DOI:10.26104/NNTIK.2019.45.557

НАУКА, НОВЫЕ ТЕХНОЛОГИИ И ИННОВАЦИИ КЫРГЫЗСТАНА, № 12, 2019

Сулайманов Б.Э.

УИЗЕМ ТИБИНДЕГИ ИНТЕГРО-ДИФФЕРЕНЦИАЛДЫК ТЕҢДЕМЕЛЕРГЕ ТЕСКЕРИ МАСЕЛЕ

Сулайманов Б.Э.

ОБРАТНАЯ ЗАДАЧА К ИНТЕГРО-ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫМ УРАВНЕНИЯМ ТИПА УИЗЕМА

B.E. Sulaimanov

HE INVERSE PROBLEM TO THE INTEGRO-DIFFERENTIAL EQUATIONS OF THE UIZEMA TYPE

УДК: 517.948

Бул макалада Уизем тибиндеги биринчи тартиптеги жекече туундулуу сызыктуу эмес интегро-дифференциалдык теңдемелерге коюлган тескери маселе каралган. Кошумча аргументтер ыкмасын колдонуп, коюлган тескери маселени Вольтерр тибиндеги сызыктуу эмес интегралдык теңдемелер системасына алып келебиз. Алынган Вольтерр тибиндеги сызыктуу эмес интегралдык теңдемелер системасынын чыгарылышынын жалгыздыгын жана чектелгендигин биринчи леммада далилдейбиз. Кошумча аргументтүү жаңы белгисиз w(s,t,x) функциясынан t жана x аргументтери боюнча жекече туундуларын алабыз. w(s,t,x₀) функциясы аркылуу туюнтулган белгисиз u(t,x) функциясынан t жана x аргументтери боюнча жекече туундуларын алабыз. Экинчи леммада $u_t(t,x)$, $u_x(t,x)$, $w_t(s,t,x)$ жана $w_x(s,t,x)$ функцияларына карата тургузулган Волтерр тибиндеги сызыктуу эмес интегралдык теңдемелер системасынын чыгарылышынын жалгыздыгы жана чектелгендиги далилденген. Үчүнчү леммада кошумча аргументтүү жаңы белгисиз w(s,t,x), u(t,x), $w(s,t,x_0)$, $w_t(s,t,x_0)$ жана λ(t) функцияларына карата тургузулган Волтерр тибиндеги сызыктуу эмес интегралдык теңдемелер системасы, Уизем тибиндеги биринчи тапиптеги жекече туундулуу сызыктуу эмес интегро-дифференциалдык теңдемелер үчүн коюлган тескери маселеге эквиваленттүү экендиги далилденген. Жогоруда көрсөтүлгөн үч лемманын негизинде Уизем тибиндеги биринчи тартиптеги жекече туундулуу сызыктуу эмес интегро-дифференциалдык теңдемеге коюлган тескери маселенин чечиминин жашашы жана жалгыздыгы жөнүндөгү теорема далилденген.

Негизги сөздөр: *интегро-дифференциалдык, жекече туундулар, система, интегралдык теңдемелер, тескери маселе, Уизем тибиндеги, Вольтер тибиндеги, сызыктуу эмес, кошумча аргументтер, белгисиз функциялар.*

В данной статье рассматривается обратная задача для нелинейных интегро-дифференциальных уравнений в частных производных первого порядка типа Уизема. Установлено условие разрешимости обратной задачи. Применяя метод дополнительного аргумента, данная нелинейная обратный задача приводится к системе нелинейных интегральных уравнений типа Вольтерра. В лемме 1 доказана единственность и ограниченность решение полученной системы нелинейных интегральных уравнений типа Вольтерра. От новой неизвестной функции с дополнительным аргументом w(s, t, x) берем частных производных по x и t. От новой неизвестной функции u(t, x) выраженной с помощью $w(s,t,x_0)$, берем частных производных по x и t. В лемме 2 доказана единственность и ограниченность решение системы нелинейных интегральных уравнений типа Вольтерра относительно неизвестных функций $u_t(t, x)$, $u_x(t,x)$, $w_t(s,t,x)$, $w_x(s,t,x)$. В лемме 3 доказано, что система нелинейных интегральных уравнений типа Вольтерра относительно неизвестных функций с дополнительных аргументов w(s,t,x), u(t,x), $w(s,t,x_0)$, $w_t(s,t,x_0)$ и λ(t), будет эквивалентно к данной обратной задаче для нелинейных интегро-дифференциальных уравнений в частных производных первого порядка типа Уизама. С помощи выше указанных трех леммы доказана теорема существования и единственности обратных задач для нелинейных интегро-дифференциальных уравнений в частных производных первого порядка типа Уизема.

