DOI:10.26104/NNTIK.2019.45.557

Асанов А., Камбарова А.Д.

ВОЛЬТЕРРАНЫН САН ОГУНДА БИРИНЧИ ТҮРДӨГҮ СЫЗЫКТУУ ЭМЕС ИНТЕГРАЛДЫК ТЕНДЕМЕЛЕРИН ЧЫГАРУУДАГЫ РЕГУЛЯРИЗАЦИЯЛОО ПАРАМЕТРИН ТАНДОО

Асанов А., Камбарова А.Д.

ВЫБОР ПАРАМЕТРА РЕГУЛЯРИЗАЦИИ ПРИ РЕШЕНИИ НЕЛИНЕЙНЫХ ИНТЕГРАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ ВОЛЬТЕРРА ПЕРВОГО РОДА НА ОСИ

A. Asanov, A.D. Kambarova

SELECTION OF THE PARAMETER OF REGULARIZATION OF VOLTERRA NONLINEAR INTEGRAL EQUATIONS OF THE FIRST KIND ON THE AXIS

УДК: 7.968

Көйгөйдүн актуалдуулугу Вольтерранын сан огундагы биринчи түрдөгү сызыктуу эмес интегральдык теңдемелеринин чечимдерин регуляризациялоо жана чечимдеринин жалгыздыгын далилдөө үчүн жаңы ыкмаларды иштеп чыгуу муктаждыгы менен негизделген. Аталган статьяда Вольтерранын сан огундагы биринчи түрдөгү сызыктуу эмес интегралдык теңдемелерин чыгаруу үчүн регуляризациялоо параметрин тандоо каралган. Мындай теңдемелерди чыгаруу үчүн М. М. Лаврентьев боюнча регуляризациялоочу оператор тургузулган жана жалгыздык теоремасы далилденген. Жумуш теоретикалык мүнөзгө ээ. Сунушталган методдор жана анда алынган жыйынтыктар интегралдык теңдемелер теориясынын андан ары өнүгүүсүндө физикада (суюктуктардын бетиндеги толкундардын теориясы, спектроскопиянын маселелери, кристаллография, акустика, плазманын диагностикасы ж.б), геофизикада (гравиметриянын маселелери, сейсмиканын кинематикалык маселелери), механикада (конструкциянын термелүүсү), материал таануу (илешкектин ийкемдүүлүгүн изилдөө, сойлоочулук ж.б.), башкаруу теориясында (жылуулук берүү жана термелүү процесси менен оптималдык башкаруу, оптималдык сызыктуу фильтирлөөнүн маселелери) кеңири таралган. Интегралдык теңдемелердин колдонулуштары менен байланышкан, жаңы тармактар өнүгүүдө, айта кетсек биологиянын кээ бир бөлүмдөрү (эпидемиянын таралуусу жөнүндөгү маселе), иконика (бузулган сүрөттөрдү калыбына келтирүү), экономикалык илимдер (микро жана макроэкономиканын динамикалык моделдери, жумушчу орундарын бөлүштүрүүнү оптималдаштыруу маселелери).

Негизги сөздөр: *сызыктуу эмес, интегралдык, Вольтерранын теңдемеси, биринчи түрдөгү, чыгаруу, теорема далилденген, регуляризация, жалгыздык, параметрин тандоо, мисал.*

Актуальность проблемы обусловлена потребностями в разработке новых подходов для регуляризации и единственности решений нелинейных интегральных уравнений Вольтерра первого рода на оси. В данной статье рассмотрены решения выбора параметра регуляризации для решения нелинейных интегральных уравнений Вольтерра первого рода на оси. Для решения этого уравнения построен регуляризирующий оператор по М.М. Лаврентьеву и доказана теорема единственности. Работа носит теоретический характер. Предложенные методы и полученные в ней результаты могут быть использованы при дальнейшем развитии теории интегральных уравнений в классах некорректных задач, для численного решения систем интегральных уравнений Вольтерра первого рода на оси, возникающих в физике (теория волн на поверхности жидкостей, задачи спектроскопии, кристаллографии, акустики, анализа и диагностики плазмы и т. д.), геофизике (задачи гравиметрии, кинематические задачи сейсмики), механике (колебания конструкций), материаловедении (исследование вязкоупругости, ползучести и т. д.), теории управления (оптимальное управление процессами колебания и теплопередач, задача оптимальной линейной фильтрации). Развиваются новые направления, связанные с применением интегральных уравнений, в том числе некоторые раздели биологии (задача о распространении эпидемии), иконика (восстановление искаженного изображения), экономической науки (динамические модели микро- макроэкономики, задачи оптимизации распределения рабочих мест между отраслями).

