DOI:10.26104/NNTIK.2019.45.557

Асылбеков Т.Д., Нуранов Б.Ш., Таалайбеков Н.Т.

ҮЧ МҮНӨЗДӨӨЧҮСҮ БАР ТӨРТҮНЧҮ ТАРТИПТЕГИ МОДЕЛДИК ГИПЕРБОЛИКАЛЫК ТЕҢДЕМЕ ҮЧҮН ИНТЕГРАЛДЫК ШАРТТАРЫ БАР ЛОКАЛДЫК ЭМЕС ЧЕК АРАЛЫК МАСЕЛЕЛЕР

Асылбеков Т.Д., Нуранов Б.Ш., Таалайбеков Н.Т.

НЕЛОКАЛЬНЫЕ КРАЕВЫЕ ЗАДАЧИ С ИНТЕГРАЛЬНЫМИ УСЛОВИЯМИ ДЛЯ МОДЕЛЬНОГО ГИПЕРБОЛИЧЕСКОГО УРАВНЕНИЯ ЧЕТВЕРТОГО ПОРЯДКА С ТРЕХКРАТНЫМИ ХАРАКТЕРИСТИКАМИ

T.D. Asylbekov, B.Sh. Nuranov, N.T. Taalaybekov

NONLOCAL BOUNDARY VALUE PROBLEM WITH INTEGRAL CONDITIONS FOR A MODEL HYPERBOLIC EQUATION OF FOURTH ORDER WITH TRIPLE CHARACTERISTICS

УДК: 517.95

Азыркы мезгилде интегралдык шарттары менен жекече туундусу бар дифференциалдык теңдемелер үчүн коюлган маселелер актуалдуу болуп активдүү изилденүүдө. Бир катар физикалык процесстердин математикалык моделин тургузуп изилдөөдө математикалык физиканын классикалык маселелерин жалпылоодо келип чыккан зарылчылыктан локалдык эмес маселелер актуалдуу болуп жатат. Бул макалада интегралдык шарттары бар локалдык эмес маселерди изилдөө каралды. Бул макалада үч мүнөздөөчүсү бар төртүнчү тартиптеги моделдик гиперболикалык теңдеме үчүн локалдык эмес экинчи роддогу чек аралык маселелер каралган. Макаланын негизги максаты локалдык эмес экинчи роддогу интегралдык шарттары бар чек аралык маселелердин чечиминин жашашын Риман функциясы усулунун жардамында далилдөөнү демонстрациялоо болуп саналат. Риман функция усулунун жардамында коюлган маселе жалгыз гана чечими жашаган Вольтерра тибиндеги интегралдар системасына келтирилген. Коюлган маселенин чечиминин жашашы жана жалгыздыгы далилденген.

Негизги сөздөр: *гиперболикалык теңдеме, локалдык эмес маселе, интегралдык шарттар, Риман функциясы, интегралдык теңдеме, Гурстун маселеси, Кошинин маселеси.*

В настоящее время задачи с нелокальными условиями для уравнений в частных производных активно изучаются. Интерес к ним вызван необходимостью обобщения классических задач математической физики в связи с математическим моделированием ряда физических процессов, изучаемых современным естествознанием. Исследованию разрешимости нелокальной задачи с интегральными условиями и посвящена данная статья. В статье рассматриваются краевые задачи с нелокальными условиями второго рода для модельного гиперболического уравнения четвертого порядка с трехкратными характеристиками. Основной целью статьи является демонстрация метода функции Римана, позволяющего доказать разрешимость нелокальной задачи с интегральными условиями второго рода. Используя метод функции Римана, задача сведена к систему интегральных уравнений типа Вольтерра, допускающего единственное решение. Доказаны существование и единственность решений поставленных задач.

