

**ЭКОНОМИКА ИЛИМДЕРИ**  
**ЭКОНОМИЧЕСКИЕ НАУКИ**  
**ECONOMIC SCIENCES**

*Нурланбеков А.Н., Суйналиева Н.К., Жусупбаева Н.А.*

**ӨНДҮРҮШТҮК ТАПШЫРЫКТЫ АТКАРУУДА АЙДОО АЯНТТЫН БИРИКМЕСИН  
НАТЫЙЖАЛУУ ПАЙДАЛАНУУНУН МАСЕЛЕСИ**

*Нурланбеков А.Н., Суйналиева Н.К., Жусупбаева Н.А.*

**ЗАДАЧА ЭФФЕКТИВНОГО ИСПОЛЬЗОВАНИЯ  
ПОСЕВНОЙ ПЛОЩАДИ ОБЪЕДИНЕНИЯ ПРИ ВЫПОЛНЕНИИ  
ПРОИЗВОДСТВЕННОГО ЗАКАЗА**

*A.N. Nurlanbekov, N.K. Suinalieva, N.A. Zhusupbaeva*

**THE PROBLEM OF EFFECTIVE USE OF THE SOWN AREA  
WHEN PERFORMING A PRODUCTION ORDER**

УДК: 519.8

*Макалада келишимдин шарттарына жооп үчүн айыл чарба азыктарын өстүрүү, өсүмдүктөрдүн аянтын натыйжалуу пайдалануу математикалык модели жана ошол эле учурда үй чарбаларынын кирешесин көбөйтөт. Моделдин жөндөмдүүлүгүн тастыктоо максатында сандык маселе түзүлгөн жана чыгарылган.*

***Негизги сөздөр:** математикалык модель, максимум, айыл чарба, аянты өндүрүштүк чыгымдар, сатып алуу келишимдин баасы.*

*В статье разработана математическая модель эффективного использования посевной площади для выращивания сельхозпродукции с целью выполнения условия договора и при этом хозяйство максимизирует свой доход. Для проверки работоспособности сформулированной модели приведен и решен числовой пример.*

***Ключевые слова:** математическая модель, максимум, хозяйства, посевные площади, производственные затраты, стоимость закупки, договор.*

*The mathematical model of effective use of a sowing area for cultivation of agricultural products is developed in the article with the purpose of performance of a condition of the contract and thus the economy maximizes the income. To test the efficiency of the formulated model, a numerical example is given and solved.*

***Key words:** mathematical model, maximum, farms, sown areas, production costs, purchase cost, contract.*

**Постановка задачи.** Пусть сельскохозяйственное объединение имеет заказ на производство сельхозпродукции в известном объеме. Для выращивания сельхозпродукции сельскохозяйственное объединение имеет несколько хозяйств с заданными посевными площадями.

Известна урожайность каждой сельхозкультуры на посевных площадях хозяйств, объем производственных затрат на единицу размера посевной площади под каждый вид культуры, стоимость единицы объема каждого вида ресурса используемый для выращивания сельхоз культуры и договорная цена между заказчиком и объединением на закупку единицы объема сельхозпродукции каждого вида.

Требуется определить оптимальный размер посевной площади, отведенную под каждый вид культуры и объем сельхозпродукции, производимой каждым хозяйством и доставляющий максимальную суммарную прибыль сельхозобъединению.

Сформулируем экономико-математическую модель. Введем обозначения:

$j$ - виды сельхозпродукции, выращиваемый объединением по договору,  $j \in J = \{1, 2, \dots, n\}$ ;

$r$  - виды используемых ресурсов для выращивания сельхоз культуры,  $r \in R = \{1, 2, \dots, \bar{R}\}$ ;

$k$ - индекс хозяйств в сельхозобъединении,  $k \in K = \{1, 2, \dots, \bar{K}\}$ .