Ключевые слово: *интегро-дифференциальные, частные производные, система, интегральные уравнения, обратная задача, тип Уизема, тип Вольтерра, нелинейные, дополнительные аргументы, неизвестные функции.*

In this article we consider the inverse problem for non-linear integro-differential partial differential equations of the first order of the Weasem type. The solvability condition for the inverse problem is established. Using the additional argument method, this nonlinear inverse problem is reduced to a system of nonlinear integral equations of Volterra type. In Lemma 1, the uniqueness and boundedness of the solution of the resulting system of non-linear integral equations of Volterra type is proved. From a new unknown function with an additional argument w (s, t, x), we take the partial derivatives with respect to x and t. From the new unknown function u (t, x) expressed using w (s, t, x0), we take the partial derivatives with respect to x and t. In Lemma 2, the uniqueness and boundedness of the solution of a system of non-linear integral equations of Volterra type with respect to unknown functions ut (t, x), ux (t, x), wt (s,

DOI:10.26104/NNTIK.2019.45.557

t, x), wx (s, t, x) is proved. In Lemma 3, it is proved that the system of Volterra-type nonlinear integral equations with respect to unknown functions with additional arguments w (s, t, x), u (t, x), w (s, t, xo), wt (s, t, xo) and λ (t) will be equivalent to this inverse problem for non-linear first-order integro-differential partial differential equations of the Wisam type. Using the above three lemmas, we prove a theorem on the existence and uniqueness of inverse problems for nonlinear integro-differential partial differential equations of the first order of the Weasem type.

***Key words**: integro-differential, partial derivatives, system, integral equations, inverse problems, Weasem type, type Volterra non-linear, additional arguments, unknown functions.*

В работе [1] исследована обратная задача к систем нелинейных интегро-дифференциальных типа Уизема, методом дополнительных аргументов. А в работах [2], [4], [5] исследована задачи Коши к нелинейной системе интегро-дифференциальных уравнений типа Уизема тем же методом. В работах [3] и [6] методом дополнительного аргумента исследованы обратные задачи для интегро-дифференциальных уравнений в частных производных.

В данной работе рассматривается обратная задача для нелинейных интегро-дифференциальных уравнений в частных производных первого порядка. Условия разрешимости обратной задачи получено. Доказана теорема существования и единственности решения обратной задачи.

Рассмотрим интегро-дифференциальный уравнения

$$u_t(t,x) + a\big(t,x,u(t,x)\big)u_x(t,x) = \int_0^t \int_{-\infty}^{\infty} K(t,x,\xi,\nu)u(\xi,\nu)d\xi d\nu + \lambda(t)f(t,x), \qquad (1)$$

с условиями:

$$u(0,x) = \varphi(x), \quad x \in R, \qquad (2)$$

$$u(t,x_0) = g(t), \quad t \in [0,T], \qquad (3)$$

где $g(t)$, $\varphi(t)$, $a(t,x,u)$, $K(t,x,\xi,\nu)$ $f(t,x)$ - заданные, а u(t,x), $\lambda(t)$ – искомые функции.

Очевидно выполнения условии согласования

$$g(0)=\varphi(x_0). \qquad (4)$$

Будем требовать выполнения следующих условий:

1) $g(t) \in C^1[0,T], \quad \varphi(x) \in \overline{C}^2(R), \quad f(t,x) \in \overline{C}^{0,2}(G), \quad a(t,x,u) \in \overline{C}^{0,2,2}(Q),$

$$\int_{-\infty}^{\infty} \left| K_x^{(j)}(t,x,\xi,\nu) \right| d\nu \le K < \infty,$$

(j=0, 1, 2 – показывает порядок производных по x);

2) функция $K_x(t,x,\xi,\nu)$ удовлетворяет условию Липшица по переменной x, с константой H, функции $a_x(t,x,u), \quad a_u(t,x,u)$ удовлетворяют условию Липшица по переменным x, u константой A;

3) $\left| f(t,x_0) \right| \ge \alpha > 0$ при всех $t \in [0,T]$, где $\alpha = \min\limits_{0 \le t \le T} \left| f(t,x_0) \right|$.