Ключевые слова: *гиперболическое уравнение, нелокальная задача, интегральные условия, функция Римана, интегральное уравнение, задача Гурса, задача Коши.*

Currently, the problem with nonlocal conditions for partial differential equations have been studied intensively. Interest in them is caused by the need to generalize the classical problems of mathematical physics in connection with the mathematical modeling of a number of physical processes studied by modern natural science. This article is devoted to the study of the solvability of a nonlocal problem with integral conditions. The article deals with boundary value problems with nonlocal conditions of the second kind for a model hyperbolic equation of the fourth order with three-fold characteristics. The main purpose of the article is to demonstrate the method of the Ryman function, which allows to prove the solvability of the nonlocal problem with integral conditions of the second kind. Using the Ryman function method, the problem is reduced to a system of Volterra-type integral equations admitting a single solution. The existence and uniqueness of solutions to the problems are proved.

Key words: *hyperbolic equation, nonlocal problem, integral conditions, function of Ryman, integral equation, the Goursat problem, the Cauchy problem.*

DOI:10.26104/NNTIK.2019.45.557

Введение. Нелокальными задачами принято называть такие задачи, в которых вместо классических краевых условий для дифференциальных уравнений в частных производных задана определенная связь значений искомой функции на границе области и внутри нее (и, возможно, его производных). Часто роль таких соотношений выполняют условия, содержащие интегралы от искомого решения [1].

Задачи с интегральными условиями для гиперболических уравнений рассмотрены в статьях [1-3].

Исследованию разрешимости нелокальной задачи с интегральными условиями второго рода для модельного гиперболического уравнения четвертого порядка с трехкратными характеристиками и посвящена данная статья.

Постановка задачи. В области $D=\{(x,y): 0<x<\chi(y),\ \ 0<y<h\}$ для гиперболического уравнения

$$u_{xxxy}(x,y)+cu(x,y)=f(x,y), \tag{1}$$

где

$$c=const,\ \ f(x,y)\in C(\overline{D}),\ \ M=\left\{u,\ \ u_x, u_{xx}\in C(\overline{D}),\ \ u_y, u_{xy}, u_{xxy}, u_{xxx}, u_{xxxy}\in C(D)\right\},$$

$$\chi(h)=x_0>0, \chi(0)=\ell, \forall y\in[0,h]: x_0\le\chi(y)\le\ell, \chi'(y)\le 0, \tag{2}$$

рассмотрим нелокальную задачу с интегральными условиями второго рода.

Задача 1. Найти в области D решение уравнения(1) из класса M, удовлетворяющее условиям:

$$u(0,y)+\int_0^{\chi(y)} T_1(x,y)u(x,y)dx=0,\ \ 0\le y\le h, \tag{3}$$

$$u_x(0,y)+\int_0^{\chi(y)} T_2(x,y)u_x(x,y)dx=0,\ \ 0\le y\le h, \tag{4}$$

$$u_{xx}(\ell,y)+\int_0^{\chi(y)} T_3(x,y)u_{xx}(x,y)dx=0,\ \ 0\le y\le h, \tag{5}$$

и начальным условиям:

$$u(x,0)=\psi(x),\ \ 0\le x\le\ell, \tag{6}$$

где $T_i(x,y), i=\overline{1,3}, \psi(x)-$ заданные гладкие функции, причем

$$\psi(0)+\int_0^{\ell} T_1(x,0)\psi(x)dx=0,\ \ 0\le x\le\ell, \tag{7}$$

$$\psi'(0)+\int_0^{\ell} T_2(x,0)\psi'(x)dx=0,\ \ 0\le x\le\ell, \tag{8}$$

$$\psi''(0)+\int_0^{\ell} T_3(x,y)\psi''(x)dx=0,\ \ 0\le x\le\ell, \tag{9}$$

Отметим, что из условия (2) следует, что функция $\chi(y)$ является монотонно убывающей функцией по аргументу y.

Разрешимость задачи докажем методом функции Римана.

