

*Ботоканова Б.А.*

## ТИПТҮҮ КЕСИЛИШТЕГИ ТУННЕЛДЕРДИН АЙЛАНАСЫНДАГЫ ЧЫҢАЛУУЛАРЫНЫН КОНЦЕНТРАЦИЯСЫ ТУУРАЛУУ

*Ботоканова Б.А.*

### О КОНЦЕНТРАЦИИ НАПРЯЖЕНИЙ ВОКРУГ ТУННЕЛЕЙ С ТИПОВЫМИ ПОПЕРЕЧНЫМИ СЕЧЕНИЯМИ

*B.A. Botokanova*

#### ON THE CONCENTRATION OF STRESSES AROUND TUNNELS WITH TYPICAL CROSS-SECTIONS

УДК: 622.411.33

Макалада типтүү кесилиштердеги гидротехникалык туннельдердин айланасындагы чыңалууларынын концентрациясы белгиленген. Колосово-Мухелишвилинин ыкмасын [5] колдонуу менен [1-4] иштеринде ар түрдүү типтүү кесилиштеги тоо этектерине жана дарыяга жакын капчыгайга жайгашкан туннельдердин айланасындагы чыңалуулардын математикалык модели аткарылган. Математикалык модель чыңалуу талаасы түрүндө түзүлдү жана дайындалган таширмада чагылдыруучу функциянын жардамы менен туннельдин чегиндеги күчтөрдүн эсеби эсептелдинди. Бул макалада үч бурчтуу, арка жана сүйрү түзүлүштөгү басымдуу (басымсыз) туннельдердин айланасындагы чыңалууларынын концентрациясы изилденген жана бул түзүлгөн аналитикалык модели MATHCAD программалык пакетинин [6] жардамы менен ишке ашырылган. Ошентип, эки учурдагы: басымдуу жана басымсыз туннельдердин айланасындагы чыңалуулардын концентрациясынын закон ченемдүүлүгү алынды. Туннельдердин тышкы аймагына таасир берген эн жогорку кысылуу чыңалууларынын концентрациясы жана туннельдердин чегине гидростатикалык күч таасиринин негизинде гана пайда болуучу чоюлуу чыңалуусу изилденди.

**Негизги сөздөр:** чыңалуу, концентрация, чектеги шарттар, чагылдыруу функциясы, гидростатикалык басым, математикалык модель.

В статье анализируются зоны концентрации напряжений вокруг гидротехнических туннелей, где рассматривались различные сечения. В работах [1-4] методом Колосова-Мухелишвили [5] создана математическая модель напряжённого состояния вокруг напорного (без напорного) туннеля, где расположено в зоне влияния межгорной впадины и в массиве вблизи речного каньона. Математическая модель построена в виде суммы полей напряжений и поставленная задача определена с помощью отображающей функции, определены граничные условия действующие на контур туннеля при расчетах [1-4]. Результаты разработанной методики расчета завершены с применением программного комплекса MATHCAD [6] и исследованы концентрации напря-

жений вокруг напорных (без напорных) туннелей с треугольным, сводчатым, с овальным поперечными сечениями. Для каждого случая произведены расчеты концентраций напряжений. Все числовые значения напряжений  $\sigma_{\theta}$  (МПа) приведены в таблице. Таким образом, получены закономерности возникновения зоны концентрации распределения всех компонентов напряжений для двух случаев: без напора и с напором. Исследованы зоны концентрации напряжений в поверхностях туннелей, где имеется максимальная сжимающие напряжения, а растягивающие напряжения для условий, когда на контуре туннеля действует гидростатический напор.

**Ключевые слова:** напряжения, концентрация, граничные условия, отображающая функция, сжатия, растяжения, гидростатика, математическая модель.

The article analyzes the zone of concentration of stresses around hydraulic tunnels, where various sections were considered. In [1-4], the Kolosov-Muskhelishvili method [5] created a mathematical model of the stress state around a pressure (without pressure) tunnel, where it is located in the zone of influence of an intermountain depression and in an array in the vicinity of a river canyon. The mathematical model was constructed as a sum of stress fields, and the task was determined using the mapping function, the boundary conditions acting on the tunnel contour were determined in the calculations [1-4]. The results of the developed calculation methodology were completed using the MATHCAD software package [6], and the stress concentrations around pressure (without pressure) tunnels with triangular, vaulted, with oval cross sections were investigated. For each case, the calculated stress concentrations. All numerical values of stresses  $\sigma_{\theta}$  (MPa) are given in the table. Thus, we obtained regularities for the occurrence of a concentration zone for the distribution of all stress components for two cases: without pressure and with pressure. The zones of stress concentration in the surfaces of tunnels, where there is maximum compressive stress, and tensile stress for conditions when hydrostatic pressure acts on the tunnel contour are investigated.

**Key words:** stresses, concentration, boundary conditions, mapping function, compression, tension, hydrostatics, mathematical model.

Общий вид отображающей функции принимаем как оператор, зависящий от переменных  $\rho$  и  $\theta$  [7]:  $\zeta(\rho, \theta) = \rho \cdot e^{i\theta}$

$$\omega(\rho, \theta) = \left( \zeta(\rho, \theta) + \frac{d_1}{\zeta(\rho, \theta)} + \frac{d_2}{\zeta(\rho, \theta)^2} + \frac{d_3}{\zeta(\rho, \theta)^3} + \frac{d_4}{\zeta(\rho, \theta)^4} + \frac{d_5}{\zeta(\rho, \theta)^5} \right) e^{i\theta} \quad (1)$$

Параметры  $d_k$  подбираются в зависимости от формы конкретной формы поперечного сечения туннеля.

Значения параметров отображающей функции  $d_k$  для трех типов сечений туннеля даны в таблице 1.