В уравнении (1) заменяем t на ρ, а x на $p(\rho,t,x)$, где

$$p(\rho,t,x) = x - \int_{\rho}^{t} a(\tau, p(\tau,t,x), u(\tau, p(\tau,t,x))d\tau, \; p_\rho(\rho,t,x) = u(\rho, p(\rho,t,x)), \; p(t,t,x) = x,$$

DOI:10.26104/NNTIK.2019.45.557

Далее, интегрируя по ρ от 0 до s, получим:

$$u(s,p(s,t,x)) = \phi\left(x - \int_0^t a(\tau,p(\tau,t,x),u(\tau,p(\tau,t,x)))d\tau\right) +$$
$$+\int_0^s\int_0^\rho\int_{-\infty}^\infty K(\rho,x-\int_0^t a(\tau,p(\tau,t,x),u(\tau,p(\tau,t,x)))d\tau,\xi,\nu)\,u(\xi,\nu)d\nu d\xi d\rho +$$
$$+\int_0^s \lambda(\rho)f\left(\rho,x-\int_\rho^t a(\tau,p(\tau,t,x),u(\tau,p(\tau,t,x)))d\tau\right)d\rho. \quad (5)$$

В (5), подставляя $u(s,p(s,t,x)) \equiv w(s,t,x)$, получим:

$$w(s,t,x) = \varphi\left(x - \int_0^t a(\tau,p(\tau,t,x),w(\tau,t,x))d\tau\right) +$$
$$+\int_0^s\int_0^\rho\int_{-\infty}^\infty K(\rho,x-\int_\rho^t a(\tau,p(\tau,t,x),w(\tau,t,x))d\tau,\xi,\nu)u(\xi,\nu)d\nu d\xi d\rho +$$
$$+\int_0^s \lambda(\rho)f\left(\rho,x-\int_\rho^t a(\tau,p(\tau,t,x),w(\tau,t,x))d\tau\right)d\rho. \quad (6)$$

В уравнении (6), полагая $s=t$, имеем:

$$u(t,x) = \varphi\left(x - \int_0^t a(\tau,p(\tau,t,x),w(\tau,t,x))d\tau\right) +$$
$$+\int_0^t\int_0^\rho\int_{-\infty}^\infty K(\rho,x-\int_\rho^t a(\tau,p(\tau,t,x),w(\tau,t,x))d\tau,\xi,\nu)u(\xi,\nu)d\nu d\xi d\rho +$$
$$+\int_0^t \lambda(\rho)f\left(\rho,x-\int_\rho^t a(\tau,p(\tau,t,x),w(\tau,t,x))d\tau\right)d\rho. \quad (7)$$

В уравнении (6), полагая $x=x_0$, имеем:

$$w(s,t,x_0) = \varphi\left(x_0 - \int_0^t a(\tau,p(\tau,t,x_0),w(\tau,t,x_0))d\tau\right) +$$
$$+\int_0^s\int_0^\rho\int_{-\infty}^\infty K(\rho,x_0-\int_\rho^t a(\tau,p(\tau,t,x_0),w(\tau,t,x_0)d\tau,\xi,\nu)u(\xi,\nu)d\nu d\xi d\rho +$$
$$+\int_0^s \lambda(\rho)f\left(\rho,x_0-\int_\rho^t a(\tau,p(\tau,t,x),w(\tau,t,x_0))d\tau\right)d\rho. \quad (8)$$