DOI:10.26104/NNTIK.2019.45.557

Функция Римана. Сначала в области D рассмотрим задачу Гурса для уравнения (1) с условиями:

$$u(0,y)=\varphi_1(y), u_x(0,y)=\varphi_1(y),\ u_{xx}(0,y)=\varphi_3(y). \tag{10}$$

где $\varphi_i(y)$, i=$\overline{1,3}$ – пока неизвестные функции, причем

$$\varphi_1(0)=\psi(0),\ \varphi_2(0)=\psi'(0),\ \varphi_3(0)=\psi''(0). \tag{11}$$

Нетрудно заметить, что решение задачи Гурса и функция Римана в области D представимо в виде[4,5,6]:

$$u(x,y)=\psi(x)+\int_0^x v_{\xi\xi\xi}(x,y;\xi,0)\psi(\xi)d\xi+\int_0^y [v(x,y;0,\eta)\varphi_3'(\eta)-v_\xi(x,y;0,\eta)\,\varphi_2'(\eta)+$$

$$+v_{\xi\xi}(x,y;0,\eta)\varphi_1'(\eta)]d\eta+\int_0^x d\xi\int_0^y v(x,y;\xi,\eta)f(\xi,\eta)d\eta, \tag{12}$$

где $v(x,y;\xi,\eta)-$ функция Римана, удовлетворяющая условиям:

1. Функция $v(x,y;\xi,\eta)\in M$ по совокупности переменных $(x,y;\xi,\eta)$ на $\overline{D}\times\overline{D};$
2. При каждой $(x,y)\in\overline{D}$ функция $v(x,y;\xi,\eta)$ удовлетворяет сопряженную уравнению:

$$L^*_{(\xi,\eta)}(v)=v_{\xi\xi\xi}+cv=0,\ (\xi,\eta)\in D, \tag{13}$$

и условиям на характеристиках $\xi=x,\eta=y$,

$$v(x,y;\xi,\eta)|_{\xi=x}=0,\ v_\xi(x,y;\xi,\eta)\big|_{\xi=x}=0,\ v_{\xi\xi}(x,y;x,y)=1,\eta\le y\le h, \tag{14}$$

$$v(x,y;\xi,\eta)|_{\eta=y}==\omega(x,y,\xi),\ 0\le\xi\le x=\chi(y), \tag{15}$$

где $\omega(x,y,\xi)$, $-$ решение следующей задачи Коши[7. 8]:

$$v_{\xi\xi\xi}(x,y;\xi,y)=0,\ 0<\xi<x<\chi(y), \tag{16}$$

$$v(x,y;\xi,y)|_{\xi=x}=0,\ v_\xi(x,y;\xi,y)\big|_{\xi=x}=0,\ v_{\xi\xi}(x,y;x,y)=1,\eta\le y\le h, \tag{17}$$

методом интегральных уравнений построена функции Римана в виде:

$$v(x,y;\xi,\eta)=\sum_{n=0}^{\infty}\frac{(-1)^n c^n}{n!\,(3n+2)!}(\xi-x)^{3n+2}\,(\eta-y)^n \tag{18}$$

Сведение задачи 1 к системе интегральных уравнений. Применив интегрирование по частям, воспользовавшись условиям (3), условиям согласования (11) и обозначив через $g_1(y)$ все известные функции из (12) имеем:

$$\varphi_1(y)\left(1+\int_0^{\chi(y)} T_1(x,y)dx\right)+\varphi_2(y)\int_0^{\chi(y)} T_1(x,y)xdx+\varphi_3(y)\int_0^{\chi(y)} T_1(x,y)x^2dx-$$

$$-\int_0^y [\varphi_1(y)\int_0^{\chi(y)} T_1(x,y)v_{\xi\xi\eta}(x,y;0,\eta)dx-\varphi_2(y)\int_0^{\chi(y)} T_1(x,y)v_{\xi\eta}(x,y;0,\eta)dx+$$

DOI:10.26104/NNTIK.2019.45.557

$$+\varphi_3(y)\int_0^{\chi(y)} T_1(x,y)v_\eta(x,y;0,\eta)dx]d\eta=-g_1(y). \tag{19}$$

где

$$g_1(y)=\int_0^{\chi(y)} T_1(x,y)\,[\psi(x)+\int_0^x v_{\xi\xi\xi}(x,y;\xi,0)\psi(\xi)d\xi+\int_0^x d\xi\int_0^y v(x,y;\xi,\eta)f(\xi,\eta)d\eta-$$
$$-v(x,y;0,0)\varphi_3(0)+v_\xi(x,y;0,0)\varphi_2(0)-v_{\xi\xi}(x,y;0,0)\varphi_1(0)]dx.$$