Таблица 1

сечение	$d_1$	$d_2$	$d_3$	$d_4$	$d_5$
Треугольное	-0,4296	0,22721	0,0588	0,002	0
Сводчатое	0,1416	0,0651	-0,097	0,0371	0,0019
Овальное	0,3012	0	-0,0494	0	0

Расчетные формулы для определения формы и сетки разбиения исследуемой области, где в узлах сетки будут вычислены компоненты напряжений:

$$\rho = 1 \dots 2; \theta = 0 \dots 2 \cdot \pi; \zeta(\rho, \theta) = \rho \cdot e^{i\theta}$$

$$\omega_0(\rho, \theta) = \left( \frac{d_1}{\zeta(\rho, \theta)} + \frac{d_2}{\zeta(\rho, \theta)^2} + \frac{d_3}{\zeta(\rho, \theta)^3} + \frac{d_4}{\zeta(\rho, \theta)^4} + \frac{d_5}{\zeta(\rho, \theta)^5} \right)$$

$$z(\rho, \theta) = R \cdot e^{i\delta} \cdot (\zeta(\rho, \theta) + \omega_0(\rho, \theta)), \omega(\rho, \theta) = (\zeta(\rho, \theta) + \omega_0(\rho, \theta)) \cdot R \cdot e^{i\delta}$$

Здесь  $0 \leq \rho \leq \infty$  ось положительных чисел;  $0 \leq \theta \leq 2\pi$  – в радианах.  $R$  – коэффициент для изменения размеров исследуемой поперечной сечении туннеля;  $\delta$  – параметр (в радианах) для установления ориентации оси симметрии поперечного отображающей функции в таб.1., таким путем можно создать математическую модель треугольных, сводчатых и овальных форм поперечных сечений туннелей.

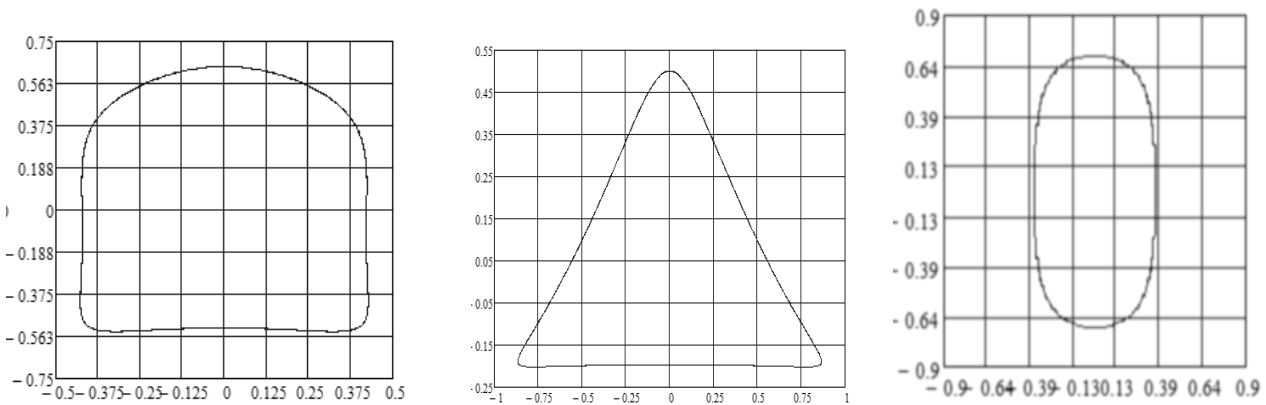


Рис. 1. Расчетная область сводчатого, треугольного и овального сечения туннеля.

На контур туннеля действует гидростатический напор, требуется определить концентрации напряжений вокруг с типовыми поперечными сечениями туннеля с учетом напора и без напора.

Начальное напряженное состояние массивов пород в условиях действия указанных сил представляется в виде суммы первых двух полей напряжений с индексами « $p$ » и « $r$ » и удовлетворяют на контуре граничным условиям [9]:

$$\begin{aligned} X_n^* &= (\sigma_x^p + \sigma_x^r + T_x)(\cos n, x) + (\tau_{xy}^p + \tau_{xy}^r) \cos(n, y) = 0; \\ Y_n^* &= (\tau_{xy}^p + \tau_{xy}^r) \cos(n, x) + (\sigma_y^p + \sigma_y^r + T_y)(\cos n, y) = 0; \end{aligned} \quad (2)$$

где  $n$  – направление внешней нормали в какой-либо точке контура.

Модель напряженного состояния массивов пород вокруг туннелей представляется в виде суммы [1-4]:

$$\begin{aligned} \sigma_x &= \sigma_x^p + \sigma_x^r + \sigma_x^t + \sigma_x^n, & \sigma_y &= \sigma_y^p + \sigma_y^r + \sigma_y^t + \sigma_y^n, \\ \tau_{xy} &= \tau_{xy}^p + \tau_{xy}^r + \tau_{xy}^t + \tau_{xy}^n \end{aligned} \quad (3)$$

Интегралы уравнения равновесия представлены выше и имеют вид:

$$\sigma_x^{\Pi} = A_1 \cdot y + T_x; \quad \sigma_y^{\Pi} = A_2 \cdot y; \quad \tau_{xy}^{\Pi} = A_3 \cdot y \quad (4)$$

где  $A_1 = \lambda\gamma((1 - K_c \cos \delta)$ ;  $A_2 = \gamma((1 - K_c \cos \delta)$ ;  $A_3 = K_c \cdot \gamma \sin \delta$ ); – начало оси координат расположено в начале полуплоскости;  $K_c$  – коэффициент сейсмичности горного района;  $\delta$  – направления действия сейсмической силы;  $T_x$  – горизонтальная тектоническая сила.