Ключевые слова: *нелинейные, интегральные, уравнения Вольтерра, первого рода, решения, теорема доказана, регуляризация, единственность, выбор параметра, пример.*

DOI:10.26104/NNTIK.2019.45.557

The urgency of the problem is due to the need to develop new approaches for the regularization and uniqueness of solutions of non-linear Volterra integral equations of the first kind on the axis. This article discusses solutions to the choice of the regularization parameter for solving nonlinear Volterra integral equations of the first kind on the axis. To solve this equation, a regularizing operator was constructed according to M.M. Lavrentiev proved the uniqueness theorem. The work is theoretical. The proposed methods and the results obtained in it can be used in the further development of the theory of integral equations in classes of ill-posed problems, for the numerical solution of systems of Volterra integral equations of the first kind on the axis arising in physics (theory of waves on the surface of liquids, problems of spectroscopy, crystallography, acoustics, plasma analysis and diagnostics, etc.), geophysics (gravimetry problems, kinematic seismic problems), mechanics (structural vibrations), materials science (viscoelasticity research, creep ie, etc.), control theory (optimal control of the processes of vibration and heat transfer, the problem of optimal linear filtration). New directions are being developed related to the application of integral equations, including some sections of biology (the problem of spreading the epidemic), iconics (restoration of a distorted image), economic science (dynamic models of microeconomics, tasks of optimizing the distribution of jobs between sectors).

Keywords: *nonlinear, integrated, Voltaire's equation, the first sort, the decision, it is proved, regularization, uniqueness, parameter, on an axis, an example.*

Бир убакта төмөндөгүдөй тендемелерди карайбыз

$$\int_{-\infty}^{t} K(t,s,u(s))ds = f(t), \quad t \in (-\infty,\infty) \tag{1}$$

$$\varepsilon v(t,\varepsilon) + \int_{-\infty}^{t} K(t,s,v(s,\varepsilon))ds = f(t) + \varepsilon u(t_0), \tag{2}$$

мында $0 < \varepsilon$ -кичине параметр, $K(t,s,u)$ жана $f(t)$ - берилген функциялар, $u(t)$ жана $v(t,\varepsilon)$ - белгисиз функциялар, $u_0 = \lim\limits_{t\to-\infty} u(t) \in R$

Вольтерранын биринчи жана үчүнчү түрдөгү интегралдык теңдемелери үчүн түрдүү суроолор [1-6] жумуштарында изилденген. Атап айтканда, [4] жумушта Вольтерранын биринчи түрдөгү интегралдык теңдемелеринин системасы үчүн кесиндиде регуляризациялоочу оператор тургузулуп жана жалгыздык теоремалары далилденген. Берилген жумушта (1) теңдеменин чечимдери үчүн жалгыздык теоремасы далилденген жана регуяризациялоочу оператор тургузулган.

Бардык учурда

$$K(t,s,u) = K(t,s)u + K_1(t,s,u), (t,s,u)\epsilon G\times R, \tag{3}$$

Түрүндө аныкталсын деп алалы, мында G={(t,s):-∞<s≤t<+∞}.

Төмөндөгүдөй белгилөөлөрдү киргизебиз:

1) $C(-\infty,+\infty)$ аркылуу $(-\infty,+\infty)$ интервалында

$$\|u(t)\|_c = \sup_{(-\infty,\infty)} |u(t)|_c$$

Нормасы менен аныкталган, бардык үзгүлтүксүз жана чектелген $u(t)$ функцияларынын мейкиндигин белгилейбиз.

2) $L_1(-\infty,+\infty)$ аркылуу

DOI:10.26104/NNTIK.2019.45.557

$$\int_{-\infty}^{\infty}|u(t)|\,dt \prec \infty.$$

Шартын канааттандырган бардык $u(t)$ функцияларынын мейкиндигин белгилейбиз.