DOI:10.26104/NNTIK.2019.45.557

В уравнениях (6), (7), полагая $x=x_0$ и, взяв производную по t, получим:

$$w_t(s,t,x_0) = -\varphi'\left(x_0 - \int_0^t a(\tau, p(\tau,t,x_0), w(\tau,t,x_0))d\tau \right)\Big[g(t) +$$

$$+\int_0^t a_x(\tau, p(\tau,t,x_0), w(\tau,t,x_0))p_t(\tau,t,x_0)d\tau + \int_0^t a_u(\tau, p(\tau,t,x_0), w(\tau,t,x_0))w_t(\tau,t,x_0)d\tau\Big] -$$

$$-\int_0^s \lambda(\rho) f_x\left(\rho, x_0 - \int_\rho^t a(\tau, p(\tau,t,x_0), w(\tau,t,x_0))d\tau \right)\Big[g(t) +$$

$$+\int_0^t a_x(\tau, p(\tau,t,x_0), w(\tau,t,x_0))p_t(\tau,t,x_0)d\tau + \int_0^t a_u(\tau, p(\tau,t,x_0), w(\tau,t,x_0))w_t(\tau,t,x_0)d\tau\Big]d\rho - \tag{9}$$

$$-\int_0^s\int_0^\rho\int_{-\infty}^\infty K_x(\rho, x_0 - \int_\rho^t a(\tau, p(\tau,t,x_0), w(\tau,t,x_0)d\tau, \xi, \nu)u(\xi,\nu)\Big[g(t) +$$

$$+\int_0^t a_x(\tau, p(\tau,t,x_0), w(\tau,t,x_0))p_t(\tau,t,x_0)d\tau + \int_0^t a_u(\tau, p(\tau,t,x_0), w(\tau,t,x_0))w_t(\tau,t,x_0)d\tau\Big]d\nu d\xi d\rho,$$

$$g'(t) = -\varphi'\left(x_0 - \int_0^t a(\tau, p(\tau,t,x_0), w(\tau,t,x_0))d\tau \right)\Big[g(t) +$$

$$+\int_0^t a_x(\tau, p(\tau,t,x_0), w(\tau,t,x_0))p_t(\tau,t,x_0)d\tau + \int_0^t a_u(\tau, p(\tau,t,x_0), w(\tau,t,x_0))w_t(\tau,t,x_0)d\tau\Big] -$$

$$-\int_0^t \lambda(\rho) f_x\left(\rho, x_0 - \int_\rho^t a(\tau, p(\tau,t,x_0), w(\tau,t,x_0))d\tau \right)\Big[g(t) +$$

$$+\int_0^t a_x(\tau, p(\tau,t,x_0), w(\tau,t,x_0))p_t(\tau,t,x_0)d\tau + \int_0^t a_u(\tau, p(\tau,t,x_0), w(\tau,t,x_0))w_t(\tau,t,x_0)d\tau\Big]d\rho + \tag{10}$$

$$+\lambda(t) f(t,x_0) - \int_0^t\int_0^\rho\int_{-\infty}^\infty K_x(\rho, x_0 - \int_\rho^t a(\tau, p(\tau,t,x_0), w(\tau,t,x_0)d\tau, \xi, \nu)u(\xi,\nu)\Big[g(t) +$$

$$+\int_0^t a_x(\tau, p(\tau,t,x_0), w(\tau,t,x_0))p_t(\tau,t,x_0)d\tau +$$

$$+\int_0^t a_u(\tau, p(\tau,t,x_0), w(\tau,t,x_0))w_t(\tau,t,x_0)d\tau\Big]d\nu d\xi d\rho + \int_0^t\int_{-\infty}^{+\infty} K(t,x_0,\xi,\nu)u(\xi,\nu)d\nu d\xi.$$

DOI:10.26104/NNTIK.2019.45.557

В силу 3), разрешая уравнение (10) относительно $\lambda(t)$, имеем:

$$\lambda(t)=\frac{1}{f(t,x_0)}\Bigg\{\varphi'\Bigg(x_0-\int_0^t a(\tau,p(\tau,t,x_0),w(\tau,t,x_0))d\tau\Bigg)\Bigg[g(t)+$$
$$+\int_0^t a_x(\tau,p(\tau,t,x_0),w(\tau,t,x_0))p_t(\tau,t,x_0)d\tau+\int_0^t a_u(\tau,p(\tau,t,x_0),w(\tau,t,x_0))w_t(\tau,t,x_0)d\tau\Bigg]+$$
$$+\int_0^t \lambda(\rho)f_x\Bigg(\rho,x_0-\int_\rho^t a(\tau,p(\tau,t,x_0),w(\tau,t,x_0))d\tau\Bigg)\Bigg[g(t)+$$
$$+\int_0^t a_x(\tau,p(\tau,t,x_0),w(\tau,t,x_0))p_t(\tau,t,x_0)d\tau+\int_0^t a_u(\tau,p(\tau,t,x_0),w(\tau,t,x_0))w_t(\tau,t,x_0)d\tau\Bigg]d\rho+ \qquad (11)$$
$$+\int_0^t\int_0^\rho\int_{-\infty}^{\infty} K_x(\rho,x_0-\int_\rho^t a(\tau,p(\tau,t,x_0),w(\tau,t,x_0)d\tau,\xi,\nu)u(\xi,\nu)\Big[g(t)+$$
$$+\int_0^t a_x(\tau,p(\tau,t,x_0),w(\tau,t,x_0))p_t(\tau,t,x_0)d\tau+$$
$$+\int_0^t a_u(\tau,p(\tau,t,x_0),w(\tau,t,x_0))w_t(\tau,t,x_0)d\tau\Bigg]d\nu d\xi d\rho+\int_0^t\int_{-\infty}^{+\infty}K(t,x_0,\xi,\nu)u(\xi,\nu)d\nu d\xi\Bigg\}.$$

