_2) + A_3(x_2,y,x_2)\psi_2(x_2) + \\
&+v_{2x}(x_2,y;x_2,0)\mu_2(0) - B_{3x}(x_2,y,0)\nu_2(0) + D_{3x}(x_2,y,0)\tau_2(0) + \\
&+\int_0^y v_{2x}(x_2,y;\xi,\eta)f(x_2,\eta)d\eta.
\end{aligned}
$$

Применив интегрирование по частям, дважды дифференцируя по x (18), (19), положив $x = x_1 + 0$ в (18), $x = x_2 + 0$ в (19), учитывая (25), воспользовавшись условиям согласования (11), обозначив через $g_6(y)$ все известные функции, получим соотношение относительно пока неизвестных функций $\tau_1(\eta)$, $\nu_1(\eta)$, $\mu_1(\eta), \tau_2(\eta)$, $\nu_2(\eta)$, $\mu_2(\eta)$ в виде:

$$
\begin{aligned}
&\big(-1 + v_{1xx}(x_1,y;x_1,y)\big)\mu_1(y) + B_{2xx}(x_1,y,y)\nu_1(y) + D_{2xx}(x_1,y,y)\tau_1(y) - \\
&\big(1 - v_{2xx}(x_2,y;x_2,y)\big)\mu_2(y) + B_{3xx}(x_2,y,y)\nu_2(y) + D_{3xx}(x_2,y,y)\tau_2(y) + \\
&+\int_0^y \big[\big(v_{1xx\eta}(x_1,y;x_1,\eta) + \alpha_1(x_1,\eta)v_{1xx}(x_1,y;x_1,\eta)\big)\mu_1(\eta) - \\
&-(B_{2xx\eta}(x_1,y,\eta) - C_{2xx}(x_1,y,\eta))\nu_1(\eta) + (D_{2xx\eta}(x_1,y,\eta) + E_{2xx}(x_1,y,\eta)) \times
\end{aligned}
$$

DOI:10.26104/NNTIK.2019.45.557

$$\times \tau_1(\eta) + \left(v_{2xx\eta}(x_2, y; x_2, \eta) + \alpha_1(x_2, \eta) v_{2xx}(x_2, y; x_2, \eta)\right)\mu_2(\eta) -$$
$$-(B_{3xx\eta}(x_2, y, \eta) - C_{3xx}(x_2, y, \eta))\nu_2(\eta) + (D_{3xx\eta}(x_2, y, \eta) +$$
$$+E_{3xx}(x_2, y, \eta))\tau_2(\eta)]d\eta = g_6(x, y), \tag{28}$$
$$g_6(x, y) = -v_{1\xi\xi xx}(x_1, y; x_1, 0)\psi_1(x_1) - 2v_{1\xi\xi x}(x_1, y; x_1, 0)\psi_1'(x_1) -$$
$$-v_{1\xi\xi}(x_1, y; x_1, 0)\psi_1''(x_1) - 2A_{2x}(x_1, y, x_1)\psi_1(x_1) - A_2(x_1, y, x_1)\psi_1'(x_1) -$$
$$-v_{1xx}(x_1, y; x_1, 0)\mu_1(0) + B_{2xx}(x_1, y, 0)\nu_1(0) - D_{2xx}(x_1, y, 0)\tau_1(0) -$$
$$-2\int_0^y v_{1x}(x_1, y; x_1, \eta) f(x_1, \eta) d\eta - \int_0^y v_1(x_1, y; x_1, \eta) f'(x_1, \eta) d\eta +$$
$$+v_{2\xi\xi xx}(x_2, y; x_2, 0)\psi_1(x_2) + 2v_{2\xi\xi x}(x_2, y; x_2, 0)\psi_1'(x_2) +$$
$$+v_{2\xi\xi}(x_2, y; x_2, 0)\psi_2''(x_2) + 2A_{3x}(x_2, y, x_2)\psi_1(x_2) + A_3(x_2, y, x_2)\psi_2'(x_2) +$$
$$+v_{2xx}(x_2, y; x_2, 0)\mu_1(0) - B_{3xx}(x_2, y, 0)\nu_2(0) + D_{3xx}(x_2, y, 0)\tau_2(0) +$$
$$+2\int_0^y v_{2x}(x_2, y; x_2, \eta) f(x_2, \eta) d\eta + \int_0^y v_2(x_2, y; x_2, \eta) f'(x_2, \eta) d\eta.$$

(20)-(22), (26)-(28) является замкнутой системой интегральных уравнений.