3) $C_0(-\infty,+\infty)$ аркылуу $\lim\limits_{t\to-\infty} u(t)=u_0\in R.$

$$\|u(t)\|_c = \sup_{t\in(-\infty,\infty)}|u(t)|.$$

Шарты аткарылган бардык $u(t)\in C(-\infty,+\infty)$ функцияларынын мейкиндигин белгилейбиз

4) $L_{1,loc}(-\infty,+\infty)$ аркылуу каалаган $T\in(-\infty,+\infty)$ үчүн

$$\int_{-\infty}^{T}|u(t)|\,dt \prec \infty.$$

барабарсыздыгы орун алган, бардык $u(t)$ функцияларынын мейкиндигин белгилейбиз.

3) $C_0^{\gamma}(-\infty,+\infty),\ 0\prec\gamma\le 1,$ аркылуукаалагандай $t_1,t_2\in(-\infty,+\infty)$ үчүн

$$|u(t_1)-u(t_2)|\le M_0\left|\int_{t_1}^{t_2}K(s,s)ds\right|^{\gamma},$$

Шарты аткарылган бардык $u(t)\in C_0(-\infty,+\infty)$ функцияларынын мейкиндигин белгилейбиз, мында M_0 - $t_1,t_2,$ ден көз каранды эмес, бирок $u(t)$ дан гана көз каранды болгон он турактуу, бардык $t\in(-\infty,+\infty).$ үчүн $u(t),K(t,t)\in L_{1,loc}(-\infty,+\infty)$ жана $K(t,t)\ge 0$.

Төмөндөгүдөй шарттар аткарылсын деп алалы:

а) Бардык $t\in(-\infty,+\infty)$ үчүн $K(t,t)\ge 0$

$$\int_{-\infty}^{t}|K(t,s)|\,ds\in C(-\infty,+\infty),K(t,t)\in L_{1,loc}(-\infty,+\infty)$$

б) каалаган $t_1,t_2\in(-\infty,+\infty)$

$$|K(t_1,s)-K(t_2,s)|\le l(s)\left|\int_{t_1}^{t_2}K(s,s)ds\right|,$$

Мында бардык $t\in(-\infty,+\infty),l(t)\in L_1(-\infty,+\infty).$ учун $0\le l(t)$

с) $t_2\ge t_1$ чоң болгон учурда каалаган $(t_1,s),(t_2,s)\in G$ жана

DOI:10.26104/NNTIK.2019.45.557

(t_1,s,u_1) ,(t_1,s,u_2), (t_2,s,u_1),$(t_2,s,u_2)\in G\times R$үчүн

$|K(t_1,s,u_1)-K_1(t_1,s,u_2)-K_1(t_2,s,u_1)+K_1(t_2,s,u_2)|\le l_1(s)|\int_{t_1}^{t_2}K(s,s)ds||u_1\text{-}u_2|$,

баалоосу туура, бардык (t,u)ϵR^2 үчүн $K_1(t,t,u)$=0 жана (t,s)$\in G$үчүн $K_1(t,s,0)$=0 [ ] жумушунда төмөнкү теорема далилденген.

Теорема. Айталы a), b), c) жана $u(t)\in C_0^{\gamma}(-\infty,+\infty)$, шарттары аткарылсын, мында $u(t)$ - (1) теңдеменин чечими. Анда (2) теңдеменин $\nu(t,\varepsilon)$ чечими $\varepsilon\to 0$ умтулганда (1) теңдеменин $u(t)$ чечимине жыйналат. Мына ошондуктан

$$\|\nu(t,\varepsilon)-u(t)\|_C\le M_2\varepsilon^{\gamma}, \tag{4}$$

Баалоосу туура

мында

$$M_2=M_0M_1\exp\left\{\int_{-\infty}^{\infty}[l(s)+l_1(s)]ds\right\},\forall t_1,t_2\epsilon(-\infty;+\infty),$$

$$|u(t_1)-u(t_2)|\le M_0\left|\int_{t_1}^{t_2}K(s,s)ds\right|^{\gamma},M_1=\sup_{\nu\ge 0}(e^{-\nu}\nu^{\gamma})+\int_0^{\infty}e^{-\nu}\nu^{\gamma}d\nu.$$

Андан ары

$$\|f(t)-f_\delta(t)\|=\sup_{t\in(-\infty,\infty)}|f(t)-f_\delta(t)|\le\delta,|u_0-u_{0\delta}|\le c_1\sqrt{\delta}, \tag{5}$$