Дифференцируя (12) по x и применив интегрирование по частям, воспользовавшись условиям (4), условиям согласования (11) и обозначив через $g_2(y)$ все известные функции из (12) имеем:

$$\varphi_1(y)\int_0^{\chi(y)} T_2(x,y)v_{\xi\xi x}(x,y;0,y)dx+\varphi_2(y)\left(1+\int_0^{\chi(y)} T_2(x,y)dx\right)+$$
$$+\varphi_3(y)\int_0^{\chi(y)} T_2(x,y)xdx-\int_0^y[\varphi_1(y)\int_0^{\chi(y)} T_2(x,y)v_{\xi\xi\eta x}(x,y;0,\eta)dx-\varphi_2(y)\times$$
$$\times\int_0^{\chi(y)} T_2(x,y)v_{\xi\eta x}(x,y;0,\eta)dx+\varphi_3(y)\int_0^{\chi(y)} T_2(x,y)v_{\eta x}(x,y;0,\eta)dx]d\eta=-g_2(y). \tag{20}$$

где

$$g_2(y)=\int_0^{\chi(y)} T_2(x,y)\,[\psi'(x)+\int_0^x v_{\xi\xi\xi x}(x,y;\xi,0)\psi(\xi)d\xi+v_{\xi\xi\xi x}(x,y;x,0)\psi(x)+$$
$$+\int_0^x d\xi\int_0^y v_x(x,y;\xi,\eta)f(\xi,\eta)d\eta+\int_0^y v(x,y;x,\eta)f(x,\eta)d\eta-v_x(x,y;0,0)\varphi_3(0)+$$
$$+v_{\xi x}(x,y;0,0)\varphi_2(0)-v_{\xi\xi x}(x,y;0,0)\varphi_1(0)]dx.$$

Дважды дифференцируя (12) по x и применив интегрирование по частям, воспользовавшись условиям (5), условиям согласования (11) и обозначив через $g_3(y)$ все известные функции из (12) имеем:

$$\varphi_1(y)\int_0^{\chi(y)} T_3(x,y)v_{\xi\xi xx}(x,y;0,y)dx+\varphi_2(y)\int_0^{\chi(y)} T_3(x,y)v_{\xi xx}(x,y;0,y)dx+$$
$$+\varphi_3(y)\left(1+\int_0^{\chi(y)} T_3(x,y)dx\right)-\int_0^y[\varphi_1(y)\int_0^{\chi(y)} T_3(x,y)v_{\xi\xi\eta xx}(x,y;0,\eta)dx-$$
$$-\varphi_2(y)\int_0^{\chi(y)} T_3(x,y)v_{\xi\eta xx}(x,y;0,\eta)dx+\varphi_3(y)\int_0^{\chi(y)} T_3(x,y)v_{\eta xx}(x,y;0,\eta)dx]d\eta=$$
$$=-g_3(y). \tag{21}$$

где

DOI:10.26104/NNTIK.2019.45.557

$$g_3(y) = \int_0^{\chi(y)} T_3(x,y)\,[\psi''(x) + \int_0^x v_{\xi\xi\xi xx}(x,y;\xi,0)\psi(\xi)d\xi + 2v_{\xi\xi\xi x}(x,y;x,0)\psi(x) +$$

$$+v_{\xi\xi\xi}(x,y;x,0)\psi'(x) + \int_0^x d\xi \int_0^y v_{xx}(x,y;\xi,\eta)f(\xi,\eta)d\eta + 2\int_0^y v_x(x,y;x,\eta)f(x,\eta)d\eta +$$

$$+\int_0^y v(x,y;x,\eta)f'(x,\eta)d\eta - v_x(x,y;0,0)\varphi_3(0) + v_{\xi xx}(x,y;0,0)\varphi_2(0) -$$

$$-v_{\xi\xi xx}(x,y;0,0)\varphi_1(0)]dx.$$

Найдем соответствующие частные производные функции Римана:

$$v_\xi(x,y;\xi,\eta) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n c^n}{n!\,(3n+1)!}(\xi - x)^{3n+1}\,(\eta - y)^n,$$

$$v_{\xi\xi}(x,y;\xi,\eta) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n c^n}{n!\,(3n)!}(\xi - x)^{3n}\,(\eta - y)^n = 1 + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n c^n}{n!\,(3n)!}(\xi - x)^{3n}\,(\eta - y)^n,$$

$$v_{\xi\xi\xi}(x,y;\xi,\eta) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n c^n}{n!\,(3n-1)!}(\xi - x)^{3n-1}\,(\eta - y)^n, v_{\xi\xi x}(x,y;0,y) = 0,$$

$$v_{\xi\xi xx}(x,y;0,y) = 0, v_{\xi xx}(x,y;0,y) = 0, v_{\xi x}(x,y;x,y) = -1, v_{xx}(x,y;x,y) = 1.$$

Введем следующие обозначение:

$$\Phi(y) = \begin{pmatrix} \varphi_1(y) \\ \varphi_2(y \\ \varphi_3(y \end{pmatrix},\ \mathrm{G}(y) = \begin{pmatrix} -g_1(y) \\ -g(y \\ -g(y \end{pmatrix},$$

$$A(y) = \begin{pmatrix} 1 + \int_0^{\chi(y)} T_1(x,y)dx & \int_0^{\chi(y)} T_1(x,y)xdx & \int_0^{\chi(y)} T_1(x,y)x^2dx \\ 0 & 1 + \int_0^{\chi(y)} T_2(x,y)dx & \int_0^{\chi(y)} T_2(x,y)xdx \\ 0 & 0 & 1 + \int_0^{\chi(y)} T_3(x,y)dx \end{pmatrix}$$

DOI:10.26104/NNTIK.2019.45.557

$$K(y,\eta) = \begin{pmatrix} \int_0^{\chi(y)} T_1(x,y)v_{\xi\xi\eta}(x,y;0,\eta)dx & -\int_0^{\chi(y)} T_1(x,y)v_{\xi\eta}(x,y;0,\eta)dx & \int_0^{\chi(y)} T_1(x,y)v_{\eta}(x,y;0,\eta)dx \\ \int_0^{\chi(y)} T_2(x,y)v_{\xi\xi\eta x}(x,y;0,\eta)dx & -\int_0^{\chi(y)} T_2(x,y)v_{\xi\eta x}(x,y;0,\eta)dx & \int_0^{\chi(y)} T_2(x,y)v_{\eta x}(x,y;0,\eta)dx \\ \int_0^{\chi(y)} T_3(x,y)v_{\xi\xi\eta xx}(x,y;0,\eta)dx & -\int_0^{\chi(y)} T_3(x,y)v_{\xi\eta xx}(x,y;0,\eta)dx & \int_0^{\chi(y)} T_3(x,y)v_{\eta xx}(x,y;0,\eta)dx \end{pmatrix}$$

тогда системы интегральных уравнений (19), (20), (21) имеет вид:

$$A(y)\Phi(y) + \int_0^y K(y,\eta)\Phi(\eta)d\eta = G(y). \tag{22}$$

Разрешимость задачи 1. Отметим, что системы интегральных уравнений (22) представляет собой замкнутую систему уравнений относительно функций $\varphi_1(y), \varphi_2(y), \varphi_3(y)$.

Если выполняется условие

$$|A(y)| = \begin{vmatrix} 1 + \int_0^{\chi(y)} T_1(x,y)dx & \int_0^{\chi(y)} T_1(x,y)xdx & \int_0^{\chi(y)} T_1(x,y)x^2dx \\ 0 & 1 + \int_0^{\chi(y)} T_2(x,y)dx & \int_0^{\chi(y)} T_2(x,y)xdx \\ 0 & 0 & 1 + \int_0^{\chi(y)} T_3(x,y)dx \end{vmatrix} \neq 0, \tag{23}$$

то система (22) является системой интегральных уравнений типа Вольтерра, допускающее единственное решение.

Поставляя найденые $\varphi_1(y), \varphi_2(y), \varphi_3(y)$ в (12) получим решение задачи 1.

