МАТЕМАТИКА ИЛИМДЕРИ

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ НАУКИ

MATHEMATICAL SCIENCES

Кыдыралиев Т.Р.

ЭКИНЧИ ТАРТИПТЕГИ АЙРЫМ ТУУНДУЛУУ ИНТЕГРО-ДИФФЕРЕНЦИАЛДЫК ТЕҢДЕМЕЛЕР ҮЧҮН КОШИ МАСЕЛЕСИНИН ЧЫГАРЫМДУУЛУГУНУН ЖЕТИШЭЭРЛИК ШАРТТАРЫ

Кыдыралиев Т.Р.

О ДОСТАТОЧНЫХ УСЛОВИЯХ РАЗРЕШИМОСТИ НАЧАЛЬНОЙ ЗАДАЧИ КОШИ ДЛЯ ИНТЕГРО-ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОГО УРАВНЕНИЯ В ЧАСТНЫХ ПРОИЗВОДНЫХ

T.R. Kydyraliev

ON SUFFICIENT CONDITIONS FOR THE SOLVABILITY OF THE INITIAL PROBLEM OF A NONLINEAR INTEGRO-DIFFERENTIAL PARTIAL DIFFERENTIAL EQUATION

УДК: 517.3

Айрым туундулуу сызыктуу эмес интегро-дифференциалдык теңдеменин баштапкы маселенин чыгарымдуулугу жөнүндөгү көйгөй мурдагыдай эле актуалдуу болуп саналат. Изилдөө ыкмалардын бири чыгарылыштарды өзгөртүү ыкмасы болот. Бул ыкма менен баштапкы маселе сызыктуу эмес Вольтерра интегралдык теңдемесине которулат жана ал алгачкы маселеге эквиваленттүү болот. Алынган теңдемеге топологиялык ыкма колдонулат. Бул иште экинчи тартипте айрым туундулуу сызыктуу эмес интегро-дифференциалдык теңдеменин баштапкы маселесинин чыгарымдуулук көйгөйү изилденген. Алгачкы маселени изилдөө үчүн атайын көптүк тандалып алынган. Келип чыккан сызыктуу эмес экинчи түрдөгү Вольтерра интегралдык теңдемеси жалгыз чыгарылышка ээ болоорлугу аныкталган. Интеграл белгиси астындагы параметр боюнча дифференцирлөө, ошондой эле интегралдын пределдери параметрден көз каранды болгондогу учуру да колдонулган. Чыгарылыштардын түзүлүшү интегралдык түрдө алынган. Баштапкы маселенин сызыктуу эместигинен, табылган жетиштүү шарттар, жалпысынан, чыгарылыштын жалгыздыгына кепилдик бербейт.

***Негизги сөздөр**: интегро-дифференциалдык теңдеме, Коши маселеси, чыгарымдуулук проблема, жетиштүү шарттары, кысып чагылдыруулар, интегралдык теңдеме.*

Проблема разрешимости начальной задачи для нелинейного интегро-дифференциального уравнения в частных производных все еще остается актуальной. Одним из методов исследования является метод преобразования решений. В этом методе исходная начальная задача переводится к нелинейному интегральному уравнению Вольтерра, причем оно является эквивалентной первоначальной. К полученному уравнению применяется топологический метод. В данной работе исследована проблема разрешимости задачи Коши для интегро-дифференциальных уравнений в частных производных второго порядка. Для исследования исходной начальной задачи выбрано специальное множество. Определено множество, в котором преобразованное нелинейное интегральное уравнение Вольтерра второго рода имеет единственное решение. При преобразовании решений использованы дифференцирования по параметру под знаком интеграла, а также случай, когда пределы интеграла зависят от параметра. Получена структура решений в интегральном виде. В силу нелинейности начальной задачи, найденные достаточные условия не гарантируют единственность полученных решений.