орун алсын деп алалы, мында

δ жана c_1 - он турактуулар, $f_\delta(t)\in C_0(-\infty,+\infty),u_{0\delta}\in R.$

Төмөнкү теңдемени карайлы

$$\varepsilon v_\delta(t,\varepsilon)+\int_{-\infty}^{t}K(t,s,v_\delta(s,\varepsilon))ds=f_\delta(t)+\varepsilon u_{0\delta},\ t\in R \tag{6}$$

(2) ден , (6) ны кемитүү менен

$$\varepsilon\xi_\delta(t,\varepsilon)+\int_{-\infty}^{t}[K(t,s,v(s,\varepsilon))-K(t,s,v_\delta(s,\varepsilon))]ds=[f(t)-f_\delta(t)]+\varepsilon[u_0-u_{0\delta}], \tag{7}$$

Келип чыгат, мында

$$\xi_\delta(t,\varepsilon)=\nu(t,\varepsilon)-\nu_\delta(t,\varepsilon). \tag{8}$$

(7) ден

DOI:10.26104/NNTIK.2019.45.557

$$\xi_\delta(t,\varepsilon) = -\frac{1}{\varepsilon}\int_{-\infty}^{t} K(s,s)\xi_\delta(s,\varepsilon)ds - \frac{1}{\varepsilon}\int_{-\infty}^{t}[K(t,s)-K(s,s)]\,\xi_\delta(s,\varepsilon)ds$$

$$-\frac{1}{\varepsilon}\int_{-\infty}^{t}\left[K_1(t,s,v(s,\varepsilon)) - K_1(t,s,v_\delta(s,\varepsilon))\right]ds + \frac{1}{\varepsilon}[f(t)-f_\delta(t)] + [u_0 - u_{0\delta}] \qquad (9)$$

Ээ болобуз.

мындан $\left[-\frac{1}{\varepsilon}K(s,s)\right]$ ядросунун

$R(t,s,\varepsilon) = -\frac{1}{\varepsilon}K(s,s)e^{-\frac{1}{\varepsilon}\int_s^t K(\tau,\tau)d\tau}$ резольвентасын пайдаланып

$$\xi_\delta(t,\varepsilon) = -\frac{1}{\varepsilon}\int_{-\infty}^{t}[K(t,s)-K(s,s)]\,\xi_\delta(s,\varepsilon)ds - \frac{1}{\varepsilon}\int_{-\infty}^{t}\left[K_1(t,s,v(s,\varepsilon)) - K_1(t,s,v_\delta(s,\varepsilon))\right]ds +$$

$$+\frac{1}{\varepsilon}[f(t)-f_\delta(t)] + [u_0 - u_{0\delta}] + \int_{-\infty}^{t}\left(-\frac{1}{\varepsilon}\right)K(\tau,\tau)e^{-\frac{1}{\varepsilon}\int_\tau^t K(\tau,\tau)d\tau}\{-\frac{1}{\varepsilon}\int_{-\infty}^{\tau}[K(\tau,s -$$

$$-K(s,s)]\xi_\delta(s,\varepsilon)ds - \frac{1}{\varepsilon}\int_{-\infty}^{\tau}\left[K_1(\tau,s,v(s,\varepsilon)) - K_1(\tau,s,v_\delta(s,\varepsilon))\right]ds +$$

$$+\frac{1}{\varepsilon}[f(\tau)-f_\delta(\tau)] + [u_0 - u_{0\delta}]\}d\tau\,. \qquad (10)$$

алабыз.

Дирихленин формуласынын жардамында, акыркы теңдемени

$$\xi_\delta(t,\varepsilon) = \int_{-\infty}^{t} H(t,s,\varepsilon)\xi_\delta(s,\varepsilon)ds + \int_{-\infty}^{t} P(t,s,v(s,\varepsilon),v_\delta(s,\varepsilon),\varepsilon)ds + g(t,\varepsilon)$$

$$\xi_\delta(t,\varepsilon) = \int_{-\infty}^{t} H(t,s,\varepsilon)\xi_\delta(s,\varepsilon)ds + g(t,\varepsilon),\ t\in(-\infty,+\infty), \qquad (11)$$