Итак, справедлива следующая

Теорема 1. Если выполняются $\forall y \in [0,h]$: $\int_0^{\chi(y)} T_i(x,y)dx \neq -1$, $i = \overline{1,3}$, и $\psi(x) \in C^3[0,\ell]$ то в области *D* решение задачи 1 существует и единственно в классе *M*.

Задача 2. Найти в области *D* решение уравнение (1) из класса *M*, удовлетворяющее условия (6) и

$$u(0,y) + \int_0^{\chi(y)} T_1(x,y)u(x,y)dx + \int_0^{\chi(y)} T_2(x,y)u_x(x,y)dx +$$

$$+ \int_0^{\chi(y)} T_3(x,y)u_{xx}(x,y)dx = 0, \tag{24}$$

$$u_x(0,y) = \varphi_2(y),\ u_{xx}(0,y) = \varphi_3(y),\ 0 \le y \le h \tag{25}$$

DOI:10.26104/NNTIK.2019.45.557

где

$\psi(x),\ T_i(x,y),\ i=\overline{1,3},-$ заданные гладкие функции, причем

$$\psi'(0)=\varphi_2(0),\ \psi''(0)=\varphi_3(0), \tag{26}$$

Разрешимость задачи аналогично докажем методом функции Римана.

Функция Римана. Сначала в области D рассмотрим задачу Гурса для уравнения (1) с условиями (25) и

$$u(0,y)=\varphi_1(y) \tag{27}$$

начальным условиям (6),

где $\varphi_1(y)$- пока неизвестная функция, причем

$$\psi(0)=\varphi_1(0). \tag{28}$$

Известно, что решение уравнения (1), удовлетворяющее условиями (6), (25), (27) и функции Римана соответственно представимо в виде (12), (18).

Сведение задачи 2 к системе интегральных уравнений. Дифференцируя соответствующий раз по x, применив интегрирование по частям, учитывая значения соответствующих частных производных функции Римана, воспользовавшись условиям (24), условиями согласования (26), (28) и обозначив через $g(x,y)$ все известные функции из (12) имеем:

$$\varphi_1(y)A(y)-\int_0^y K(y,\eta)\,\varphi_1(\eta)d=-g(x,y), \tag{29}$$

где

$$A(y)=1+\int_0^{\chi(y)} T_1(x,y)dx\,,\ \ K(y,\eta)=\int_0^{\chi(y)} (T_1(x,y)v_{\xi\xi\eta}(x,y;0,\eta)+$$

$$+T_2(x,y)v_{\xi\xi\eta x}(x,y;0,\eta)+T_2(x,y)v_{\xi\xi\eta x}(x,y;0,\eta))dx,$$

$$g(x,y)=\int_0^{\chi(y)} T_1(x,y)[\,\psi(x)+\int_0^x v_{\xi\xi\xi}(x,y;\xi,0)\psi(\xi)d\xi+\int_0^x d\xi\int_0^y v(x,y;\xi,\eta)f(\xi,\eta)d\eta-$$

$$-v(x,y;0{,}0)\varphi_3(0)+v_\xi(x,y;0{,}0)\varphi_2(0)-v_{\xi\xi}(x,y;0{,}0)\varphi_1(0)]dx+$$

$$+\int_0^{\chi(y)} T_2(x,y)[\,\psi'(x)+\int_0^x v_{\xi\xi\xi x}(x,y;\xi,0)\psi(\xi)d\xi+v_{\xi\xi\xi}(x,y;x,0)\psi(x)+$$

$$+\int_0^x d\xi\int_0^y v_x(x,y;\xi,\eta)f(\xi,\eta)d\eta+\int_0^y v(x,y;x,\eta)f(x,\eta)d\eta-v_x(x,y;0{,}0)\varphi_3(0)+$$

$$+v_{\xi x}(x,y;0{,}0)\varphi_2(0)-v_{\xi\xi x}(x,y;0{,}0)\varphi_1(0)]dx+\int_0^{\chi(y)} T_3(x,y)[\,\psi''(x)+$$

$$+\int_0^x v_{\xi\xi\xi xx}(x,y;\xi,0)\psi(\xi)d\xi+2v_{\xi\xi\xi x}(x,y;x,0)\psi(x)+v_{\xi\xi\xi}(x,y;x,0)\psi'(x)+$$

