Исаев А.Д.

ТҮЗ СЫЗЫКТУУ ЭМЕС ДИФФЕРЕНЦИАЛДЫК ТЕҢДЕМЕЛЕР
(Ачык математикалык проблемалардан. Улантуу.)

Исаев А.Д.

НЕЛИНЕЙНЫЕ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ
(Из открытых математических проблем. Продолжение.)

A.D. Isaev

NONLINEAR DIFFERENTIAL EQUATIONS
(Open mathematical problems. Continued)

УДК: 517.968.74

Макалада Хилл, Матьё түз сызыктуу эмес дифференциалдык теңдемелерди чыгаруу үчүн жаңы ыкма каралат.
Негизги сөздөр: *Хилл, Матьё теңдемелери.*

В статье рассматривается новый метод для решения нелинейных дифференциальных уравнений: Хилла, Матьё.
Ключевые слова: *уравнения Хилла, Матьё.*

The paper considers a new method for solving nonlinear differential equations: Hill, Mathieu.
Key words: *Hill, Mathieu equations.*

I. Введение. В работах [2,3,4,5] был применён новый метод. Эффективность которого, показана расчётами. Продолжая размышления по этому поводу, представляем ещё одну статью с применением уравнения Риккати [5]. Суть которой, будет излагаться по ходу решения.

II.1. Анализ метода Алмаз Бея.

Возмём,

$$1)\quad a(t)\cdot X^2(t)+\left(b(t)-\frac{dW(\theta)}{dt}\right)\cdot X(t)+c(t)=0$$

$$2)\quad \left(a(t)-\frac{1}{2}\cdot\frac{d\theta}{dt}\right)\cdot X^2(t)+b(t)\cdot X(t)+\left(c(t)-\frac{1}{2}\cdot\frac{d\theta}{dt}\right)=0$$

$$1)-2)\ \to\ 0=\frac{1}{2}\cdot\frac{d\theta}{dt}\cdot X^2(t)-\frac{dW(\theta)}{dt}\cdot X(t)+\frac{1}{2}\cdot\frac{d\theta}{dt}$$

$$X^2(t)-2\cdot\frac{dW(\theta)}{d\theta}\cdot X(t)+1=0$$

$$\textit{при малых углах текущих точек}:$$

$$-35^\circ\le\theta\le+35^\circ\ \Rightarrow\quad dW(\theta)=d\sin(\theta)+\underbrace{\sin^2(\theta)}_{0}\cdot dW(\theta)$$

$$e^{2\cdot\sin(\theta)}-2\cdot\frac{d\sin(\theta)}{d\theta}\cdot e^{\sin(\theta)}+1=0\Rightarrow e^{\cdot\sin(\theta)}-2\cdot\frac{d\sin(\theta)}{d\theta}+\frac{1}{e^{\sin(\theta)}}$$

$$-2\cdot\cos(\theta)\cdot\frac{d\theta}{d\theta}=-e^{\sin(\theta)}-e^{-\sin(\theta)}\ \Rightarrow\cos(\theta)=ch(\sin\theta)$$

$$\frac{d\cos(\theta)}{d\theta}=\frac{dch(\sin\theta)}{d\theta}\ \Rightarrow\ -\sin(\theta)=-sh(\sin\theta)\cdot\cos(\theta)$$

$$\sin(\theta)=sh(\sin\theta)\cdot\underbrace{ch(\sin\theta)}_{\cos(\theta)}\Rightarrow\frac{d\sin(\theta)}{dt}=\frac{d\left(\frac{sh(2\cdot\sin\theta}{2}\right)}{dt}$$

$$f(t)=\frac{1}{2}\cdot\underbrace{ch(2\cdot\sin\theta)}_{1}\cdot 2\cdot f(t)\ \ ;\ ch(2\cdot\sin\theta)=ch^2(\sin\theta)-sh^2(\sin\theta)=1$$