Для удобства введем следующие обозначение:

$$s_{11}(y) = D_1(0, y, y),\ s_{12}(y) = -B_1(0, y, y), s_{13}(y) = v_0(0, y; x_1, y),$$
$$s_{14}(y) = -\lambda_0(y) D_3(\ell, y, y),\ s_{15}(y) = \lambda_0(y) B_3(\ell, y, y), s_{16}(y) = -\lambda_0(y) \times$$
$$\times v_2(\ell, y; x_2, y), s_{21}(y) = D_{1x}(0, y, y), s_{22}(y) = -B_{1x}(0, y, y), s_{23}(y) =$$
$$= v_{0x}(0, y; x_2, y), s_{24}(y) = -\lambda_1(y) D_{3x}(\ell, y, y), s_{25}(y) = \lambda_1(y) B_{3x}(\ell, y, y),$$
$$s_{26}(y) = -\lambda_1(y) v_{2x}(\ell, y; x_2, y), \quad s_{31}(y) = D_{1xx}(0, y, y), \quad s_{32}(y) =$$
$$= -B_{1xx}(0, y, y), s_{33}(y) = v_{0xx}(0, y; x_1, y), s_{34}(y) = -\lambda_2(y) D_{3xx}(\ell, y, y),$$
$$s_{35}(y) = \lambda_2(y) B_{3xx}(\ell, y, y), s_{36}(y) = -\lambda_2(y) v_{2xx}(\ell, y; x_2, y), s_{41}(y) =$$
$$= -1 + D_2(x_1, y, y), s_{42}(y) = -B_2(x_1, y, y), s_{43}(y) = v_1(x_1, y; x_1, y),$$
$$s_{44}(y) = -1 + D_3(x_2, y, y), s_{45}(y) = -B_3(x_2, y, y), s_{46}(y) = v_2(x_2, y; x_2, y),$$
$$s_{51}(y) = D_{2x}(x_1, y, y), s_{52}(y) = -1 - B_{2x}(x_1, y, y), s_{53}(y) = v_{1x}(x_1, y; x_1, y),$$
$$s_{54}(y) = D_{3x}(x_2, y, y), s_{55}(y) = -1 - B_{3x}(x_2, y, y), s_{56}(y) = v_{2x}(x_2, y; x_2, y)$$
$$s_{61}(y) = D_{2xx}(x_1, y, y), s_{62}(y) = -B_{2xx}(x_1, y, y), s_{63}(y) = -1 +$$
$$+v_{1xx}(x_1, y; x_1, y), s_{64}(y) = D_{3xx}(x_2, y, y), s_{65}(y) = -B_{3xx}(x_2, y, y),$$
$$s_{66}(y) = -1 + v_{1xx}(x_2, y; x_2, y),$$
$$k_{11}(y, \eta) = D_{1\eta}(0, y, \eta) + E_1(0, y, \eta), k_{12}(y, \eta) = -B_{1\eta}(0, y, \eta) + C_1(0, y, \eta),$$
$$k_{13}(y, \eta) = v_{0\eta}(0, y; x_1, \eta) + \alpha_1(x_1, \eta) v_0(0, y; x_1, \eta), k_{14}(y, \eta) = -\lambda_0(y) \times$$
$$\times (D_{3\eta}(\ell, y, \eta) + E_3(\ell, y, \eta), k_{15}(y, \eta) = \lambda_0(y)\left(B_{3\eta}(\ell, y, \eta) + C_3(\ell, y, \eta)\right),$$