Сумма первых трех полей напряжений (1) в контурных точках туннеля удовлетворяют граничным условиям (3). Когда на контур туннеля действует гидростатический напор ( $-P$ ) необходимо решить граничные задачи от функции, из условий (5):

$$\begin{aligned} \varphi(\sigma) + \overline{\varphi'(\sigma)} \cdot \left[ \frac{\omega(\sigma)}{\overline{\omega'(\sigma)}} \right] + \overline{\psi(\sigma)} &= -P_0 R \omega(\sigma) \\ \overline{\varphi(\sigma)} + \varphi'(\sigma) \cdot \left[ \frac{\overline{\omega'(\sigma)}}{\omega(\sigma)} \right] + \psi(\sigma) &= -P_0 R \overline{\omega(\sigma)} \end{aligned} \quad (5)$$

Соотношения для определения функций  $\varphi(\zeta)$ ,  $\psi(\zeta)$  из граничных условий напишем в виде суммы для постоянных коэффициентов заданных (5).

$$\begin{aligned} N_1 &= \frac{(S_x + S_y) \cdot R \cdot e^{i\delta}}{2}; \quad N_3 = \overline{N_1}; \quad N_2 = \frac{(S_x - S_y - 2 \cdot i \cdot S_{xy}) \cdot R \cdot e^{-i\delta}}{2}; \\ N_4 &= \overline{N_2}; \quad N_1 = -17.5i; \quad N_3 = 17.5i; \quad N_2 = -10 - 2.5i; \quad N_4 = -10 + 2.5i; \\ a_{01} &= -N_1 \cdot d_1 - N_2; \quad a_{02} = -N_1 \cdot d_2; \quad a_{03} = -N_1 \cdot d_3; \quad a_{04} = -N_1 \cdot d_4; \quad a_{05} = -N_1 \cdot d_5; \quad a_{11} = e^{i\delta} \cdot \\ &P \cdot R \cdot d_1; \quad a_{12} = e^{i\delta} \cdot P \cdot R \cdot d_2; \quad a_{13} = e^{i\delta} \cdot P \cdot R \cdot d_3; \quad a_{14} = e^{i\delta} \cdot P \cdot R \cdot d_4; \quad a_{15} = e^{i\delta} \cdot P \cdot R \cdot d_5; \\ b_{01} &= -N_4 \cdot d_1 - N_3; \quad b_{02} = -N_4 \cdot d_2; \quad b_{03} = -N_4 \cdot d_3; \quad b_{04} = -N_4 \cdot d_4; \\ ca_1 &= a_{01} + a_{11} \quad ca_2 = a_{02} + a_{12}; \quad ca_3 = a_{03} + a_{13}; \quad ca_4 = a_{04} + a_{14}; \quad ca_5 = a_{05} + a_{15}; \\ b_{11} &= e^{i\delta} \cdot P \cdot R \cdot d_2; \quad sb_2 = b_{02}; \quad sb_3 = b_{03}; \quad sb_4 = b_{04}; \quad sb_1 = b_{01} + b_{11}; \quad sb_5 = b_{05}. \end{aligned}$$

Перечень постоянных величин для вычисления типа Коши от заданных граничных условий на контуре отверстия:

$$\varphi(\zeta) + G(\zeta) = A_0(\zeta); \quad \varphi'(\zeta) \cdot \left[ \frac{\overline{\omega(\zeta)}}{\overline{\omega'(\zeta)}} \right] + \psi(\zeta) - \overline{G(\zeta)} = B_0(\zeta); \quad (6)$$

$$G(\zeta) = [b_3 \overline{R_1}] e^{-2i\delta} \zeta^{-1}; \quad A_0(\zeta) = \sum_{k=1}^3 ca_k \zeta^{-k}; \quad B_0(\zeta) = \sum_{k=1}^3 sb \zeta^{-k}.$$

Выражение, заключенное в квадратных скобках в (5), разложено в простые дроби:

$$\begin{aligned} b_0 &= 4 \cdot d_4 d_5 + 3 \cdot d_3 \cdot d_4 + 2 \cdot d_2 \cdot b_3 + d_1 \cdot b_2; \quad b_3 = d_3 + d_1 \cdot d_5; \quad b_4 = d_4; \quad b_5 = d_5; \\ b_1 &= d_1 + 3 \cdot d_3 \cdot d_5 + 2 \cdot d_2 \cdot d_4 + d_1 \cdot d_3 + d_1 \cdot d_1 \cdot d_5; \\ b_2 &= d_2 + 2 \cdot d_2 \cdot d_5 + d_1 \cdot d_4; \quad q_0 = 5 \cdot d_5 \cdot b_0; \quad q_1 = 5 \cdot d_5 \cdot b_1 + 4 \cdot d_4 \cdot b_0; \quad q_2 = 5 \cdot d_5 \cdot \\ &b_2 + 4 \cdot d_4 \cdot b_1 + 3 \cdot d_3 \cdot b_0; \\ q_3 &= 5 \cdot d_5 \cdot b_3 + 3 \cdot d_3 \cdot b_1 + 4 \cdot d_4 \cdot b_2 + 2 \cdot d_2 \cdot b_0; \\ q_4 &= 5 \cdot d_5 \cdot d_4 + 4 \cdot d_4 \cdot b_3 + 2 \cdot d_2 \cdot b_1 + 3 \cdot d_3 \cdot b_2 + d_1 \cdot b_0; \\ q_5 &= 1 + 5 \cdot d_5^2 + 4 \cdot d_4^2 + 3 \cdot d_3 \cdot b_3 + 2 \cdot d_2 \cdot b_2 + d_1 \cdot b_1. \end{aligned}$$

Граничные условия для (5) определены с помощью постоянных;

$$b_{p0} = b_0 \cdot e^{2 \cdot i \cdot \delta}; \quad b_{p1} = b_1 \cdot e^{2 \cdot i \cdot \delta}; \quad b_{p2} = b_2 \cdot e^{2 \cdot i \cdot \delta}; \quad b_{p3} = b_3 \cdot e^{2 \cdot i \cdot \delta};$$

$$b_{p4} = b_4 \cdot e^{2 \cdot i \cdot \delta}; \quad b_{p5} = b_5 \cdot e^{2 \cdot i \cdot \delta}; \quad q_{p0} = -q_0 \cdot e^{-2 \cdot i \cdot \delta}; \quad q_{p1} = -q_1 \cdot e^{-2 \cdot i \cdot \delta}; \quad q_{p2} = -q_2 \cdot e^{-2 \cdot i \cdot \delta};$$

$$q_{p3} = -q_3 \cdot e^{-2 \cdot i \cdot \delta}; \quad q_{p4} = -q_4 \cdot e^{-2 \cdot i \cdot \delta}; \quad q_{p5} = -q_5 \cdot e^{-2 \cdot i \cdot \delta};$$