Продолжив выкладки,

$$a(t)\cdot e^{2\cdot\sin(\theta)}+\left(b(t)-\frac{d\sin(\theta)}{dt}\right)\cdot e^{\sin(\theta)}+c(t)=0\Rightarrow e^{\sin(\theta)}\cdot\left[e^{\sin(\theta)}+\left(\frac{b(t)-f(t)}{a(t)}\right)\right]=-\frac{c(t)}{a(t)}$$

$$e^{\sin(\theta)}=\frac{-1}{\frac{a(t)}{c(t)}\cdot\left[e^{\sin(\theta)}+\left(\frac{b(t)-f(t)}{a(t)}\right)\right]};\quad \frac{1}{e^{\sin(\theta)}}=\frac{-a(t)}{c(t)}\cdot\left[e^{\sin(\theta)}+\left(\frac{b(t)-f(t)}{a(t)}\right)\right]$$

$$\frac{2}{2}\left(e^{\sin(\theta)}+\frac{1}{e^{\sin(\theta)}}\right)=2\Rightarrow\ 2=\frac{-1}{\frac{a(t)}{c(t)}\cdot\left[e^{\sin(\theta)}+\left(\frac{b(t)-f(t)}{a(t)}\right)\right]}-\frac{a(t)}{c(t)}\cdot\left[e^{\sin(\theta)}+\left(\frac{b(t)-f(t)}{a(t)}\right)\right]$$

$$\left[\frac{a(t)}{c(t)}\cdot\left[e^{\sin(\theta)}+\left(\frac{b(t)-f(t)}{a(t)}\right)\right]+1\right]^2=0\ \Rightarrow e^{\sin(\theta)}=\frac{-c(t)-b(t)+f(t)}{a(t)}$$

$$\frac{2}{2}\left(e^{\sin(\theta)}+\frac{1}{e^{\sin(\theta)}}\right)=\frac{-c(t)-b(t)+f(t)}{a(t)}+\frac{1}{\frac{-c(t)-b(t)+f(t)}{a(t)}}$$

$$\left[\frac{-c(t)-b(t)+f(t)}{a(t)}-1\right]^2=0\ \Rightarrow\ f(t)=a(t)+b(t)+c(t)\quad \textit{для малых углов текущих точек.}$$

далее,

$$\frac{d\sin(\theta)}{dt}=\frac{dth(W)}{dt};\quad \frac{d\left[\frac{e^{2\cdot W}-1}{e^{2\cdot W}+1}\right]}{dt}=\frac{4\cdot e^{2\cdot W}}{\left[e^{2\cdot W}+1\right]^2}\cdot\frac{dW}{dt}=\frac{1}{ch^2(W)}\cdot\frac{1}{\cos^2(\theta)}\cdot\frac{d\sin(\theta)}{dt}$$

$$\textit{с учётом},\ \frac{1}{ch(W)}=\cos(\theta)\Rightarrow\ \frac{1}{ch^2(W)}\cdot\frac{1}{\cos^2(\theta)}\cdot\frac{d\sin(\theta)}{dt}=f(t)$$

и для больщих углов текущих точек.

II.2. Классическое однородное дифференциальное уравнение. $\frac{d^2X}{dt^2}+\omega_0^2\cdot X=0$.

где ω_0- собственная циклическая частота.

Поиск решения осуществим через $X(t)=e^{W(t)}$.

$$e^W\cdot\left[\frac{d^2W}{dt^2}+\left(\frac{dW}{dt}\right)^2\right]+\omega_0^2\cdot e^W=0\quad\Rightarrow\quad \frac{d\,\frac{dW}{dt}}{\left(\frac{dW}{dt}\right)^2+\omega_0^2}=-dt$$

$$\frac{1}{\omega_0}\cdot arctg\left(\frac{\frac{dW}{dt}}{\omega_0}\right)=C_t-t\quad \textit{по аналогии}\ [4]\ \textit{имеем}$$

$$\frac{dW}{dt} = \omega_0 \cdot tg\left[\left(C_t - t\right) \cdot \omega_0\right] \Rightarrow X(t) = e^W = C_W \cdot \cos\left[\left(C_t - t\right) \cdot \omega_0\right]$$

$$\frac{dW}{dt} = \frac{f(t)}{\cos^2(\theta(t))} = \frac{e^{V(t)}}{\cos^2(\theta(t))}$$

$$\text{из граничных условий (вообще определяются условиями задачи на практике):}$$