Түрүндө жазабыз

мында

$$H(t,s,\varepsilon) = -\frac{1}{\varepsilon}\left[K(t,s)-K(s,s)\right] +$$

$$+\frac{1}{\varepsilon^2}\int_s^t K(\tau,\tau)e^{-\frac{1}{\varepsilon}\int_\tau^t K(\tau,\tau)d\tau}\left[K(\tau,s)-K(s,s)\right]d\tau,\ (\tau,s)\in G, \qquad (12)$$

DOI:10.26104/NNTIK.2019.45.557

$$P(t,s,v(s,\varepsilon),v_\delta(s,\varepsilon),\varepsilon) = -\frac{1}{\varepsilon}[K_1(t,s,v(s,\varepsilon))] - K_1(t,s,v_\delta(s,\varepsilon))] + + \frac{1}{\varepsilon^2}\int_s^t K(\tau,\tau)e^{-\frac{1}{\varepsilon}\int_\tau^t K(\tau,\tau)d\tau}$$

$$[K_1(\tau,s,v(s,\varepsilon)) - K_1(\tau,s,v_\delta(s,\varepsilon))]d\tau, \quad (13)$$

$$g(t,\varepsilon) = [u_0 - u_{0\delta}] + \frac{1}{\varepsilon}[f(t) - f_\delta(t)] - \\ + \frac{1}{\varepsilon}\int_{-\infty}^t K(\tau,\tau)e^{-\frac{1}{\varepsilon}\int_\tau^t K(\tau,\tau)d\tau}\left\{\left[\frac{1}{\varepsilon}(f(\tau) - f_\delta(\tau))\right] + [u_0 - u_{0\delta}]\right\}d\tau. \quad (14)$$

андан ары

$$\frac{1}{\varepsilon}\int_s^t K(\tau,\tau)e^{-\frac{1}{\varepsilon}\int_\tau^t K(\tau,\tau)d\tau}d\tau = 1 - e^{-\frac{1}{\varepsilon}\int_s^t K(\tau,\tau)d\tau}$$

$$\frac{1}{\varepsilon}\int_{-\infty}^t K(\tau,\tau)e^{-\frac{1}{\varepsilon}\int_\tau^t K(\tau,\tau)d\tau}d\tau = 1 - e^{-\frac{1}{\varepsilon}\int_{-\infty}^t K(\tau,\tau)d\tau},$$

Барабардыктарын колдонуп,

(13) жана (14) тон

$$H(t,s,\varepsilon) = -\frac{1}{\varepsilon}[K(t,s) - K(s,s)]e^{-\frac{1}{\varepsilon}\int_s^t K(\tau,\tau)d\tau} - \\ -\frac{1}{\varepsilon^2}\int_s^t K(\tau,\tau)e^{-\frac{1}{\varepsilon}\int_\tau^t K(\tau,\tau)d\tau}[K(t,s) - K(\tau,s)]d\tau, \quad (15)$$

$$P(t,s,v(s,\varepsilon),v_\delta(s,\varepsilon),\varepsilon) = -\frac{1}{\varepsilon}[K_1(t,s,v(s,\varepsilon)) - K_1(t,s,v_\delta(s,\varepsilon))]\, e^{-\frac{1}{\varepsilon}\int_s^t K(\tau,\tau)d\tau} + \\ + \frac{1}{\varepsilon^2}\int_s^t K(\tau,\tau)e^{-\frac{1}{\varepsilon}\int_\tau^t K(\tau,\tau)d\tau}[K_1(t,s,v(s,\varepsilon)) - K_1(t,s,v_\delta(s,\varepsilon)) - \\ - K_1(\tau,s,v(s,\varepsilon)) + K_1(\tau,s,v_\delta(s,\varepsilon))]d\tau, \quad (16)$$

$$g(t,\varepsilon) = [u_0 - u_{0\delta}]e^{-\frac{1}{\varepsilon}\int_{-\infty}^t K(s,s)ds} + \\ + \frac{1}{\varepsilon}[f(t) - f_\delta(t)]e^{-\frac{1}{\varepsilon}\int_{-\infty}^t K(s,s)ds} + \frac{1}{\varepsilon^2}\int_{-\infty}^t K(\tau,\tau)e^{-\frac{1}{\varepsilon}\int_\tau^t K(\tau,\tau)d\tau} \times \\ \times[f(t) - f_\delta(t) - f(\tau) + f_\delta(\tau)]d\tau. \quad (17)$$