Из первого уравнения в (5), приравняв коэффициенты при одинаковых степенях переменного  $\zeta^{-1}$ , получим явные соотношения для потенциалов  $\varphi$  и  $\psi$ :

$$M_{0,0} = 1; \quad M_{0,1} = 0; \quad M_{0,2} = 0; \quad M_{0,3} = bp_3; \quad M_{0,4} = -2 \cdot bp_4; \quad M_{0,5} = -3 \cdot bp_5;$$

$$M_{1,1} = 1; \quad M_{1,0} = 0; \quad M_{1,2} = 0; \quad M_{1,3} = -bp_3; \quad M_{1,4} = -2 \cdot bp_5; \quad M_{1,5} = 0;$$

$$M_{2,0} = 0; \quad M_{2,1} = 0; \quad M_{2,2} = 0; \quad M_{2,3} = -bp_5; \quad M_{2,4} = 0; \quad M_{2,5} = 0; \quad M_{3,0} = \overline{bp_3};$$

$$M_{3,1} = -2 \cdot \overline{bp_4}; \quad M_{3,2} = -3 \cdot \overline{bp_5}; \quad M_{3,3} = 1; \quad M_{3,4} = 0; \quad M_{3,5} = 0;$$

$$M_{4,0} = -\overline{bp_4}; \quad M_{4,1} = -2 \cdot \overline{bp_5}; \quad M_{4,2} = 0; \quad M_{4,3} = 0; \quad M_{4,4} = 0; \quad M_{4,5} = 0;$$

$$M_{5,0} = -\overline{bp_5}; \quad M_{5,1} = 1; \quad M_{5,2} = 0; \quad M_{5,3} = 0; \quad M_{5,4} = 0; \quad M_{5,5} = 1.$$

Правую часть этой системы уравнений обозначим следующим образом:  $MO_0 = ca_1$ ;  $MO_1 = ca_2$ ;  $MO_2 = ca_3$ ;  $MO_3 = \overline{MO_0}$ ;

$$MO_4 = \overline{MO_1}; \quad MO_5 = \overline{MO_5}$$

Система уравнений решена методом векторной алгебры, который в пакете программ МАТСАДА и оформлены как простые вычисляемые функции:

$$MR = M^{-1} \cdot MO \quad MR = \begin{pmatrix} 10.52 + 7.405i \\ 0 \\ -0.864i \\ 10.52 + 7.405i \\ 0 \\ -0.864i \end{pmatrix}$$

Здесь принято:

$$\gamma_1 = (b_3 \cdot MR_3 + 2b_4 \cdot MR_4 + 3 \cdot b_5 \cdot MR_5) \cdot e^{(2 \cdot i \cdot \delta)};$$

$$\gamma_2 = (b_4 \cdot MR_3 + 2b_5 \cdot MR_4) \cdot e^{(2 \cdot i \cdot \delta)}; \quad \gamma_3 = b_5 \cdot MR_3 \cdot e^{(2 \cdot i \cdot \delta)}.$$

Отношения  $\frac{\omega(\sigma)}{\omega'(\sigma)}$  и  $\frac{\overline{\omega'(\sigma)}}{\omega(\sigma)}$  алгоритм разложения многолена заменяем на простые выражения и запишем в виде полинома+правильная дробь:

$$\phi(\rho, \theta) = \left( \frac{C_1}{\zeta(\rho, \theta)} + \frac{C_2}{\zeta(\rho, \theta)^2} + \frac{C_3}{\zeta(\rho, \theta)^3} + \frac{C_4}{\zeta(\rho, \theta)^4} + \frac{C_5}{\zeta(\rho, \theta)^5} \right);$$

$$\text{где } C_1 = ca_1 + \gamma_1; \quad C_2 = ca_2 + \gamma_2; \quad C_3 = ca_3 + \gamma_3; \quad C_4 = ca_4; \quad C_5 = ca_5$$

$$r_1 = (5 \cdot C_5 \cdot b_5 + 4 \cdot C_4 \cdot b_4 + 3 \cdot C_3 \cdot b_3 + 2 \cdot C_2 \cdot b_2); \quad r_3 = (5 \cdot C_5 \cdot b_3 + 4 \cdot C_4 \cdot b_2);$$

$$r_2 = (5 \cdot C_5 \cdot b_4 + 4 \cdot C_4 \cdot b_3 + 3 \cdot C_3 \cdot b_2); \quad r_4 = (5 \cdot C_5 \cdot b_2);$$

$$\omega_d(\rho, \theta) = \zeta(\rho, \theta)^6 - d_1 \cdot (\rho, \theta)^4 - 2 \cdot d_2 \cdot (\rho, \theta)^3 - 3 \cdot d_3 \cdot (\rho, \theta)^2 - 4 \cdot d_4 \zeta(\rho, \theta) - 5 \cdot d_5$$

$$Q(\rho, \theta) = q_5 \cdot \zeta(\rho, \theta)^5 + q_4 \cdot (\rho, \theta)^4 + q_3 \cdot (\rho, \theta)^3 + q_2 \cdot (\rho, \theta)^2 + q_1 \zeta(\rho, \theta) + q_5$$

$$f(\rho, \theta) = \left( b_1 \cdot \zeta(\rho, \theta) + b_0 + \frac{Q(\rho, \theta)}{\omega_d(\rho, \theta)} \right) \cdot e^{-(2 \cdot i \cdot \delta)}$$

$$f_p(\rho, \theta) = \left( b_1 + \frac{Q(\rho, \theta) \cdot \omega_d(\rho, \theta) - Q(\rho, \theta) \cdot \omega_{dp}(\rho, \theta)}{\omega_d(\rho, \theta)^2} \right) \cdot e^{-(2 \cdot i \cdot \delta)}$$

$$\Phi(\rho, \theta) = \frac{\phi_{p1}(\rho, \theta)}{\omega_{p1}(\rho, \theta)};$$

$$\Phi_p(\rho, \theta) = \frac{(\phi_{p2}(\rho, \theta) \cdot \omega_{p1}(\rho, \theta) - \omega_{02}(\rho, \theta) \cdot \phi_{p1}(\rho, \theta))}{(\omega_{p1}(\rho, \theta))^2}$$

$$\psi(\rho, \theta) = B_0(\rho, \theta) + R_0(\rho, \theta) - f(\rho, \theta) \cdot \phi_{p1}(\rho, \theta), \quad \Psi(\rho, \theta) = \frac{\psi_p(\rho, \theta)}{\omega_{p1}(\rho, \theta)}; \quad (7)$$