$$\left.\frac{e^{V(t)}}{\cos^2(\theta(t))}\right|_{t=0} = 1 \quad \text{отсюда } \omega_0 \cdot tg\left[\left(C_t - 0\right) \cdot \omega_0\right] = 1$$

$$C_t = \frac{1}{\omega_0} \cdot arctg\left(\frac{1}{\omega_0}\right) \text{ далее } \left.e^W\right|_{t=0} = 1 = C_W \cdot \cos\left[\left(C_t - 0\right) \cdot \omega_0\right] \qquad (1)$$

$$C_W = \frac{1}{\cos\left(C_t \cdot \omega_0\right)} = arctg\left(\frac{1}{\omega_0}\right)$$

$$X(t) = C_W \cdot \cos\left[\left(C_t - t\right) \cdot \omega_0\right]$$

Общее решение однородного дифференциального уравнения.

III.1. Уравнение вида. $\frac{d^2X}{dt^2} + \sin^3(t) \cdot X = 0$.

Поиск решения осуществим через $X(t)_{об.р} = e^{W(t)_{об.р}} = e^{W_0(t)+S(t)+x(t)}$

$$e^{W_{об.р}} \cdot \left(\frac{dW_{об.р}}{dt}\right)^2 + e^{W_{об.р}} \cdot \frac{d^2W_{об.р}}{d\,t^2} + \sin^3(t) \cdot e^{W_{об.р}} = 0$$

$$\left(\frac{d\left[W_0 + S + x\right]}{dt}\right)^2 + \frac{d^2\left[W_0 + S + x\right]}{d\,t^2} + \sin^3(t) = 0$$

$$\underline{\frac{d^2W_0}{d\,t^2}} + \frac{d^2\left[S + x\right]}{d\,t^2} + \underline{\left(\frac{dW_0}{dt}\right)^2} + 2 \cdot \frac{dW_0}{dt} \cdot \frac{d\left[S + x\right]}{dt} + \left(\frac{d\left[S + x\right]}{dt}\right)^2 + \sin^3(t) = 0$$

$$\underline{\frac{d^2W_0}{d\,t^2}} + \underline{\left(\frac{dW_0}{dt}\right)^2} = 0 \;\Rightarrow\; \frac{-d\,\frac{dW_0}{dt}}{\left(\frac{dW_0}{dt}\right)^2} = dt \;\Rightarrow d\left(\frac{1}{\frac{dW_0}{dt}}\right) = dt$$

$$\frac{1}{\frac{dW_0}{dt}} = t + C_t \;\Rightarrow\; \frac{dW_0}{dt} = \frac{1}{t + C_t} \qquad \text{из } (1) \text{ следует } C_t = 1.$$

$$W_0(t) = \ln\left|C_{W_0} \cdot (t + C_t)\right| \quad\Rightarrow\; X_0(t) = C_{W_0} \cdot (t + C_t)$$

с граничными условиями (1).

$$\frac{d\left[S + x\right]}{dt} = e^{W_{ч.р}}$$

$$\frac{de^{W_{ч.р}}}{dt} = -e^{2 \cdot W_{ч.р}} - 2 \cdot \frac{dW_0}{dt} \cdot e^{W_{ч.р}} - \sin^3(t) \quad \text{уравнение вида Риккати.}$$

$$\frac{de^{W_{ч.р}}}{dt} = \underbrace{-1}_{a(t)} \cdot e^{2 \cdot W_{ч.р}} - \underbrace{\frac{2}{t + C_t}}_{b(t)} \cdot e^{W_{ч.р}} \underbrace{-\sin^3(t)}_{c(t)}$$

$$c_1(t) = \frac{d\left[\dfrac{\left(b(t) + \frac{1}{a(t)} \cdot \frac{da(t)}{dt}\right)}{2 \cdot A}\right]}{dt} - \frac{1}{4 \cdot A} \cdot \left[b(t) + \frac{1}{a(t)} \cdot \frac{da(t)}{dt}\right]^2 + \frac{a(t) \cdot c(t)}{A}$$

$$X_{ч.р} = e^{W(t)_{ч.р}} = B \cdot \frac{c_1(t)}{A^2} - \frac{\left(b(t) + \frac{1}{a(t)} \cdot \frac{da(t)}{dt}\right)}{2 \cdot A} \qquad \text{где, } A, B - \text{подбираются } [5].$$

$$S(t) + x(t) = \int e^{W(t)_{ч.р}}\,dt + C_{S+x}$$

$$X(t)_{об.р} = C_{W_0} \cdot (t + C_t) \cdot e^{\int e^{W(t)_{ч.р}} dt + C_{S+x}} \qquad (2)$$

Общее решение уравнения.