Система нелинейных интегральных уравнений (6), (7), (8), (9), (11) есть замкнутая система для нахождения неизвестных функций $w(s,t,x),\quad u(t,x),\quad w(s,t,x_0),\quad w_t(s,t,x_0),\quad \lambda(t).$

Теорема. Пусть выполняются условия 1), 2), 3) и (4), тогда существует T > 0 положительное число, такое, что данное задача (1) - (3) имеет ограниченное, единственное решение $\{u(t,x),\ \lambda(t)\}$ из множество $\overline{C}^{1,1}([0,T]\times R)\times C[0,T]$.

Для того чтоб доказать теоремы доказываем следующей трёх лемм.

Система нелинейных интегральных уравнений (6), (7), (8), (9), (11) пишем виде:

$$V(s,t,x)=BV(s,t,x)/ \qquad (12)$$

где $V(s,t,x)=colon\{w(s,t,x),\ u(t,x),\ w(s,t,x_0),\ w_t(s,t,x_0),\ \lambda(t)\}$, $B=colon\{B_1,B_2,B_3,B_4,B_5\}$, $BV(s,t,x)=colon\{B_1V(s,t,x),\ B_2V(s,t,x),\ B_3V(s,t,x),\ B_4V(s,t,x),\ B_5V(s,t,x)\}$. Операторы B_1, B_2, B_3, B_4, B_5 - определяются соответственно из вида уравнений (6), (7), (8), (9), (11).

Лемма 1. Если выполняются условия 1), 2), 3) и (4), то найдется и явно определяется из исходных данных положительный число T>0, такое, что система нелинейных интегральных уравнений (6), (7), (8), (9), (11) имеет единственное, ограниченное решение.

Лемма доказывается аналогично [1].

DOI:10.26104/NNTIK.2019.45.557

В уравнениях (6), (7), взяв производные по t и x имеем:

$$
\begin{aligned}
&w_t(s,t,x) = -\varphi'\left(x - \int_0^t a(\tau, p(\tau,t,x), w(\tau,t,x))d\tau \right)\Big[a(t,x,u(t,x)) + \\
&+ \int_0^t a_x(\tau, p(\tau,t,x), w(\tau,t,x))p_t(\tau,t,x)d\tau + \int_0^t a_u(\tau, p(\tau,t,x), w(\tau,t,x))w_t(\tau,t,x)d\tau \Big] - \\
&- \int_0^s \lambda(\rho) f_x\left(\rho, x - \int_\rho^t a(\tau, p(\tau,t,x), w(\tau,t,x))d\tau \right)\Big[a(t,x,u(t,x)) + \\
&+ \int_0^t a_x(\tau, p(\tau,t,x), w(\tau,t,x))p_t(\tau,t,x)d\tau + \int_0^t a_u(\tau, p(\tau,t,x), w(\tau,t,x))w_t(\tau,t,x)d\tau \Big]d\rho - \\
&- \int_0^s \int_0^\rho \int_{-\infty}^\infty K_x(\rho, x - \int_\rho^t a(\tau, p(\tau,t,x), w(\tau,t,x)d\tau, \xi, \nu)u(\xi,\nu)\Big[a(t,x,u(t,x)) + \\
&+ \int_0^t a_x(\tau, p(\tau,t,x), w(\tau,t,x))p_t(\tau,t,x)d\tau + \int_0^t a_u(\tau, p(\tau,t,x), w(\tau,t,x))w_t(\tau,t,x)d\tau \Big]d\nu d\xi d\rho,
\end{aligned}
\tag{14}
$$