Распределение напряжений вокруг горных выработок определяется в рамках метода Мусхелишвили [5] со следующими формулами:

$$\sigma_\theta(\rho, \theta) = \sigma_{\theta b}(\rho, \theta) + \sigma_{\theta bn}(\rho, \theta), \quad \sigma_p(\rho, \theta) = \sigma_{pbn}(\rho, \theta) + \sigma_{pb}(\rho, \theta)$$

$$\tau_{\rho\theta}(\rho, \theta) = \tau_{\rho\theta bn}(\rho, \theta) + \tau_{\rho\theta}(\rho, \theta) \quad (8)$$

$$y_2(\rho, \theta) = Im(\omega(\rho, \theta)), \quad x_2(\rho, \theta) = Re(\omega(\rho, \theta)), \quad k = 1 \dots 36, \quad \theta = 0, \frac{\pi}{36} \dots 2 \cdot \pi.$$

Начальное напряженное состояние массива, которое имеет место до возникновения туннеля, принято, как в работе [1-4]:

$$S_x = -20 \text{ МПа}; \quad S_y = -15 \text{ МПа}; \quad S_{xy} = 10 \text{ МПа}; \quad P = -25 \text{ МПа}.$$

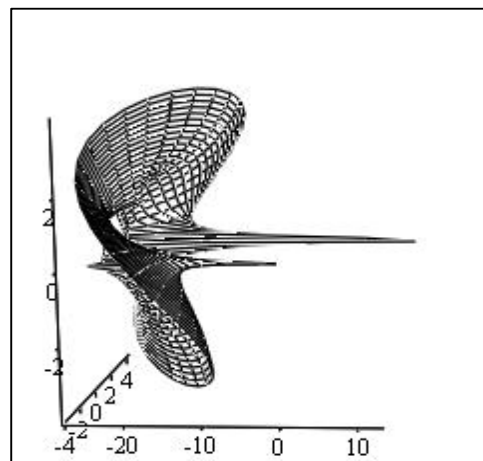
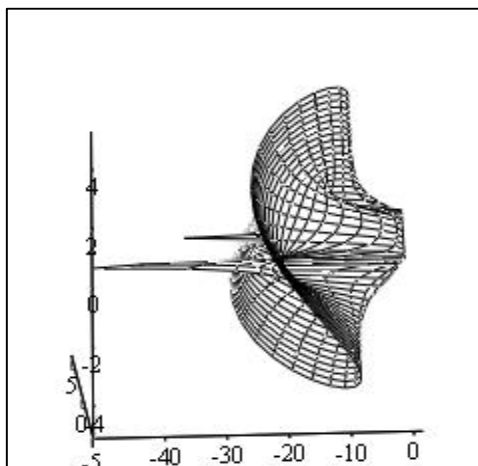
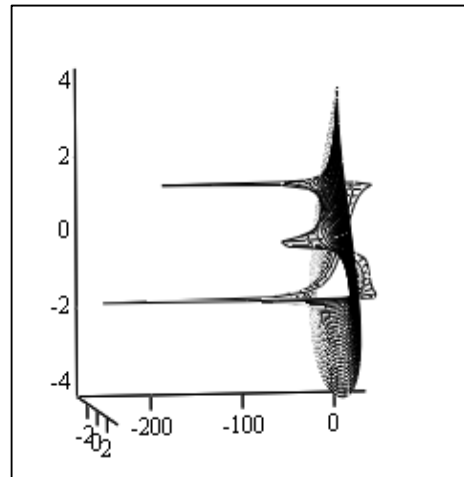
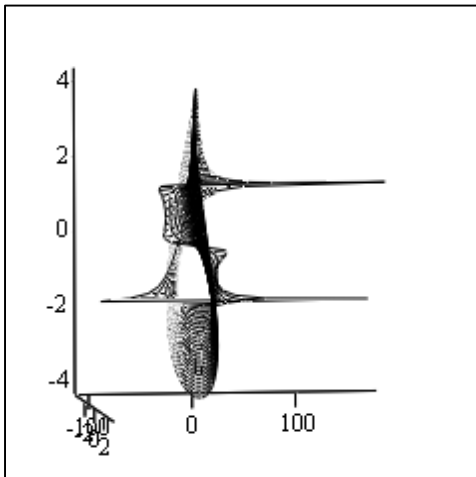
Здесь:  $S_x, S_y$  – горизонтальная и вертикальная нормальная напряжения;  $S_{xy}$  – касательная компонента напряжений;  $P$  – гидростатический напор.