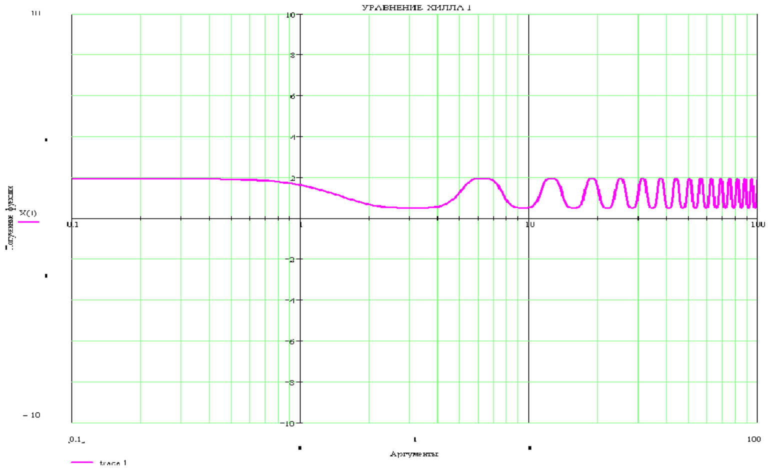

Рис. III. 1.1 $C_{W_0} = 1$; $C_{S+x} = 1$; $A = 1$; $B = 1$.

III.2. Уравнение Матьё $\dfrac{d^2X}{dt^2} + \omega_0^2 \cdot X = -\mu \cdot X \cdot \cos(2 \cdot t)$.

Поиск решения осуществим через $X(t)_{об.р} = e^{W(t)_{об.р}} = e^{W_0(t)+S(t)+x(t)}$

$$e^{W_{об.р}} \cdot \left(\frac{dW_{об.р}}{dt}\right)^2 + e^{W_{об.р}} \cdot \frac{d^2W_{об.р}}{dt^2} + \omega_0^2 \cdot e^{W_{об.р}} = -\mu \cdot e^{W_{об.р}} \cdot \cos(2 \cdot t)$$

$$\left(\frac{d[W_0 + S + x]}{dt}\right)^2 + \frac{d^2[W_0 + S + x]}{dt^2} + \omega_0^2 = -\mu \cdot \cos(2 \cdot t)$$

$$\underline{\frac{d^2W_0}{dt^2}} + \frac{d^2[S + x]}{dt^2} + \underline{\left(\frac{dW_0}{dt}\right)^2} + 2 \cdot \frac{dW_0}{dt} \cdot \frac{d[S + x]}{dt} + \left(\frac{d[S + x]}{dt}\right)^2 + \underline{\omega_0^2} = -\mu \cdot \cos(2 \cdot t)$$

$$W_0(t) = \ln\left|C_{W_0} \cdot \cos(\omega_0 \cdot C_t - \omega_0 \cdot t)\right| \quad \Rightarrow \quad X_0(t) = C_{W_0} \cdot \cos(\omega_0 \cdot C_t - \omega_0 \cdot t)$$

с граничными условиями (1).