алабыз,

(14) төн b) шартын эске алуу менен

DOI:10.26104/NNTIK.2019.45.557

$$\left|H(t,s,\varepsilon)\right| \le l(s)\left[\frac{1}{\varepsilon}\int_s^t K(\tau,\tau)d\tau\right]e^{-\frac{1}{\varepsilon}\int_s^t K(\tau,\tau)d\tau} +$$

$$+\frac{1}{\varepsilon}\int_s^t K(\tau,\tau)e^{-\frac{1}{\varepsilon}\int_\tau^t K(\tau,\tau)d\tau} l(s)\left[\frac{1}{\varepsilon}\int_\tau^t K(\tau,\tau)d\tau\right]d\tau =$$

$$= l(s)\left[\frac{1}{\varepsilon}\int_s^t K(\tau,\tau)d\tau\right]e^{-\frac{1}{\varepsilon}\int_s^t K(\tau,\tau)d\tau} +$$

$$+l(s)\int_s^t\left[\frac{1}{\varepsilon}\int_\tau^t K(\tau,\tau)d\tau\right]\left[e^{-\frac{1}{\varepsilon}\int_\tau^t K(\tau,\tau)d\tau}\right].$$

Ээ болобуз, мындан бөлүктөп интегралдасак

$$\left|H(t,s,\varepsilon)\right| \le l(s)\left[1-e^{-\frac{1}{\varepsilon}\int_s^t K(\tau,\tau)d\tau}\right].\ \varepsilon > 0$$

Келип чыгат.

Акыркы барабарсыздыктан

$$\left|H(t,s,\varepsilon)\right| \le l(s),(t,s)\in G=\left\{(t,s):\left\{-\infty \prec s \le t \le +\infty\right\},t\in(-\infty,+\infty)\right\}.\ \varepsilon > 0 \quad (18)$$

алабыз,

эми (17) деги (5) шартты эске алып , $g(t,\varepsilon)$ ду баалайбыз

$$\left|g(t,\varepsilon)\right| \le \frac{1}{\varepsilon}\left|f(t)-f_\delta(t)\right|+\left|u_0-u_{0\delta}\right|+$$

$$+\frac{1}{\varepsilon^2}\int_{-\infty}^t K(\tau,\tau)e^{-\frac{1}{\varepsilon}\int_\tau^t K(\tau,\tau)d\tau}\left|f(t)-f_\delta(t)-f(\tau)+f_\delta(\tau)\right|d\tau \le \quad (19)$$

$$\le \frac{\delta}{r}+c_1\sqrt{\delta}+\frac{2\delta}{r}e^{-\frac{1}{\varepsilon}\int_\tau^t K(\tau,\tau)d\tau}\Bigg|_{\tau=-\infty}^{\tau=t} \le \frac{3\delta}{r}+c_1\sqrt{\delta}.$$

$$\left|P(t,s,v(s,\varepsilon),v_\delta(s,\varepsilon),\varepsilon)\right| \le l_1(s)\ (\int_s^t K(\tau,\tau)d\tau e^{-\frac{1}{\varepsilon}\int_\tau^t K(\tau,\tau)d\tau}\left|\xi_\delta(s,\varepsilon)\right|+$$

$$+\frac{l_1(s)}{\varepsilon^2}\int_s^t K(\tau,\tau)(\int_\tau^t K(\tau,\tau)d\tau)\,e^{-\frac{1}{\varepsilon}\int_\tau^t K(\tau,\tau)d\tau}d\tau\left|\xi_\delta(s,\varepsilon)\right|,$$

мындан

$$\left|P(t,s,v(s,\varepsilon),v_\delta(s,\varepsilon),\varepsilon)\right| \le l_1(s),\ (t,s)\in G,\ \varepsilon > 0, \quad (20)$$

ээ болобуз

DOI:10.26104/NNTIK.2019.45.557

(20) дан (18) жана (19) шарттарды эске алсак

$$\left|\xi_\delta(t,\varepsilon)\right| \le \int_{-\infty}^{t}\left[l(s)+l_1(s)\right]\left|\xi_\delta(s,\varepsilon)\right| ds + \frac{3\delta}{\varepsilon} + c_1\sqrt{\delta}\ ,\ t\in(-\infty,\infty) \qquad (21)$$