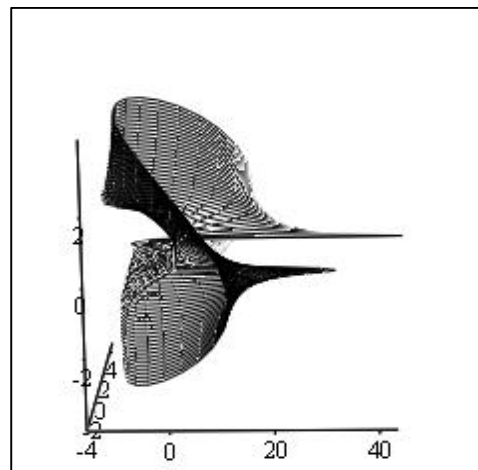
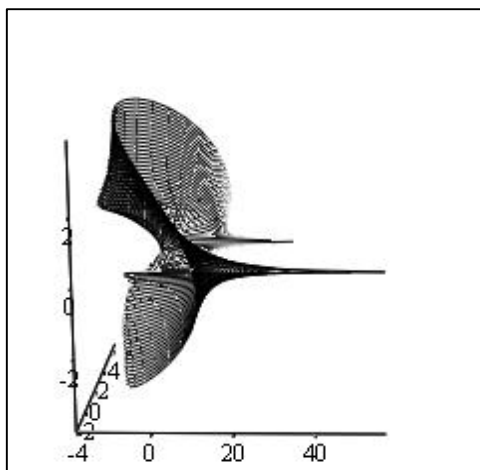
Таблица 2

Значения контурных напряжений  $\sigma_\theta$  (МПа)

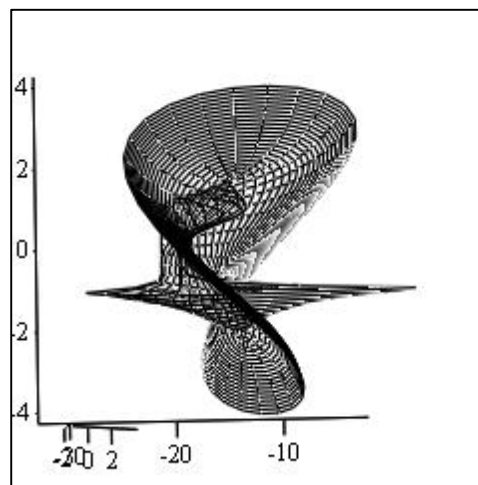
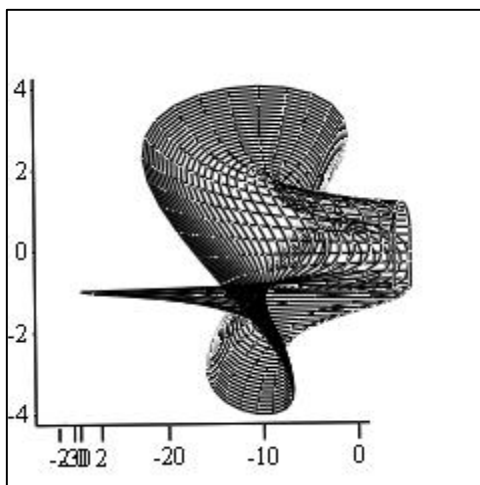
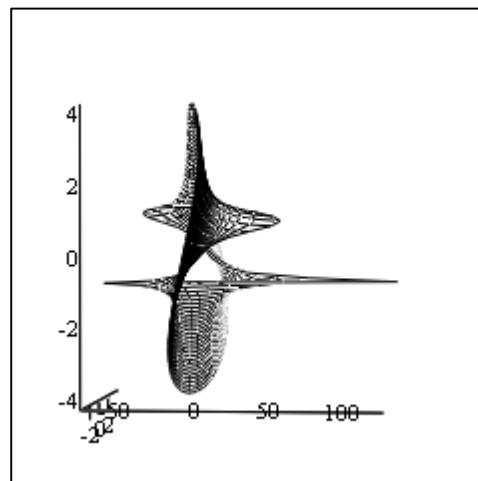
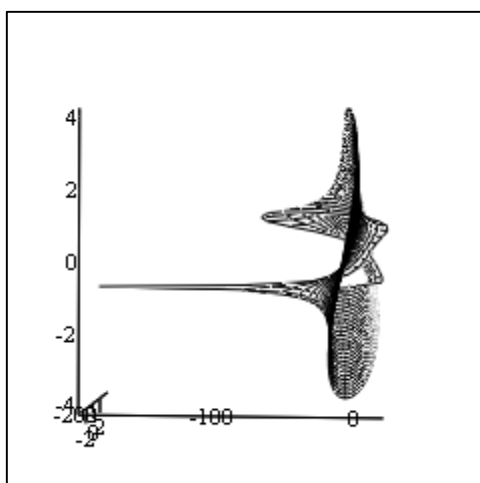
Угол	Треугольное сечение		Сводчатое сечение		Овальное сечение	
	без напора	с напором	без напора	с напором	без напора	с напором
0	-77,328	-13,598	-56,832	-16,748	-57,723	-16,334
10	-52,158	3,082	-47,223	-7,625	-49,28	-7,26
20	-26,692	10,936	-37,187	1,128	-41,133	2,668
30	-9,35	12,011	-27,537	9,119	-32,873	13,513
40	0,749	10,325	-18,817	16,278	-24,197	24,646
60	6,435	8,064	-10,242	22,736	-15,142	35,457
70	9,718	6,042	-4,812	28,623	-6,316	43,38
80	11,736	4,497	0,529	33,86	1,194	46,70
90	13,106	3,469	4,753	37,99	6,398	44,818
100	14,169	2,951	7,695	40,138	9,014	38,888
110	15,121	2,935	9,12	39,305	9,492	30,816
120	16,09	3,441	8,951	35,024	8,57	22,621
130	17,164	4,526	7,456	27,914	6,883	14,986
140	18,414	6,306	5,188	19,446	4,835	8,371
150	19,904	8,984	2,689	11,108	2,631	2,79
160	21,701	12,922	0,293	3,607	0,339	-1,897
170	23,717	18,77	-1,899	-2,168	-2,05	-5,877
180	25,738	27,815	-3,939	-6,899	-4,599	-9,332
190	26,347	42,843	-5,962	-10,618	-7,406	-12,434
200	18,373	70,816	-8,157	-13,587	-10,606	-15,339
210	-47,078	128	-10,788	-16,053	-14,372	-18,199
220	-437,98	786	-14,246	-18,259	-18,932	-21,169