$$\frac{d[S+x]}{dt}=e^{W_{ч.р}}$$

$$\frac{de^{W_{ч.р}}}{dt}=-e^{2\cdot W_{ч.р}}-2\cdot\frac{dW_0}{dt}\cdot e^{W_{ч.р}}-\mu\cdot\cos(2\cdot t) \quad \textit{уравнение вида Риккати}$$

$$\frac{dW_0}{dt}=\omega_0\cdot tg(\omega_0\cdot C_t-\omega_0\cdot t)$$

$$\frac{de^{W_{ч.р}}}{dt}=-e^{2\cdot W_{ч.р}}-2\cdot\omega_0\cdot tg(\omega_0\cdot C_t-\omega_0\cdot t)\cdot e^{W_{ч.р}}-\mu\cdot\cos(2\cdot t)$$

$$\sin(\theta)=-\int[1+2\cdot\omega_0\cdot tg(\omega_0\cdot C_t-\omega_0\cdot t)+\mu\cdot\cos(2\cdot t)]dt+C_\theta \qquad [2,3,4,5]$$

$$W_{ч.р}(t)=Arth[\sin(\theta)]; \quad W_{ч.р}(t)=\sum_{n=0}^{N}\frac{\sin(\theta)^{2\cdot n+1}}{2\cdot n+1}+C_{W_{ч.р}}$$

$$\underbrace{1}_{a(t)}\cdot e^{2\cdot W(t)_{ч.р}}+\underbrace{\left[2\cdot\omega_0\cdot tg(\omega_0\cdot C_t-\omega_0\cdot t)+\frac{dW_{ч.р}(t)}{dt}\right]}_{b(t)}\cdot e^{W(t)_{ч.р}}+\underbrace{\mu\cdot\cos(2\cdot t)}_{c(t)}=0$$

$$D(t)=b(t)^2-4\cdot a(t)\cdot c(t); \quad D(t)=\left[2\cdot\omega_0\cdot tg(\omega_0\cdot C_t-\omega_0\cdot t)+\frac{dW_{ч.р}(t)}{dt}\right]^2-4\cdot 1\cdot\mu\cdot\cos(2\cdot t)$$

$$e_{1,2}^{W(t)_{ч.р}}=\frac{-\left[2\cdot\omega_0\cdot tg(\omega_0\cdot C_t-\omega_0\cdot t)+\frac{dW_{ч.р}(t)}{dt}\right]\pm\sqrt{\left[2\cdot\omega_0\cdot tg(\omega_0\cdot C_t-\omega_0\cdot t)+\frac{dW_{ч.р}(t)}{dt}\right]^2-4\cdot\mu\cdot\cos(2\cdot t)}}{2}$$

$$S(t)+x(t)=\int e_{1,2}^{W(t)_{ч.р}}dt+C_{S+x}$$

$$X(t)_{об.р}=C_\theta\cdot\cos(\omega_0\cdot C_t-\omega_0\cdot t)\cdot e^{\int e_{1,2}^{W(t)_{ч.р}}dt+C_{S+x}} \qquad (3)$$

Общее решение уравнения Матьё.