***Ключевые слова:** интегро-дифференциальное уравнение, задача Коши, условие разрешимости, достаточные условия, принцип сжатых отображений, интегральное уравнение.*

The problem of the solvability of the initial problem for a nonlinear integro-differential equation in partial derivatives still remains relevant. One of the research methods is the decision transformation method. In this method, the initial initial problem is transferred to the nonlinear Volterra integral equation, and it is equivalent to the initial one. The topological method is applied to the resulting equation. In this paper, we study the problem of solvability of the Cauchy *problem for nonlinear two-order integro-differential equations in partial derivatives. To study the initial initial problem, a special normalized space was chosen. A ball is defined in which the transformed nonlinear Volterra integral equation of the second kind has a unique solution. When converting solutions, differentiations by parameter under the integral sign are used, as well as the case when the limits of the integral depend on the parameter. The structure of solutions in the integral form is obtained. By virtue of the nonlinearity of the initial problems, the found sufficient conditions, generally speaking, do not guarantee the uniqueness of the solutions obtained.*

Key words: *integro-differential equation, Cauchy problem, solvability condition, sufficient conditions, compressed map principle, integral equation.*

Экинчи тартиптеги айрым туундулуу интегро-дифференциалдык тендемелер үчүн Коши маселесин карайлы

$$u_{tt}+u_{xx}+u_{yy}+2u_{xy}=\lambda\int_0^T\int_0^{T_1}\int_0^{T_2} K(t,x,y,\rho,\gamma,\nu,u(\rho,\gamma,\nu))d\nu d\gamma d\rho \tag{1}$$

баштапкы шарттары менен

$$u(0,x,y)=\varphi(x,y), \tag{2}$$

$$u_t(0,x,y)=\psi(x,y),\quad x,y\in R. \tag{3}$$

(B) **Шарт.** Мейли функциялар $\varphi(x,y),\quad \psi(x,y)\in C^2\left(R\times R\right)$ жана $K(t,x,y,\rho,\gamma,\nu,u)\in \overline{C}^{(2,2,2,,0,0,0,0)}\left(D\times D\times R\right)\cap Lip\left(L\big|_u\right)$ болсун.

(1)-(3) Коши маселеси чындыгында төмөндөгү түрдөгү интегралдык теңдемеге эквиваленттүү

$$u(t,x,y)=\varphi(x-it,y-it)+\int_0^t a(x-i(t-s)+is,y-i(t-s)+is)ds+ \tag{4}$$

$$+\lambda\int_0^t\int_0^s\int_0^T\int_0^{T_1}\int_0^{T_2} K(s,x+i(t-s)-i(\sigma-s),y+i(t-s)-i(\sigma-s),\rho,\gamma,\nu,u(\rho,\gamma,\nu))d\rho d\gamma d\nu ds d\sigma\equiv Pu.$$

мында $a(x,y)=\psi(x,y)+i[\varphi_x^{'}(x,y)+\varphi_y^{'}(x,y)]$.

(4) тон удаалаш түрдө айрым туундуларын табабыз

$$u_t=-i[\varphi_x'(x-it,y-it)+\varphi_y'(x-it,y-it)]+a(x+it,y+it)-i\int_0^t(a_x+a_y)ds+$$

$$+\lambda\int_0^t\int_0^T\int_0^{T_1}\int_0^{T_2} K(s,x+i(t-s),y+i(t-s),\rho,\gamma,\nu,u(\rho,\gamma,\nu))d\rho d\gamma d\nu ds+$$

$$+\lambda i\int_0^t\int_0^s\int_0^T\int_0^{T_1}\int_0^{T_2}[K_x(\cdot)+K_y(\cdot)]d\rho d\gamma d\nu ds d\sigma, \tag{5}$$

мында $(\cdot)$ символу төмөндөгү өзгөрмөлөрдөн көз карандылыгын белгилейт

$$(s,x+i(t-s),y+i(t-s),\rho,\gamma,\nu,u(\rho,\gamma,\nu)).$$

$$u_{tt}=i^2[\varphi_{xx}''(x-it,y-it)+2\varphi_{xy}''(x-it,y-it)+\varphi_{yy}''(x-it,y-it)]+i[a_x'+a_y']-i[a_x'+a_y']+$$

$$+i^2\int_0^t[a_{xx}''(x-i(t-s)+is,y-i(t-s)+is)+2a_{xy}''(x-i(t-s)+is,y-i(t-s)+is)+$$

$$+a_{yy}''(x-i(t-s,y-i(t-s)+is)+is)]ds++\lambda\int_0^T\int_0^{T_1}\int_0^{T_2} K(t,x,y,\rho,\gamma,\nu,u(\rho,\gamma,\nu))d\rho d\gamma d\nu-$$

$$-\lambda i\int_0^t\int_0^T\int_0^{T_1}\int_0^{T_2}[K_x(.)+K(.)]d\rho d\gamma d\nu ds++\lambda i\int_0^t\int_0^T\int_0^{T_1}\int_0^{T_2}[K_x(\cdot)+K_y(\cdot)]d\rho d\gamma d\nu ds+$$