$$
\begin{aligned}
&u_t(t,x) = -\varphi'\left(x - \int_0^t a(\tau, p(\tau,t,x), w(\tau,t,x))d\tau \right)\Big[a(t,x,u(t,x)) + \\
&+ \int_0^t a_x(\tau, p(\tau,t,x), w(\tau,t,x))p_t(\tau,t,x)d\tau + \int_0^t a_u(\tau, p(\tau,t,x), w(\tau,t,x))w_t(\tau,t,x)d\tau \Big] + \\
&+ \lambda(t) f(t,x) - \int_0^t \lambda(\rho) f_x\left(\rho, x - \int_\rho^t a(\tau, p(\tau,t,x), w(\tau,t,x))d\tau \right)\Big[a(t,x,u(t,x)) + \\
&+ \int_0^t a_x(\tau, p(\tau,t,x), w(\tau,t,x))p_t(\tau,t,x)d\tau + \int_0^t a_u(\tau, p(\tau,t,x), w(\tau,t,x))w_t(\tau,t,x)d\tau \Big]d\rho - \\
&- \int_0^t \int_0^\rho \int_{-\infty}^\infty K_x(\rho, x - \int_\rho^t a(\tau, p(\tau,t,x), w(\tau,t,x)d\tau, \xi, \nu)u(\xi,\nu)\Big[a(t,x,u(t,x)) + \\
&+ \int_0^t a_x(\tau, p(\tau,t,x), w(\tau,t,x))p_t(\tau,t,x)d\tau + \int_0^t a_u(\tau, p(\tau,t,x), w(\tau,t,x))w_t(\tau,t,x)d\tau \Big]d\nu d\xi d\rho + \\
&+ \int_0^t \int_{-\infty}^{+\infty} K(t,x,\xi,\nu)u(\xi,\nu)d\nu d\xi,
\end{aligned}
\tag{15}
$$

$$
w_x(s,t,x) = \varphi'\left(x - \int_0^t a(\tau, p(\tau,t,x), w(\tau,t,x))d\tau \right)\Big[1 - \int_0^t a_x(\tau, p(\tau,t,x), w(\tau,t,x))p_x(\tau,t,x)d\tau -
$$

DOI:10.26104/NNTIK.2019.45.557

$$\int_0^t a_u(\tau,p(\tau,t,x),w(\tau,t,x))w_x(\tau,t,x)d\tau\Bigg]-\int_0^s \lambda(\rho)f_x\left(\rho,x-\int_\rho^t a(\tau,p(\tau,t,x),w(\tau,t,x))d\tau\right)\Bigg[1-$$

$$-\int_0^t a_x(\tau,p(\tau,t,x),w(\tau,t,x))p_x(\tau,t,x)d\tau-\int_0^t a_u(\tau,p(\tau,t,x),w(\tau,t,x))w_x(\tau,t,x)d\tau\Bigg]d\rho-$$

$$-\int_0^s\int_0^\rho\int_{-\infty}^\infty K_x(\rho,x-\int_\rho^t a(\tau,p(\tau,t,x),w(\tau,t,x)d\tau,\xi,\nu)u(\xi,\nu)\Bigg[1- \tag{16}$$

$$-\int_0^t a_x(\tau,p(\tau,t,x),w(\tau,t,x))p_x(\tau,t,x)d\tau-\int_0^t a_u(\tau,p(\tau,t,x),w(\tau,t,x))w_x(\tau,t,x)d\tau\Bigg]d\nu d\xi d\rho,$$

$$u_x(t,x)=\varphi'\left(x-\int_0^t a(\tau,p(\tau,t,x),w(\tau,t,x))d\tau\right)\Bigg[1-\int_0^t a_x(\tau,p(\tau,t,x),w(\tau,t,x))p_x(\tau,t,x)d\tau-$$

$$-\int_0^t a_u(\tau,p(\tau,t,x),w(\tau,t,x))w_x(\tau,t,x)d\tau\Bigg]-\int_0^t \lambda(\rho)f_x\left(\rho,x-\int_\rho^t a(\tau,p(\tau,t,x),w(\tau,t,x))d\tau\right)\Bigg[1-$$