Известные параметры:

$a_{j0}$  - объем заказа на производство  $j$ -го вида сельхозпродукции,  $j \in J$ ;

$b_{jk}$  - урожайность  $j$ -го вида культуры на  $k$ -ом хозяйстве объединения,  $j \in J, k \in K$ ;

$s_k$  - размер посевной площади  $k$ -го хозяйства,  $k \in K$ ;

$a_{jk}^r$  - норма расхода  $r$ -го вида ресурса для выращивания  $j$ -го вида культуры в  $k$ -ом хозяйстве,  $j \in J$ ,  $k \in K$ ;

$c_r$  - стоимость закупки единицы объема  $r$ -го вида ресурса используемое для выращивания сельхоз культуры,  $r \in R$ ;

$c_{jk0}$  - суммарные расходы за услуги на единицу размера посевной площади под  $j$ -ый вид культуры в  $k$ -ом хозяйстве,  $j \in J$ ,  $k \in K$ ;

$c_{j0}$  - договорная цена между заказчиком и компанией на закупку единицы объема сельхозпродукции  $j$ -го вида,  $j \in J$ ;

Искомые переменные:

$y_{jk}$  - размер посевной площади под  $j$ -ый вид культуры в  $k$ -ом хозяйстве,  $j \in J$ ,

$k \in K$ ;

$x_{jk}$  - объем сельхозпродукции  $j$ -го вида производимый  $k$ -ым хозяйством объединения,  $j \in J$ ,  $k \in K$ .

Согласно принятым обозначениям, математическая модель задачи определения оптимального размера посевной площади, отведенный под каждый вид культуры и объема сельхозпродукции, производимый каждым хозяйством имеет вид.

Найти максимум

$$L(x, z) = \sum_{k \in K} \left( \sum_{j \in J} (c_{j0} - \bar{c}_{jk0}) x_{jk} - \sum_{r \in R} c_r z_{rk} \right) \quad (1)$$

при условиях

$$\sum_{j \in J} a_{jk}^r y_{jk} = z_{rk}, \quad r \in R, \quad (2)$$

$$\sum_{k \in K} x_{jk} = a_{j0}, \quad j \in J, \quad (3)$$

$$b_{jk} y_{jk} = x_{jk}, \quad j \in J, \quad k \in K, \quad (4)$$

$$\sum_{j \in J} y_{jk} \leq s_k, \quad k \in K, \quad (5)$$

$$x_{jk} \geq 0, \quad y_{jk} \geq 0, \quad z_{rk} \geq 0, \quad j \in J, \quad k \in K, \quad (6)$$

где

$$x = \left| x_{jk} \right|_{n, \bar{K}}, \quad y = \left| y_{jk} \right|_{n, \bar{K}}, \quad z = \left| z_{rk} \right|_{n, \bar{K}}, \quad \bar{c}_{jk0} = c_{jk0} / b_{jk}, \quad j \in J, \quad k \in K.$$

Целевая функция определяет суммарную прибыль сельхозобъединения от выполнения заказа на сельхозпродукции.

Условие (2) определяет объем ресурса каждого вида закупаемого сельхозобъединением для выращивания сельхозпродукции по договору.

Условие (3) показывает, что суммарный объем сельхозпродукции каждого вида, выращиваемый хозяйствами сельхозобъединения, должен соответствовать заказу на данный вид сельхозпродукции.

Равенство (4) определяет объем производимой сельхозпродукции каждого вида в хозяйствах сельхозобъединения.

Условие (5) показывает, что суммарный объем посевных площадей под каждый вид сельхозкультуры не должен превышать имеющиеся посевные площади каждого хозяйства.

Условие (6) отражает неотрицательность переменных.

Преобразуем задачу (1)-(6). Исключим из целевой функции переменные  $z_{rk}$ ,  $r \in R$ ,  $k \in K$ .

Тогда задача (1)-(6) примет следующий вид.

Найти максимум

$$L(x, y) = \sum_{k \in K} \sum_{j \in J} ((c_{j0} - \bar{c}_{jk0}) x_{jk} - \sum_{r \in R} c_r a_{jk}^r y_{jk}) \quad (7)$$

при условиях

$$\sum_{k \in K} x_{jk} = a_{j0}, \quad j \in J, \tag{8}$$

$$b_{jk}y_{jk} = x_{jk}, \quad j \in J, \quad k \in K, \tag{9}$$

$$\sum_{j \in J} y_{jk} \leq s_k, \quad k \in K. \tag{10}$$

$$x_{jk} \geq 0, \quad y_{jk} \geq 0, \quad z_{rk} \geq 0, \quad j \in J, \quad k \in K. \tag{11}$$

Математическая модель задачи (7)-(11) может быть представлена в виде следующей таблице 1.