$$+\lambda i^2\int_0^t\int_0^\sigma\int_0^T\int_0^{T_1}\int_0^{T_2}[K_{xx}(\cdot)+2K_{xy}(\cdot)+K_{yy}(\cdot)]d\rho d\gamma d\nu ds d\sigma\,, \qquad (6)$$

$$u_x=\varphi_x'(x-it,y-it)+\int_0^t a_x'(x-i(t-s)+is,y-i(t-s)+is)ds+\lambda\int_0^t\int_0^\sigma\int_0^T\int_0^{T_1}\int_0^{T_2}K_x(\cdot)d\rho d\gamma d\nu ds d\sigma\,,$$

$$u_{xy}=\varphi_{xy}'(x-it,y-it)+\int_0^t a_{xy}'(x-i(t-s)+is,y-i(t-s)+is)ds+\lambda\int_0^t\int_0^\sigma\int_0^T\int_0^{T_1}\int_0^{T_2}K_{xy}(\cdot)d\rho d\gamma d\nu ds d\sigma$$

$$u_{xx}=\varphi_{xx}''(x-it)+\int_0^t a_{xx}''(x-i(t-s)+is,y-i(t-s)+is)ds+\lambda\int_0^t\int_0^\sigma\int_0^T\int_0^{T_1}\int_0^{T_2}K_{xx}d\rho d\gamma d\nu ds d\sigma\,;$$

$$u_y=\varphi_y'(x-it,y-it)+\int_0^t a_y'(x-i(t-s)+is,y-i(t-s)+is)ds+\lambda\int_0^t\int_0^\sigma\int_0^T\int_0^{T_1}\int_0^{T_2}K_y(\cdot)d\rho d\gamma d\nu ds d\sigma\,,$$

$$u_{yy}=\varphi_{yy}''(x-it)+\int_0^t a_{yy}''(x-i(t-s)+is,y-i(t-s)+is)ds+\lambda\int_0^t\int_0^\sigma\int_0^T\int_0^{T_1}\int_0^{T_2}K_{yy}d\rho d\gamma d\nu ds d\sigma \qquad (7)$$

(6), (7) деги табылган экинчи тартиптеги айрым туундуларды (1) теңдемесине коюп барабардык алабыз. Андан сыткары эгерде, (4), (5) формулаларына $t=0$ десек, анда (5) белгилөөсүнөн (2), (3) баштапкы шарттарын алабыз. Жогорудагыны далилдөө талап кылынган болчу.

(1)-(3) Коши маселесинин чыгарымдуулугунун жашашы жана жалгыздыгын далилдөө үчүн (4) теңдемесине кысып чагылтуу принцибин колдонобуз, б.а. оператордук теңдемеге

$u=Pu$,

мында Pu - оператору (4) теңдемесинин оң жагынан аныкталган.

Мейли $Q=\{u(t,x,y):u(t,x,y)\in C^{(2,2,2)}(D\times R)\cup\|u\|\le h\}$.

Белгилейбиз $\left\|\varphi(x-it,y-it)+\int_0^t a(x-it+2is,y-it+2is)ds\right\|=q$, (8)

мейли q саны (8) формуласы менен аныкталсын. Төмөндөгү барабарсыздыктан h туруктуусун аныктайлы

$$q+|\lambda|L\frac{T_1T_2T^3}{2}h\le h \quad \text{же} \quad \frac{q}{1-|\lambda|L\frac{T_1T_2}{2}T^3}\le h\,. \qquad (9)$$

Анда Φu оператору Ω көптүгүндө өзүнө көтөрөт.

Φu оператору кысуу оператору боло тургандыгын көрсөтөбүз. (4) ден Липшица шартын пайдаланып төмөндөгүгө ээ болобуз

$$\|\Phi u_1-\Phi u_2\|\le\left\|\lambda\int_0^t\int_0^s\int_0^T\int_0^{T_1}\int_0^{T_2}\left[K(s,x+i(t-s)-i(\sigma-s),y+i(t-s)-i(\sigma-s)\rho,\gamma,\nu,u_1(\rho,\gamma,\nu))-\right.\right.$$

$$-K(s,x+i(t-s)-i(\sigma-s),y+i(t-s)-i(\sigma-s)\rho,\gamma,\nu,u_2(\rho,\gamma,\nu))]d\rho d\gamma d\nu ds d\sigma\| \le$$

$$\le|\lambda|L\frac{T_1T_2T^3}{2}\|u_1-u_2\|$$

(9) дан кошумча $T,\ T_1, T_2$ ды төмөндөгү барабарсыздык аткарыла тургандай тандайбыз

$$|\lambda|L\frac{T_1T_2T^3}{2}<1. \qquad (10)$$

Анда кысып чагылтуу принцибинин негизинде (4) сызыктуу эмес интегралдык теңдемеси жалгыз чыгарылышка ээ болот.