DOI:10.26104/NNTIK.2019.45.557

$k_{16}(y,\eta) = -\lambda_0(y)\left(v_{2\eta}(\ell,y;x_2,\eta) + \alpha_1(x_2,\eta)v_2(\ell,y;x_2,\eta)\right),$
$k_{21}(y,\eta) = D_{1x\eta}(0,y,\eta) + E_{1x}(0,y,\eta),\quad k_{22}(y,\eta) = -(B_{1x\eta}(0,y,\eta) +$
$+C_{1x}(0,y,\eta),\quad k_{23}(y,\eta) = v_{0x\eta}(0,y;x_1,\eta) + \alpha_1(x_1,\eta)v_{0x}(0,y;x_1,\eta),$
$k_{24}(y,\eta) = -\lambda_1(y)\left(D_{3x\eta}(\ell,y,\eta) + E_{3x}(\ell,y,\eta)\right),\quad k_{25}(y,\eta) = -\lambda_1(y) \times$
$\times\left(B_{3x\eta}(\ell,y,\eta) - C_{3x}(\ell,y,\eta)\right),\quad k_{26}(y,\eta) = -\lambda_1(y)(v_{2x\eta}(\ell,y;x_2,\eta) +$
$+\alpha_1(x_2,\eta)v_{2x}(\ell,y;x_2,\eta)),\quad k_{31}(y,\eta) = D_{1xx\eta}(0,y,\eta) + E_{1xx}(0,y,\eta),$
$k_{32}(y,\eta) = -\left(B_{1xx\eta}(0,y,\eta) + C_{1xx}(0,y,\eta)\right), k_{33}(y,\eta) = v_{0xx\eta}(0,y;x_1,\eta) +$
$+\alpha_1(x_1,\eta)v_{0xx}(0,y;x_1,\eta),\quad k_{34}(y,\eta) = -\lambda_2(y)(D_{3xx\eta}(\ell,y,\eta) +$
$+E_{3xx}(\ell,y,\eta)),\quad k_{35}(y,\eta) = -\lambda_2(y)\left(B_{3xx\eta}(\ell,y,\eta) - C_{3xx}(\ell,y,\eta)\right),$
$k_{36}(y,\eta) = -\lambda_2(y)(v_{2xx\eta}(\ell,y;x_2,\eta) + \alpha_1(x_2,\eta)v_{2xx}(\ell,y;x_2,\eta)),$
$k_{41}(y,\eta) = D_{2x\eta}(x_1,y,\eta) + E_{2x}(x_1,y,\eta), k_{42}(y,\eta) = -(B_{2x\eta}(x_1,y,\eta) -$
$-C_{2x}(x_1,y,\eta),\quad k_{43}(y,\eta) = v_{1x\eta}(x_1,y;x_1,\eta) + \alpha_1(x_1,\eta)v_{1x}(x_1,y;x_1,\eta),$
$k_{44}(y,\eta) = (D_{3x\eta}(x_2,y,\eta) + E_{3x}(x_2,y,\eta), k_{45}(y,\eta) = -(B_{3x\eta}(x_2,y,\eta) -$
$-C_{3x}(x_2,y,\eta)),\quad k_{46}(y,\eta) = v_{2x\eta}(x_2,y;x_2,\eta) + \alpha_1(x_2,\eta)v_{2x}(x_2,y;x_2,\eta),$
$k_{51}(y,\eta) = D_{2\eta}(x_1,y,\eta) + E_2(x_1,y,\eta),\quad k_{52}(y,\eta) = -(B_{2\eta}(x_1,y,\eta) -$
$-C_2(x_1,y,\eta)),\quad k_{53}(y,\eta) = v_{1\eta}(x_1,y;x_1,\eta) + \alpha_1(x_1,\eta)v_1(x_1,y;x_1,\eta),$
$k_{54}(y,\eta) = D_{3\eta}(x_2,y,\eta) + E_3(x_2,y,\eta),\quad k_{55}(y,\eta) = -(B_{3\eta}(x_2,y,\eta) -$
$-C_3(x_2,y,\eta)),\quad k_{56}(y,\eta) = v_{1\eta}(x_1,y;x_1,\eta) + \alpha_1(x_1,\eta)v_1(x_1,y;x_1,\eta),$
$k_{61}(y,\eta) = D_{2xx\eta}(x_1,y,\eta) + E_{2xx}(x_1,y,\eta), k_{62}(y,\eta) = -(B_{2xx\eta}(x_1,y,\eta) -$
$-C_{2xx}(x_1,y,\eta), k_{63}(y,\eta) = v_{1xx\eta}(x_1,y;x_1,\eta) + \alpha_1(x_1,\eta)v_{1xx}(x_1,y;x_1,\eta),$
$k_{64}(y,\eta) = D_{3xx\eta}(x_2,y,\eta) + E_{3xx}(x_2,y,\eta), k_{65}(y,\eta) = -(B_{3xx\eta}(x_2,y,\eta) -$
$-C_{3xx}(x_2,y,\eta), k_{66}(y,\eta) = v_{2xx\eta}(x_2,y;x_2,\eta) + \alpha_1(x_2,\eta)v_{2xx}(x_2,y;x_2,\eta)$

$$\boldsymbol{B}(x,y) = \begin{pmatrix} s_{11}(y) & s_{12}(y) & s_{13}(y) & s_{14}(y) & s_{15}(y) & s_{16}(y) \\ s_{21}(y) & s_{22}(y) & s_{23}(y) & s_{24}(y) & s_{25}(y) & s_{26}(y) \\ s_{31}(y) & s_{32}(y) & s_{33}(y) & s_{34}(y) & s_{35}(y) & s_{36}(y) \\ s_{41}(y) & s_{42}(y) & s_{43}(y) & s_{44}(y) & s_{45}(y) & s_{46}(y) \\ s_{51}(y) & s_{52}(y) & s_{54}(y) & s_{54}(y) & s_{55}(y) & s_{56}(y) \\ s_{61}(y) & s_{62}(y) & s_{63}(y) & s_{64}(y) & s_{65}(y) & s_{63}(y) \end{pmatrix},$$