Таблица 1

	x11	...	x1k	...	xj1	...	xjk	y11	...	y1k	...	yj1	...	yjk		
1	1	...	1												=	a10
...		...													...	
j				...	1	...	1								=	aj0
1	-1							b11							=	0
...		...							...						...	
k			-1							b1k					=	0
...				...							...				...	
1					-1							bj1			=	0
...						...							...		...	
k							-1							bjk	=	0
1								1				1			=	s1
...									...				...		...	
k										1				1	=	sk
	$\bar{c}_{101}$	...	$\bar{c}_{10k}$	...	$\bar{c}_{j01}$	...	$\bar{c}_{j0k}$	s11	...	s1k	...	sj1	...	sjk	→	max

$$\bar{c}_{j0} = c_{j0} - \bar{c}_{jk0}, \quad j \in J, \quad k \in K, \quad s_{jk} = \sum_{r \in R} c_r a'_{jk}, \quad j \in J, \quad k \in K.$$

где

Используя способы решения задачи, приведенной в работе [1,2], определим оптимальный план посевной площади под каждый вид культуры в хозяйствах, объем производимой сельхозпродукции хозяйств для выполнения условия договора и максимальный чистый доход сельхозобъединения.

Приведем числовой пример для проверки работоспособности сформулированной модели и решим.

Пример.

Пусть имеется объединение, состоящее из четырех хозяйств с посевными площадями  $s_k = 1, 2, 3, 4$ . Известны: размер посевной площади хозяйств  $s_k = 1, 2, 3, 4$ , т.е.  $s_k = (20000, 30000, 15000, 12000)$  (в га); объем заказа по видам сельхозпродукции ( пшеница 150 тыс.т., картофель 140 тыс.т., лук 100 тыс.т.); урожайность по каждому виду культуры хозяйств  $|b_{jk}|_{3,4}$  ( в тоннах), т.е.

$$|b_{jk}|_{3,4} = \begin{pmatrix} 6 & 6 & 10 & 10 \\ 10 & 8 & 12 & 15 \\ 15 & 12 & 15 & 10 \end{pmatrix};$$

норма расхода используемого ресурса на ед. размера посевной площади под каждый вид культуры  $|a'_{jk}|_{3,4}$ ,  $r \in R_j$ ,  $j = 1, 2, 3$ .

Эти данные для всех хозяйств считаем одинаковой (см. табл. 2).

Таблица 2

Используемые ресурсы	1. Пшеница	2. Картофель	3. Лук
1. Дис.топливо	65 л.	100 л.	30 л.
2. Гербицит	10 кг.	-	-
3. Селитра	50кг	50кг	50кг
4. Поливная вода	100 м <sup>3</sup>	200 м <sup>3</sup>	200 м <sup>3</sup>
5. Семена	200 кг	300 кг	5 кг

Отпускная цена единицы объема ресурса  $|C_r|_{1,5}$ ,  $r = 1,2,3$  на оптовом рынке (в сомах): пшеницы  $|C_1|_{1,5} = (40 \ 30 \ 25 \ 1,5 \ 15)$ ; картофеля  $|C_2|_{1,5} = (40 \ 0 \ 25 \ 1,5 \ 10)$ ; лук  $|C_3|_{1,5} = (40 \ 0 \ 25 \ 1,5 \ 1500)$ ;

Суммарные расходы за услуги на единицу размера посевной площади под каждый вид культуры в хозяйствах считаем идентичным для всех  $k$ ,  $k = 1,2,3,4$ , т.е.  $|C_{jko}|_{3,4}$

$$|C_{jko}|_{3,4} = \begin{pmatrix} 2775.0 & 2775.0 & 2775.0 & 2775.0 \\ 6625.0 & 6625.0 & 6625.0 & 6625.0 \\ 17725.0 & 17725.0 & 17725.0 & 17725.0 \end{pmatrix};$$

Договорная цена между заказчиком и компанией на закупку единицу объема сельхоз продукции каждого вида, т.е.  $|C_{jo}|_{1,3} = (10 \frac{\text{сом}}{\text{кг}}, 15 \frac{\text{сом}}{\text{кг}}, 12 \frac{\text{сом}}{\text{кг}})$  или  $(10000 \frac{\text{сом}}{\text{т}}, 15000 \frac{\text{сом}}{\text{т}}, 12000 \frac{\text{сом}}{\text{т}})$ .