$$-\int_0^t a_x(\tau,p(\tau,t,x),w(\tau,t,x))p_x(\tau,t,x)d\tau-\int_0^t a_u(\tau,p(\tau,t,x),w(\tau,t,x))w_x(\tau,t,x)d\tau\Bigg]d\rho-$$

$$-\int_0^t\int_0^\rho\int_{-\infty}^\infty K_x(\rho,x-\int_\rho^t a(\tau,p(\tau,t,x),w(\tau,t,x)d\tau,\xi,\nu)u(\xi,\nu)\Bigg[1-$$

$$-\int_0^t a_x(\tau,p(\tau,t,x),w(\tau,t,x))p_x(\tau,t,x)d\tau-\int_0^t a_u(\tau,p(\tau,t,x),w(\tau,t,x))w_x(\tau,t,x)d\tau\Bigg]d\nu d\xi d\rho. \tag{17}$$

Систему интегральных уравнений (14) - (17) запишем в виде:

$W(s,t,x)=AW(s,t,x)$, где $W(s, t, x)=colon\{w_t(s, t, x), w_x(s, t, x), u_t(t, x), u_x(t, x)\}$,

$A=colon\{A_1, A_2, A_3,, A_4)$, $AW(s, t, x)=colon\{A_1W(s, t, x), A_2 W(s, t, x), A_3 W(s, t, x), A_4 W(s, t, x))$.

Операторы A_1, A_2, A_3, A_4 - определяются из вида уравнений (14), (15), (16), (17).

Лемма 2. Из начально данных явно определяется и существует положительный число T>0 такая, что при выполнении условий 1), 2), 3) и (4), нелинейный система интегральных уравнений (14), (15), (16) и (17) имеет ограниченный, единственный решения.

Лемма доказывается аналогично [1].

Лемма 3. Если вектор функция *V(s, t, x)* является решением системы нелинейных интегральных уравнений (6), (7), (8), (9) и (11), то функции *u(t,x), λ(t)* удовлетворяют задаче (1) – (3), и наоборот.

Доказательство леммы 3 аналогично [1].

Теорема доказана.

DOI:10.26104/NNTIK.2019.45.557

Литература:

1. Иманалиев М.И., Алексеенко С.Н. К теории системы нелинейных интегро- дифференциальных уравнений в частных производных типа Уизема. - Москва: ДАН, 1992. - Т. 325. - №6. - С. 1111-1115.
2. Асанов А., Сулайманов Б. Э. Обратная задача для нелинейных дифференциальных уравнений с частными производными первого порядка// Труды международной конференции «Современной технологии и управление качеством в образовании, науке и производстве: опыт адаптации и внедрения». - Бишкек: Вестник КТУ им. И. Раззакова, 2001. - №5. - С. 221-225.
3. Асанов А., Сулайманов Б.Э. Обратная задача для нелинейных интегро-дифференциальных уравнений //Труды международной научной конференции, посвященной 70-летию академика Иманалиева М. И., “Асимптотические, топологические и компьютерные методы в математике”. - Бишкек: Вестник КГНУ им Ж.Баласагына, 2001. - Сер. 3. - Вып. 6. - С. 74-79.
4. Асанов А., Сулайманов Б.Э. The inverse problem for differential equation of the whitham. // Обратные и некорректные задачи прикладной математики: Тр. 13 - Байкальской междунар. школы-семинара «Методы оптимизации и их приложения», Иркутск, Байкал, 2005. - Том 3: ИСЭМ СО РАН, 2005. - С. 207-211.
5. Асанов А., Сулайманов Б.Э., Токтогулова А.Ш. Об одной обратной задаче для систем дифференциальных уравнений типа Уизема// Материалы международной научно технической конф. «Иновации в образовании, науке и технике», посв. 100-летию первого проректора ФПИ-КГТУ проф. Сухомлинова. - Том 2. - Бишкек, 2006. - С. 38-43.
6. Обратная задача для интегро-дифференциальных уравнений в частных производных|| Вестник ТарГУ им. Дулати, «природопользование и проблемы антропосферы». / Вестник ТарГУ, №2(6). - Тараз: ТарГУ, 2002. - С. 32-46.