$$\boldsymbol{K}(y,\eta) = \begin{pmatrix} k_{11}(y,\eta) & k_{12}(y,\eta) & k_{13}(y,\eta) & k_{14}(y,\eta) & k_{15}(y,\eta) & k_{16}(y,\eta) \\ k_{21}(y,\eta) & k_{22}(y,\eta) & k_{23}(y,\eta) & k_{24}(y,\eta) & k_{25}(y,\eta) & k_{26}(y,\eta) \\ k_{31}(y,\eta) & k_{32}(y,\eta) & k_{33}(y,\eta) & k_{34}(y,\eta) & k_{35}(y,\eta) & k_{36}(y,\eta) \\ k_{41}(y,\eta) & k_{42}(y,\eta) & k_{43}(y,\eta) & k_{44}(y,\eta) & k_{45}(y,\eta) & k_{46}(y,\eta) \\ k_{51}(y,\eta) & k_{52}(y,\eta) & k_{53}(y,\eta) & k_{54}(y,\eta) & k_{55}(y,\eta) & k_{56}(y,\eta) \\ k_{61}(y,\eta) & k_{62}(y,\eta) & k_{63}(y,\eta) & k_{64}(y,\eta) & k_{65}(y,\eta) & k_{66}(y,\eta) \end{pmatrix},$$

DOI:10.26104/NNTIK.2019.45.557

$$\boldsymbol{\Phi}(y) = \begin{pmatrix} \tau_1(y) \\ \nu_1(y) \\ \mu_1(y) \\ \tau_2(y) \\ \nu_2(y) \\ \mu_2(y) \end{pmatrix}, \ \boldsymbol{G}(x,y) = \begin{pmatrix} g_1(x,y) \\ g_2(x,y) \\ g_3(x,y) \\ g_4(x,y) \\ g_5(x,y) \\ g_6(x,y) \end{pmatrix},$$

тогда системы уравнений (23), (26), (29), (30), (31), (32) имеет вид:

$$\boldsymbol{B}(x,y)\boldsymbol{\Phi}(y) + \int_0^y \boldsymbol{K}(x,y,\eta)\boldsymbol{\Phi}(\eta)d\eta = \boldsymbol{G}(x,y). \qquad (29)$$

Разрешимость задачи 1. Отметим, что система уравнений (29) представляет собой замкнутую систему уравнений относительно функций

$\tau_1(y), \nu_1(y), \mu_1(y), \tau_2(y), \nu_2(y),\ \mu_2(y)$. Если выполняется условие

$$|\boldsymbol{B}(x,y)| \neq 0, \qquad (30)$$

то матрица $\boldsymbol{B}(x,y)$ невырожденная матрица, а система (29) является системой интегральных уравнений типа Вольтерра второго рода, допускающее единственное решение.

Итак, справедлива следующая

Теорема 1. Если выполняются условий (2)-(10) и (30) то в области $D\backslash(x = x_i, i = 1,2)$ решение задачи 1 существует и единственно в классе M.

Задача 2. Найти решение уравнения (1) в области $D\backslash(x = x_{i+1}, i = \overline{0, n-1}),\ x_0 < x_1 < x_2 < \cdots < x_{n-1}$, удовлетворяющее условиям (2)-(11) при $i = 0,1,2, \dots n-1, j = 1,2, \dots n-1$.

Разрешимость задачи 2 доказывается, аналогично продлив идеи задачи 1, методом функции Римана.

Литература:

1. Сопуев А. Краевые задачи для уравнений четвертого порядка и уравнений смешанного типа: Дисс. …докт. физ.-мат. наук: 01.01.02. - Бишкек, 1996. - 249 с.
2. Асылбеков Т.Д. Начально-краевые задачи для гиперболических уравнений четвертого порядка: Дисс. … канд. физ.-мат. наук: 01.01.02. - Бишкек, 2003. - 130 с.
3. Асылбеков Т.Д., Осмоналиев А.Б. Об обобщениях задачи типа Бицадзе-Самарского и Самарского-Ионкина для модельного гиперболического уравнения четвертого порядка с трехкратными характеристиками. // Исследования по интегро-дифференциальным уравнениям. - Бишкек: Илим, 2006. - Выпуск 34. - С. 164-168.
4. Асылбеков Т.Д., Нуранов Б.Ш., Таалайбеков Н.Т. Нелокальные краевые задачи типа Бицадзе-Самарского для гиперболического уравнения четвертого порядка с разрывными коэффициентами. // Республиканский научно-теоретический журнал «Наука, новые технологии и инновации Кыргызстана», №3. - Бишкек, 2019. - С. 11-17.
5. Асылбеков Т.Д., Нуранов Б.Ш., Таалайбеков Н.Т. Нелокальные краевые задачи с интегральными условиями для модельного гиперболического уравнения четвертого с трехкратными характеристиками. // Республиканский научно-теоретический журнал «Наука, новые технологии и инновации Кыргызстана», №3. - Бишкек, 2019. - С. 22-29.