Келип чыгат

(21) ден Гронуолла Белмандын барабарсыздыгын колдонуп

$$\left|\xi_\delta(t,\varepsilon)\right| \le M_3 + \frac{3\delta}{\varepsilon} + c_1\sqrt{\delta}\ ,\quad t\in(-\infty,\infty) \ (22)$$

алабыз,

мында $M_3 = \exp\ \{\int_{-\infty}^{\infty}\left[l(s)+l_1(s)\right]ds\}$,

андан ары (8) жана (22), ошондой эле (4) баалоону эске алып:

$$\begin{aligned}&\left|u(\mathrm{t})-v_\delta(\mathrm{t},\varepsilon)\right| = \left|\left[u(\mathrm{t})-v(\mathrm{t},\varepsilon)\right]+\left[v(\mathrm{t},\varepsilon)-v_\delta(\mathrm{t},\varepsilon)\right]\right| \le \\ &\le \left|u(\mathrm{t})-v(\mathrm{t},\varepsilon)\right| + \left|v(\mathrm{t},\varepsilon)-v_\delta(\mathrm{t},\varepsilon)\right| \le \\ &\le M_2\varepsilon^\gamma + M_3\left(\frac{3\delta}{\varepsilon}+\mathrm{c}_1\sqrt{\delta}\right),\ \ t\in(-\infty,+\infty).\end{aligned} \qquad (23)$$

Ээболобуз.

(23) тон $\varepsilon=\sqrt{\delta}$ параметрин тандап алып

$$\left\|u(t)-v_\delta(t,\sqrt{\delta})\right\|_c \le M_2\delta^{\frac{\gamma}{2}} + M_3(3\sqrt{\delta}+c_1\sqrt{\delta}). \qquad (24)$$

алабыз.

Ушул эле сыяктуу, төмөндөгү теорема далилденет.

Теорема 2. Айталы теоремы 1дин шарттары аткарылсын. Анда(6) теңдеменин $\upsilon_\delta(t,\varepsilon)$ чечими $\varepsilon=\sqrt{\delta}$ болгон учурда, $C(-\infty,+\infty)$ нормасы боюнча (1) теңдеменин $u(\mathrm{t})$ чечиминежыйналат. Мына ошондуктан (24) баалоо туура,

мында $M_2 = M_0M_1\exp\ \{\int_{-\infty}^{\infty}\left[l(s)+l_1(s)\right]ds\}$, $M_3=\exp\ \{\int_{-\infty}^{\infty}\left[l(s)+l_1(s)\right]ds\}$,

DOI:10.26104/NNTIK.2019.45.557

$$M_1 = \sup_{v\geq 0}(e^{-v}v^{\gamma}) + \int_0^{\infty} e^{-v}v^{\gamma}dv,\ M_0 = \sup_{t,\tau\in R}\frac{|u(t)-u(\tau)|}{\left|\int_{\tau}^{t} K(\tau,\tau)d\tau\right|^{\gamma}},\ 0<\gamma\leq 1.$$

Адабияттар:

1. Асанов А. Об одном классе интегральных уравнений Вольтера первого рода. // Исследования по интегро-дифференциальным уравнениям. - Фрунзе: Илим, 19841. - Вып. 14. - С. 227-234.
2. Асанов А. Регуляризация и единственность решений уравнений Вольтерра первого рода. - Диссертация канд. физ.- мат. наук. - Новосибирск, 1982. - С. 91.
3. Асанов А. Об одном классе систем интегральных уравнений Вольтера уравнениям. – Фрунзе первого рода. // Функциональный анализ и его приложения, 1983. - Т. 17. Вып. 4. - С. 73-74.
4. Асанов А. Один класс операторных уравнений Вольтера // Исследования по интегро-дифференциальным уравнениям. - Фрунзе: Илим, 1983. - Вып. 16. - С. 269-276.
5. Асанов А. Об одном классе систем линейных интегральных уравнений Вольтера первого рода на полуоси. // Исследования по интегро-дифференциальным уравнением: Илим, 1985. - Вып. 18. - С. 17-20.
6. Апарцин А.С. О полилинейных уравнениях Вольтерра 1 рода // Автоматика и телемеханика. - 2004. - №2. - С. 118-125.
7. Асанов А., Камбарова А.Д. Регуляризация и единственность решений линейных интегральных уравнений Вольтерра первого рода на оси. // Известия КГТУ. - 2015. - №39. - С. 184-189.