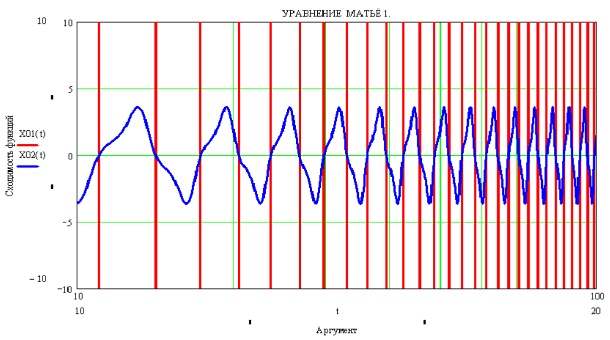

Рис. III. 2.1 $\omega_0=1;\mu=1.$

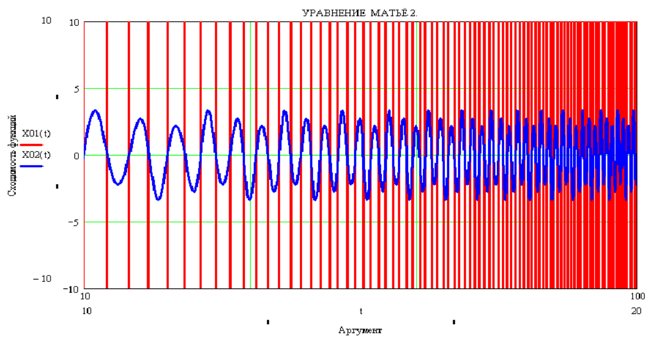

Рис. III. 2.2 $\omega_0=3;\mu=0{,}5.$

III. 3. Уравнение Хилла $\frac{d^2X}{dt^2}+q(t)\cdot X=0$.

где q(t) – могут представлять различные периодические функции

Снова $X(t)_{об.р} = e^{W(t)_{об.р}} = e^{W_0(t)+S(t)+x(t)}$

$$e^{W_{об.р}} \cdot \left(\frac{dW_{об.р}}{dt}\right)^2 + e^{W_{об.р}} \cdot \frac{d^2W_{об.р}}{dt^2} + q(t) \cdot e^{W_{об.р}} = 0$$

$$\left(\frac{d\left[W_0 + S + x\right]}{dt}\right)^2 + \frac{d^2\left[W_0 + S + x\right]}{dt^2} + q(t) = 0$$

$$\underline{\frac{d^2W_0}{dt^2}} + \frac{d^2\left[S + x\right]}{dt^2} + \underline{\left(\frac{dW_0}{dt}\right)^2} + 2 \cdot \frac{dW_0}{dt} \cdot \frac{d\left[S + x\right]}{dt} + \left(\frac{d\left[S + x\right]}{dt}\right)^2 + q(t) = 0$$

$$\underline{\frac{d^2W_0}{dt^2}} + \underline{\left(\frac{dW_0}{dt}\right)^2} = 0 \Rightarrow \frac{-d\dfrac{dW_0}{dt}}{\left(\dfrac{dW_0}{dt}\right)^2} = dt \Rightarrow d\left(\frac{1}{\dfrac{dW_0}{dt}}\right) = dt$$

$$\frac{1}{\dfrac{dW_0}{dt}} = t + C_t \Rightarrow \frac{dW_0}{dt} = \frac{1}{t + C_t} \qquad из\ (1)\ следует C_t = 1.$$

далее,

$$\frac{d^2\left[S + x\right]}{dt^2} + 2 \cdot \frac{dW_0}{dt} \cdot \frac{d\left[S + x\right]}{dt} + \left(\frac{d\left[S + x\right]}{dt}\right)^2 + q(t) = 0$$

$$\frac{d\left(S + x\right)}{dt} = e^{W_{ч.р}} \Rightarrow \frac{de^{W_{ч.р}}}{dt} + e^{2 \cdot W_{ч.р}} + 2 \cdot \frac{1}{t + C_t} \cdot e^{W_{ч.р}} + q(t) = 0$$

$$\sin(\theta) = -\int \left[1 + \frac{2}{t + C_t} + q(t)\right] dt + C_\theta \qquad [2,3,4,5]$$

$$W_{ч.р}(t) = Arth\left[\sin(\theta)\right]; \quad W_{ч.р}(t) = \sum_{n=0}^{N} \frac{\sin(\theta)^{2 \cdot n + 1}}{2 \cdot n + 1} + C_{W_{ч.р}}$$

$$\underbrace{1}_{a(t)} \cdot e^{2 \cdot W_{ч.р}} + \underbrace{\left[\frac{2}{t + C_t} + \frac{dW_{ч.р}}{dt}\right]}_{b(t)} \cdot e^{W_{ч.р}} + \underbrace{q(t)}_{c(t)} = 0$$

$$D(t) = b(t)^2 - 4 \cdot a(t) \cdot c(t)\ ; \quad D(t) = \left[\frac{2}{t + C_t} + \frac{dW_{ч.р}}{dt}\right]^2 - 4 \cdot 1 \cdot q(t)$$

$$e_{1,2}^{W(t)_{ч.р}} = \frac{-\left[\frac{2}{t+C_t} + \frac{dW_{ч.р}}{dt}\right] \pm \sqrt{\left[\frac{2}{t+C_t} + \frac{dW_{ч.р}(t)}{dt}\right]^2 - 4\cdot q(t)}}{2}$$

$$S(t) + x(t) = \int e_{1,2}^{W(t)_{ч.р}} dt + C_{S+x}$$

$$X(t)_{об.р} = C_{W_0} \cdot \left(t + C_t\right) \cdot e^{\int e_{1,2}^{W(t)_{ч.р}} dt + C_{S+x}} \qquad (4)$$

Общее решение уравнения Хилла.