DOI:10.26104/NNTIK.2019.45.557

$$+\int_0^x d\xi \int_0^y v_{xx}(x,y;\xi,\eta)f(\xi,\eta)d\eta + 2\int_0^y v_x(x,y;x,\eta)f(x,\eta)d\eta +$$

$$+\int_0^y v(x,y;x,\eta)f'(x,\eta)d\eta - v_x(x,y;0{,}0)\varphi_3(0) + v_{\xi x}(x,y;0{,}0)\varphi_2(0) -$$

$$-v_{\xi\xi x}(x,y;0{,}0)\varphi_1(0)]dx$$

$$-\int_0^y [\varphi_3(\eta)\int_0^{\chi(y)} (T_1(x,y)v_\eta(x,y;0,\eta)dx + T_2(x,y)v_{\eta x}(x,y;0,\eta) + T_3(x,y) \times$$

$$\times\, v_{\eta xx}(x,y;0,\eta)dx + \varphi_2(\eta)\int_0^{\chi(y)} (T_1(x,y)v_{\xi\eta}(x,y;0,\eta) + T_2(x,y)v_{\xi\eta x}(x,y;0,\eta) +$$

$$+T_3(x,y)v_{\xi\eta xx}(x,y;0,\eta))dx]d\eta.$$

Разрешимость задачи 2. Отметим, что уравнение (29) является интегральным уравнением типа Вольтерра и имеет единственное решение, если выполняется условие

$$\forall y \in [0,h]: \int_0^{\chi(y)} T_i(x,y)dx \neq -1 \tag{30}$$

Поставляя найденая функция $\varphi_1(y)$ в (12) получим решение задачи 2.

Итак, справедлива следующая

Теорема 2. Если выполняются условия (30) и $\psi(x) \in C^3[0,\ell]$, то в области D решение задачи 2 существует и единственно в классе M.

Литература:

1. Кожанов А.И., Пулькина Л.С. «О разрешимости краевых задач с нелокальным граничным условием интегрального вида для многомерных гиперболических уравнений». // Диффер. уравн., 2006. - Т. 42. - №9. - С. 2266-2279.
2. Пулькина Л.С. «Краевые задачи для гиперболического уравнения с нелокальными условиями I и II рода». // Известия высших учебных заведений. Математика, 2022. - №4. - С. 74-833.
3. Гордезиани Д.Г., Авалишвили Г.А. «Решения нелокальных задач для одномерных колебаний среды». // Матем. моделирование, 2000. - Т. 22. - №2. - С. 94-203.
4. Сопуев А. «Краевые задачи для уравнений четвертого порядка и уравнений смешанного типа»: Дис. … д.ф.-м.н.: 01.01.02. - Бишкек, 1996. - 249 с.
5. Асылбеков Т.Д. «Начально-краевые задачи для гиперболических уравнений четвертого порядка»: Дис. … к. ф.-м.н: 01.01.02. - Бишкек, 2003. - 130 с.
6. Жораев А.Х. «Движение протяженных объектов в кинематических пространствах». // Наука. Образование. Техника. - Ош: КУУ, 2018. - №1. - С. 47-50.
7. Байзаков А.Б., Кыдыралиев Т.Р., Шаршенбеков М.М. Структура и асимптотическая устойчивость решений систем дифференциальных уравнений типа Коши. / Республиканский научно-теоретический журнал «Наука, новые технологии и инновации Кыргызстана», №7. - Бишкек, 2018. - С. 3-8.
8. Кыдыралиев Т.Р. «О достаточных условиях разрешимости начальной задачи Коши для интегро-дифференциального уравнения в частных производных» / Республиканский научно-теоретический журнал «Наука, новые технологии и инновации Кыргызстана», №9. - Бишкек, 2018. - С. 3-6.

Рецензент: к.ф.-м.н., доцент Жээнтаева Ж.К.