Андан ары (1)-(3) Коши маселесинин чыгарылышынын касиетин изилдейбиз, (4)төн төмөндөгүнү алабыз

$$\|u\|=\left\|\varphi(x-it)+\int_0^t a(x-i(t-s)+is)ds\right\|+$$

$$+\left\|\lambda\int_0^t\int_0^s\int_0^T\int_0^{T_1}K(s,x+i(t-s)-i(\sigma-s),\gamma,\rho,u(\rho,\gamma))d\rho d\gamma ds d\sigma\right\|\le q_1+|\lambda|N\frac{T_1T^3}{2}=const.$$

Аналогиялык жол менен (6), (7)деги $u_{tt},\ u_{xx}, u_{yy}$ тер бир калыпта чектелгенин далилдөөгө болот.

Теорема 1. Мейли (В) шарты аткарылсын, анда $\exists\ T_0>0$ жашап, (1)-(2) Коши маселеси чыгарылышка ээ болот $u(t,x,y)\in\overline{C}^{(2,2,2)}([0,T_0]\times R\times R)$.

Адабияттар:

1. Владимиров В.С. Уравнения математической физики. - Москва: Наука, 1976. - 527 с.
2. Иманалиев М.И., Какишов К.К., Какишов Ж.К. Сингулярно-возмущенное дифференциальное уравнение второго порядка с точкой поворота / Тезисы докл. межд. науч. конф., «Актуальные проблемы дифференц. уравнений и мат. физики». - Алматы, 2005. - С. 94.
3. Иманалиев М.И., Иманалиев Т.М., Какишов К. О задачах Коши для нелинейных дифференциальных уравнений с частными производными шестого порядка // Исслед. по интегро-дифференц. уравнениям. - Бишкек: Илим, 2007. - Вып. 36. - С. 19-28.
4. Иманалиев М.И., Байзаков А.Б. О разрешимости задачи Коши для одного класса нелинейных дифференциальных уравнений в частных производных // Поиск (научное приложение международного журнала «Высшая школа Казахстана»), сер. мат.-техн. Наук. - Алматы, 2009. - С. 209-213.
5. Imanaliev M.I., Baizakov A.B., Kydyraliev T.R. Sufficient conditions for the existense of solutions of the Cauchy problem of partial differential eguations of third order // Proceedings of V Congress of the Turkic World mathematicians. Bishkek, 2014. - V.1. - P.121-126.
6. Кыдыралиев Т.Р. О применении метода преобразования решений к исследованию разрешимости начальной задачи дифференциальных уравнений в частных производных [Текст] / Кыдыралиев Т.Р. / Приволжский научный вестник. - Ижевск, 2016. - №2 (54). - С. 14-18.
7. Kydyraliev T.R. On the solvability of the Cauchy problem for a singularly perturbed integro- differential equations in partial derivatives of the first order with the turning point[Текст] /Kydyraliev T.R. / Проблемы современной науки и образования. - Москва, 2016. - №3(45). - С. 45-49.
8. Байзаков А.Б., Кыдыралиев Т.Р., Шаршенбеков М.М. Структура и асимптотическая устойчивость решений систем дифференциальных уравнений типа Коши. / Республиканский научно-теоретический журнал «Наука, новые технологии и инновации Кыргызстана», №7. - Бишкек, 2018. - С. 3-8.
9. Иманалиев М.И., Байзаков А.Б. О задаче Коши интегро-дифференциальных урвнений в частных производных четвертого порядка. / Республиканский научно-теоретический журнал «Известия вузов», №2. - Бишкек, 2009. - С. 7-11.

Рецензент: к.ф.-м.н. Алиева А.Р.

ТЕХНИКА ИЛИМДЕРИ

ТЕХНИЧЕСКИЕ НАУКИ

TECHNICAL SCIENCES

Сулайманов Р.У., Асанов Р.Э., Абдалиев У.К.