III. 4. Уравнение Бернулли $\frac{dX}{dt} + a(t)\cdot X = b(t)\cdot X^n$

Применим один из способов, заменим $X(t) = u(t)\cdot v(t)$

$$\frac{du}{dt}\cdot v + u\cdot\left(\frac{dv}{dt} + a(t)\cdot v\right) = b(t)\cdot\left(u\cdot v\right)^n$$

Подобрав $v(t) \neq 0 \quad \Rightarrow \frac{dv}{dt} + a(t)\cdot v = 0$

$$\frac{dv}{v} = -a(t)\cdot dt \quad \Rightarrow \quad \ln|v| = -\int a(t)\cdot dt + \ln|C_v|$$

$$v(t) = C_v \cdot e^{-\int a(t)dt}$$

$$\frac{1}{u^n}\cdot\frac{du}{dt} = b(t)\cdot v^{n-1} \Rightarrow \frac{1}{1-n}\cdot\frac{du^{1-n}}{dt} = b(t)\cdot v^{n-1}$$

$$u^{1-n} = \left(1-n\right)\cdot\int b(t)\cdot v^{n-1}\cdot dt + C_u$$

$$u(t) = \left[\left(1-n\right)\cdot\int b(t)\cdot v^{n-1}\cdot dt + C_u\right]^{\frac{1}{1-n}}$$

$$X(t) = \left[\left(1-n\right)\cdot\int b(t)\cdot v^{n-1}\cdot dt + C_u\right]^{\frac{1}{1-n}}\cdot C_v\cdot e^{-\int a(t)dt} \qquad (5)$$

Общее решение уранения Бернулли. (**Метод Бернулли**)

Есть и другие методы решения подобных уравнений. Однако многие из них упираются в интегралы от сложных функций, что в конечном счёте сказывается на сходимости функций решений.

Посмотрим метод постановки Алмаз Бея.

$$\frac{dX}{dt} + a(t) \cdot X = b(t) \cdot X^{n} \quad \textit{умножим} \quad \textit{на} \quad \frac{1}{X^{n}}$$

$$X^{-n} \cdot \frac{dX}{dt} + a(t) \cdot X^{1-n} = b(t) \Rightarrow \frac{1}{1-n} \cdot \frac{dX^{1-n}}{dt} + a(t) \cdot X^{1-n} = b(t)$$

$$\textit{заменой} \quad X^{1-n} = e^{W} \quad \textit{далее} \quad [2,3,4,5]$$

$$\frac{1}{1-n} \cdot \frac{de^{W}}{dt} + a(t) \cdot e^{W} = b(t) \Rightarrow \frac{1}{1-n} \cdot \frac{dW}{dt} + a(t) = b(t) \cdot e^{-W}$$

$$\sin(\theta) = (1-n) \cdot \int b(t) - a(t) dt + C_{\theta}$$

$$W(t) = Arth\left[\sin(\theta)\right]; \quad W(t) = \sum_{n=0}^{N} \frac{\sin(\theta)^{2 \cdot n+1}}{2 \cdot n + 1} + C_{W}$$

в зависимост и от особых точек .

$$e^{W} = \frac{b(t)}{\frac{1}{1-n} \cdot \frac{dW}{dt} + a(t)} \Rightarrow \frac{(1-n) \cdot b(t)}{\frac{dW}{dt} + (1-n) \cdot a(t)}$$

$$X_1(t) = e^{\left|\frac{W(t)}{1-n}\right|} = \left[\frac{(1-n) \cdot b(t)}{\frac{dW}{dt} + (1-n) \cdot a(t)}\right]^{\left|\frac{1}{1-n}\right|}$$

$$X_2(t) = e^{\frac{W(t)}{1-n}} = \left[\frac{(1-n) \cdot b(t)}{\frac{dW}{dt} + (1-n) \cdot a(t)}\right]^{\frac{1}{1-n}} \qquad (6)$$

Общее решение уранения Бернулли. (**Метод подстановки Алмаз Бея**).