230	-310.798	110.016	-19.186	-20.476	-24.570	-24.410
240	-145.558	-102.103	-26.811	-23.097	-31.633	-28.097
250	-87.740	-94.054	-39.518	-26.824	-40.495	-32.393
260	-61.308	-76.946	-62.30	-33.105	-51.457	-37.406
270	-46.623	-65.494	-104.552	-44.838	-64.487	-43.064
280	-37.354	-57.745	-170.39	-64.315	-78.805	-48.931
290	-30.951	-52.187	-203.457	-77.231	-92.469	-54.049
300	-26.215	-47.970	-152.904	-66.28	-102.590	-57.084
310	-22.51	-44.609	-95.688	-51.01	-106.666	-56.970
320	-19.473	-41.809	-61.631	-41.195	-104.199	-53.60
330	-16.882	-39.385	-42.858	-35.40	-96.841	-47.799
340	-14.591	-37.212	-32.093	-31.754	-87.027	-40.641
350	-12.507	-35.206	-25.609	-29.206	-76.678	-32.877
360	-10.562	-33.304	-21.578	-27.176	-57.723	-7.262





**Рис. 2.** График поверхности распределения напряжений вокруг треугольного сечения туннеля до (слева) и после действия напора (справа).



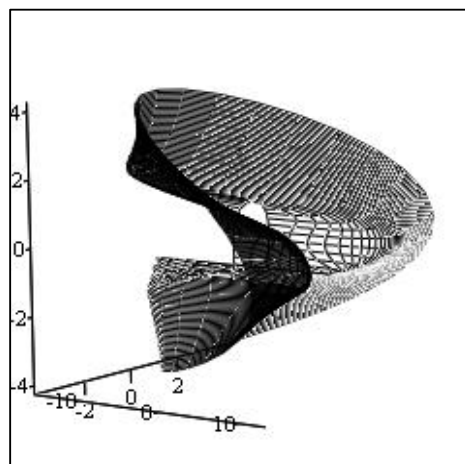
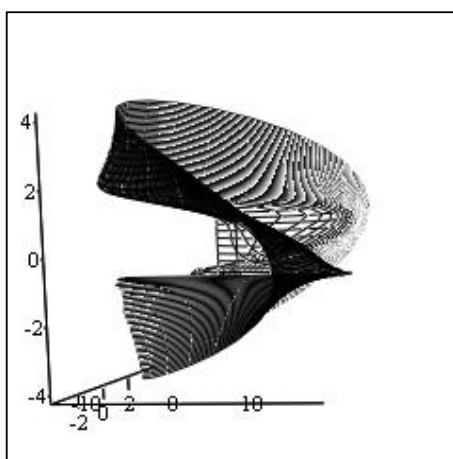
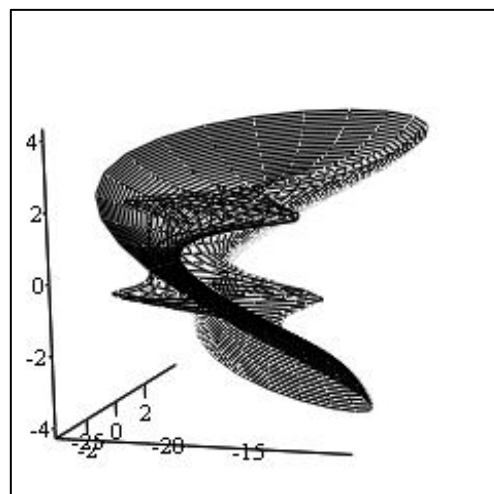
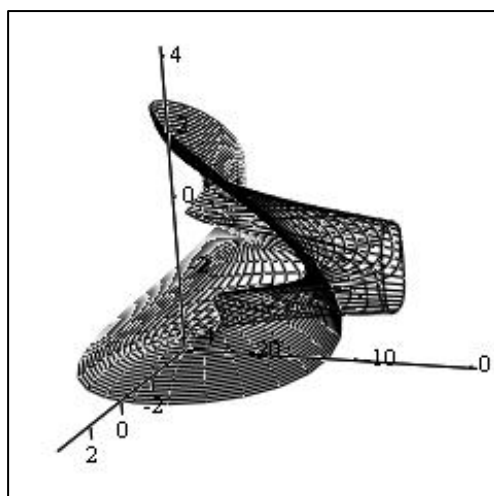
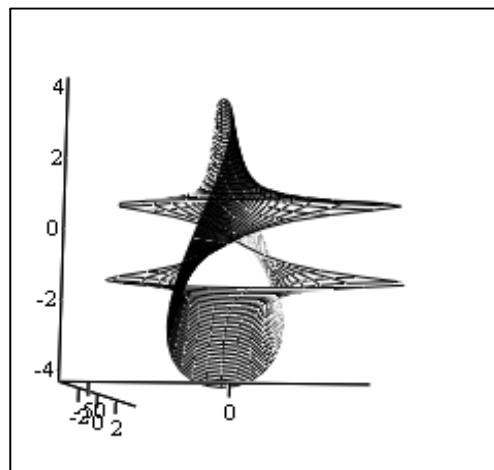
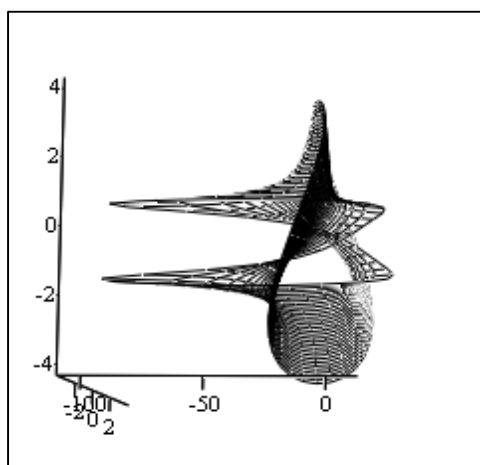
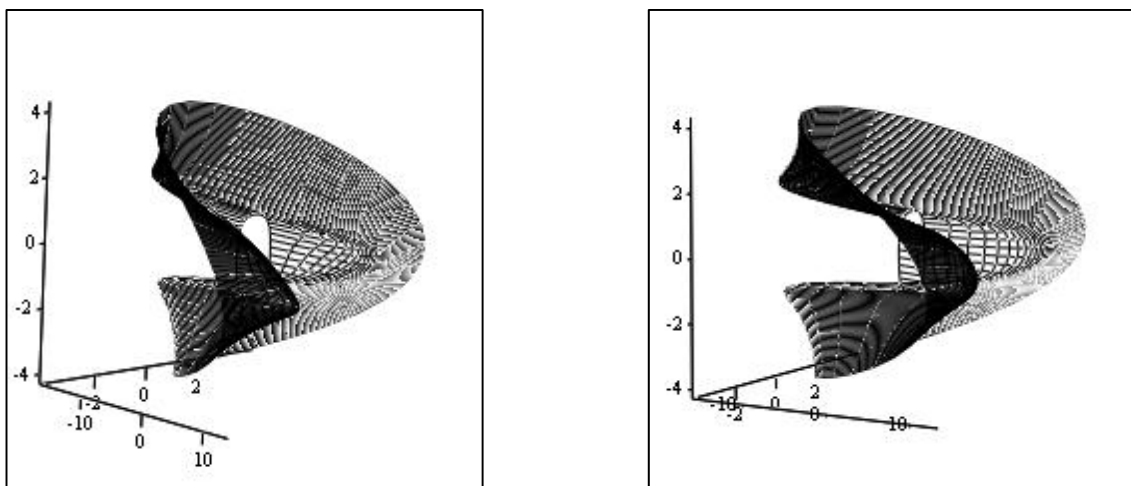