ВЕРТИКАЛДЫК ТИПТЕГИ УНИВЕРСАЛДЫК КАЗАНДЫ ИШТЕП ЧЫГУУ

Сулайманов Р.У., Асанов Р.Э., Абдалиев У.К.

СОЗДАНИЕ УНИВЕРСАЛЬНОГО КОТЛА ВЕРТИКАЛЬНОГО ТИПА

R.U. Sulaimanov, R.E. Asanov, U.K. Abdaliev

CREATION OF THE UNIVERSAL COPPER OF VERTICAL TYPE

УДК: 62.69

Бул макалада вертикалдык типтеги универсалдык казандын (ВТУК) иштелип чыгуусу берилип, андагы комплекстүү изилдөөлөр: 1) суунунун температурасынын жогорулоосунун сууну ысытуу убактысынан көз карандылыгы;2) алынган буунун массасынын аны өндүрүү убактысынан көз карандылыгы, тактап айтканда ВТУКдын буу өндүрүмдүүлүгү каралган. Ошондой эле сууну ВТУК жана РИ-5М ысытууга сарпталган убакыттар эксперименталдык график түрүндө салыштырылып, өзгөчөлүктөрү берилди. РИ-5М эксперименталдык графиги анын техникалык мүнөздөмөсүнөн алынды. Эксперименттин экинчи бөлүгүндө кайноодон кийинки бир саат аралыгында болгон буу өндүрүмдүүлүк процесстери изилденип салыштырылды. Буу өндүрүмдүүлүк процесстери 100°C-130°C температурада жана 0,4кгс/см^2-2кгс/см^2 басым аралыгында каралып, изилдөөлөрдүн жыйынтыгында: 1) көлөмдөрү бирдей 172 литр болгон суу ВТУКда 4,6 эсе батыраак кайнаары; 2) ВТУКнын буу өндүрүмдүүлүгү РИ-5М ге караганда эки эсе жогору болоору аныкталды.

***Негизги сөздөр:** универсалдуу, казан, буу өндүрүмдүүлүк, катуу отун, техникалык мүнөздөмө, вертикалдык, буу, кайноо.*

В этой работе разработан универсальный котел вертикального типа (УКВТ) и комплексно исследуются зависимости: 1) роста температуры воды от времени ее нагревания; 2) массы полученного пара от времени, т.е. паропроизводительность УКВТ. Также экспериментально в виде графиков сравниваются время затраченное на нагревание воды от 15°C до 100°C на универсальный котел вертикального типа (УКВТ) и РИ-5М. Экспериментальный график РИ-5М получается из его технических характеристик. Во второй части эксперимента исследуются и сравниваются процесс после кипения – парообразования за 1 час. На УКВТ используется 400 литров воды, а на паровом котле РИ-5М график парообразования составляется исходя из его технических характеристик. Парообразование рассматривается в пределах температур 100°C-130°C и давлениях 0,4 кгс/см^2-2 кгс/см^2. Исследованием установлено, что: 1) при одинаковом объеме воды равной 172 литров вода на УКВТ закипает в 4,6 раза быстрее: на УКВТ за 7,5 мин, на РИ-5М за 30 мин; 2) Паропроизводительность УКВТ превышает РИ-5М в два раза: у УКВТ - 400кг/час, у РИ-5М-200 кг/час.

***Ключевые слова:** универсальный, котел, паропроизводительность, твердое топливо, технические характеристики, вертикальный, пар, кипение.*

In this work dependences are in a complex investigated: 1) growth of water temperature from time of its heating on the Universal Copper of Vertical Type (УКВТ); 2) the mass of the received steam from time, that is the steam generating capacity of УКВТ. Also experimentally in the form of schedules are compared time spent for heating of water from 15°C to 100°C on УКВТ and РИ-5М. The experimental schedule of РИ-5М turns out from its technical characteristics. In the second part of an experiment it is investigated and are compared process after boiling – steam formation in 1 hour. On УКВТ 400 liters of water are used, and on the РИ-5М boiler the schedule of steam formation is formed proceeding from its technical characteristics. Steam formation is considered within temperatures of 100 °C-130 of °C and 0,4kgs/cm^2-2кгс/cm^2 pressure. By a research it is established that: 1) at the identical volume of water of equal 172 liters water on УКВТ begins to boil 4,6 times quicker: on УКВТ in 7,5 min., on РИ-5М in 30 min.; 2) The steam generating capacity of УКВТ exceeds РИ-5М twice: at UKVT-400kg/hour, at РИ-5М-200kg/hour.