$x_{11} \ x_{12} \ x_{13} \ x_{14}$	$x_{21} \ x_{22} \ x_{23} \ x_{24}$	$x_{31} \ x_{32} \ x_{33} \ x_{34}$	$y_{11} \ y_{12} \ y_{13} \ y_{14}$	$y_{21} \ y_{22} \ y_{23} \ y_{24}$	$y_{31} \ y_{32} \ y_{33} \ y_{34}$		
1 1 1 1						=	15000
	1 1 1 1					=	14000
...	...	1 1 1 1				=	10000
-1 -1 -1 -1			6 6 10 10			=	0
	-1 -1 -1 -1			10 8 12 15		=	0
		-1 -1 -1 -1			15 12 15 10	=	0
			1	1	1	≤	20000
			1	1	1	≤	30000
			1	1	1	≤	15000
			1	1	1	≤	12000
9537.5 9537.5 9722.5 9722.5 14337.5 14171.8 14447.2 14558.3 10818.34 10522.92 10818.34 10227.5 7300.0 7300.0 7300.0 7300.0 8550.0 8550.0 8550.0 8550.0 25250.0 25250.0 25250.0 25250.0						→	max

Согласно приведенным числовым данным, математическая модель задачи можно представить в виде таблице 2.

Введем предварительно расчеты по формулам, т.е. определим

$$\bar{C}_{jko} = C_{jko}/b_{jk}, \quad j=1,2,3, \quad k=1,2,3,4.$$

$$s_{jk} = \sum_{r=1}^5 c_r a_{jk}^r, \quad j=1,2,3, \quad k=1,2,3,4.$$

$$\bar{C}_{jok} = C_{jo} - \bar{C}_{jko}, \quad j=1,2,3, \quad k=1,2,3,4 \quad \text{и}$$

Имеем

$$|\bar{C}_{jko}|_{3,4} = \begin{pmatrix} 462.5 & 462.5 & 277.5 & 277.5 \\ 662.5 & 828.12 & 552.08 & 441.66 \\ 1181.66 & 1477.08 & 1181.66 & 1725.5 \end{pmatrix};$$

$$|\bar{C}_{jok}|_{3,4} = \begin{pmatrix} 9537.5 & 9537.5 & 9722.5 & 9722.5 \\ 14337.5 & 14171.88 & 14447.92 & 14558.34 \\ 10818.34 & 10552.92 & 10818.34 & 10227.5 \end{pmatrix};$$

$$|s_{jk}|_{3,4} = \begin{pmatrix} 7300.0 & 7300.0 & 7300.0 & 7300.0 \\ 8550.0 & 8550.0 & 8550.0 & 8550.0 \\ 25250.0 & 25250.0 & 25250.0 & 25250.0 \end{pmatrix}$$

Решив задачу, получим оптимальный план производства при заданном объеме сельхозпродукции, доставляющий максимальный суммарный прибыль сельхозобъединению т.е.

$$X=\{x_{11} = 120000.0, \quad x_{12} = 30000.0, \quad x_{22} = 140000.0, \quad x_{34} = 100000.0\}$$

$$Y=\{y_{11} = 20000.0, \quad y_{12} = 5000.0, \quad y_{22} = 17500.0, \quad y_{34} = 10000.0\}$$

$$L(x,y)=5022063200.0$$

Из оптимального решения следует, что для выполнения заказа первое и второе хозяйство сельхозобъединения производит соответственно 120 000.0 тонн и 30 000.0 тонн сельхоз продукции первого вида (пшеница) на посевных площадях первого хозяйства 20 000.0 га, а второго хозяйства 5000.0 га. А сельхоз продукции второго вида (картофель) в количестве 140 000.0 тонн и третьего вида (лук) в объеме 100 000.0 тонн производить второе и четвертое хозяйства соответственно на посевных площадях 17500.0 га и 10 000.0 га. Третье хозяйство не участвует при выполнении этого заказа.

**Вывод.** Разработанная математическая модель оптимального использования посевной площади для выращивания сельхозпродукции могут быть рекомендованы различным субъектам сельского хозяйства при разработке плана выполнения производственного заказа на основе договора с потребителями.

**Литература:**

1. Жусупбаев А., Асанкулова М. Задача прогнозирования объемов ввоза и вывоза продукции // Системная инженерия. Серия «Экономические науки» (РФ). - 2017. - №1-1(5). - С. 63-67.
2. Жусупбаев А., Асанкулова М. Определение объема добычи сырья и распределение ее между потребителями по договору // Материалы VI Международной конференции «Проблемы оптимизации и экономические приложения». - Омск, 28 июня - 4 июля, 2015. - С. 171.

Рецензент: д.ф.-м.н., профессор Искандаров С.

---