Проверка сходимости функций решений на Mathcad 11:

$$\frac{dX}{dt} + t \cdot X = (1+t) \cdot e^{-t} \cdot X^{2} \quad \textit{решение} \quad X(t) = \frac{1}{e^{-t} + C \cdot e^{\frac{t^2}{2}}}$$

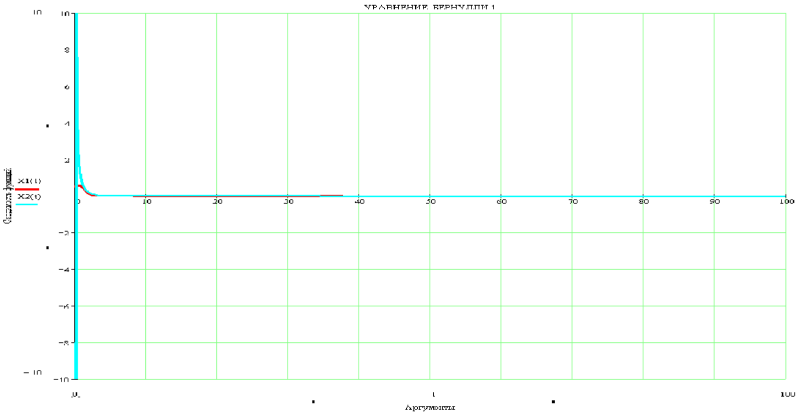

Рис. III. 4.1 $n = 2; \quad a(t) = t; \quad b(t) = (1+t)e^{-t}$

$$\frac{dX}{dt} - X = e^t \cdot X^2 \qquad \textit{решение} \quad X(t) = \frac{e^t}{C-t}$$

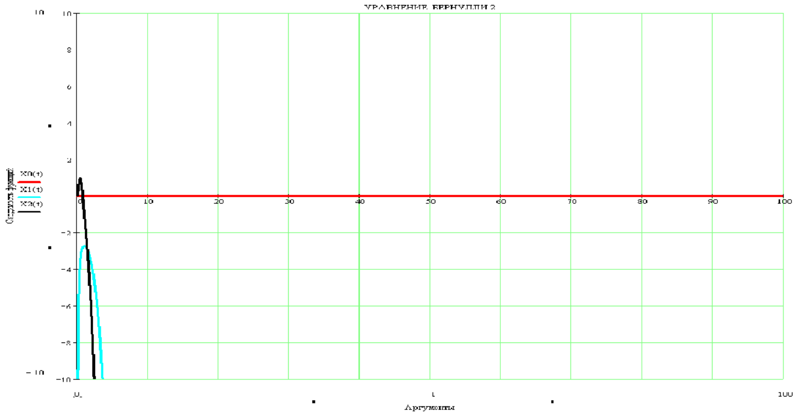

Рис. III. 4.2 $n = 2; \quad a(t) = -1; \quad b(t) = e^t$

IV. Вывод. Метод подстановки Алмаз Бея, применённый в этой работе, даёт удовлетворительные результаты, полученные путём решения уравнения **Риккати**. Несмотря на сложности решений задач подобного класса, предполагается, что метод ещё будет опробован.

Литература:

1. Исаев А.Д. Задача о поперечном нелинейном изгибе. Журнал «Наука, новые технологии и инновации Кыргызстана». - Бишкек, 2015, №4. - С. 28-50.
2. Исаев А.Д. Нелинейный поперечный изгиб, интеграл вероятности и уравнение Риккати. Журнал «Наука, новые технологии и инновации Кыргызстана». - Бишкек 2016, №5. - С. 20-36.
3. Исаев А.Д. Об одном общем решении уравнения Риккати. Журнал «Вестник КГПУ им. Арабаева». - Бишкек, 2016, №2.
4. Исаев А.Д. Об одном общем методе решения нелинейных дифференциальных уравнений. Журнал «Наука, новые технологии и инновации Кыргызстана». - Бишкек, 2016, №10. - С. 3-13.
5. Исаев А.Д. Уравнение Риккати и метод Алмаз Бея. Журнал «Известия вузов Кыргызстана». - Бишкек, 2017, №6. - 15-20.

Рецензент: д.ф.-м.н. Искандаров С.