Рис. 3. График поверхности распределения напряжений вокруг сводчатого сечения туннеля до (слева) и после действия напора (справа)







**Рис. 4.** График поверхности распределения напряжений вокруг овального сечения туннеля до (слева) и после действия напора (справа).

Исходя из расчета распределений напряжений, типовыми поперечными сечениями туннелей можно заметить, что концентрация напряжений меняется в зависимости от формы горного выработка (рис. 2-4). Значения контурных напряжений  $\sigma_\theta$  вычислены для трех типов поперечных сечений туннеля: треугольного, сводчатого и овального.

Результаты напряжений, вычисленные без напора и с напором для выше перечисленных типов сечений туннелей приведены в таблице 2. Из таблицы 2 можно обнаружить, что наибольшая величина концентрации напряжений -437 МПа показана в треугольном сечении, -203 МПа в сводчатом и -106 МПа в овальном сечении, когда отсутствует напор.

Действие напора  $P=-25$  МПа в целом уменьшает концентрацию напряжений и в отдельных зонах и приводит к возникновению растягивающих напряжений.

Максимальные сжимающие значения показаны в треугольном сечении -102 МПа, в сводчатом сечении -77 МПа, в овальном сечении -57 МПа. Максимальные растягивающие значения напряжений показаны в треугольном сечении 110 МПа, сводчатом сечении 40 МПа, в овальном сечении 47 МПа.

Закономерности распределения всех компонентов напряжений (7) представлены для всех трех сечений туннеля для двух случаев; без напора и с напором на рисунках 2-4.

**Заключение.** Зоны концентрации напряжений имеет место, где имеются пики в поверх-

ностных напряжениях, в контурных точках показывают максимальные значения соответствующих компонентов. Эти зоны имеют малые размеры равные  $0,1R$ , где  $R$  – характерный линейный размер туннеля.

**Для вычисления:**

- комплексных потенциалов  $\Phi(\rho, \theta), \Psi(\rho, \theta)$ ;
- решения системы линейных уравнений MR;
- соотношений для компонентов напряжений
- использованы пакет программного комплекса MATCHAD.

Построения графика поверхностей напряжений  $\sigma_\theta(\rho, \theta), \sigma_p(\rho, \theta), \tau_{\rho\theta}(\rho, \theta)$  – рисунки 2-4 с помощью MATCHAD вкладьш GreateMesh, которые содержат внутри скобки как аргументы.

Результаты ранее выполненных расчетов напряжений вокруг выработок (без напора) [7-9] согласуется нами с приведенными в таблице 2 (1, 3, 5 столбцах) вычисленными результатами.

**Литература:**

1. Баялиева Ж.А., Ботоканова Б.А., Жумабаев Б. Моделирование и расчет напряженного и деформированного состояния напорных туннелей в массиве вблизи речного каньона / Естественные и технические науки. - Москва, 2018. - № 5(119). - С. 108-118.
2. Ботоканова Б.А., Жумабаев Б. Моделирование и прогноз напряженного и деформированного состояния напорного туннеля треугольным сечением / Вестник науки и образования. - Москва, 2018. -№6(42). - Т.2. - С. 88-97.
3. Ботоканова Б.А., Жумабаев Ж. Методика математического моделирования напряженного состояния вокруг напорного туннеля, расположенного в горном массиве / Естественные и технические науки. - Москва, 2018. - №8(122). - С. 235-243.

4. Баялиева Ж.К., Ботоканова Б.А., Жумабаев Б. Математическое моделирование напряженного и деформированного состояния вокруг напорного туннеля, расположенного в зоне межгорной впадины // Вестник ЗабГУ. - Чита, 2018. - Т.24. - №7. - С. 4-17.
5. Мухелишвили Н.И. Некоторые основные задачи математической теории упругости. - М.: Наука, 1966. - 707 с.
6. Кирьянов Д. MATCAD №14 в подлиннике. - СПб., БВХ-Петербург. 2007. - 704 с.
7. Жумабаев Б. Распределение напряжений в массивах пород с гористым рельефом. - Фрунзе: Илим, 1988. - 190 с.
8. Динник А.Н. и другие. Распределение напряжений вокруг подземных выработок. / Труды совещания по управлению горным давлением. - М.: Изд. АН СССР, 1938. - С. 7-55.
9. Авершин С.Г., Балалаева С.А., Груздев В.Н. Распределение напряжений вокруг горных выработок. - Фрунзе: Илим, 1971. - 130 с.

**Рецензент: д.т.н., профессор Логинов Г.И.**

---