

Долгополов Б.К., Сычев В.Н., Имашев С.А.

МЕТОДИКА МУЛЬТИФРАКТАЛЬНОГО АНАЛИЗА СИГНАЛА НА ПРИМЕРЕ СЕЙСМИЧЕСКОГО ШУМА

Долгополов Б.К., Сычев В.Н., Имашев С.А.

СЕЙСМИКАЛЫК ЧУУ МИСАЛЫНДА СИГНАЛДЫ МУЛЬТИФРАКТАЛДЫК АНАЛИЗДӨӨ МЕТОДИКАСЫ

B.K. Dolgoplov, V.N. Sychev, S.A. Imashev

METHOD OF MULTIFRACTAL ANALYSIS OF SIGNAL ON AN EXAMPLE OF SEISMIC NOISE

УДК: 519.246.8:550.344

Сигналды мультифракталдык анализдөө DFA (Detrended Fluctuation Analysis – масштабдан көз каранды трендерди алып салуудан кийин флуктуацияларды анализдөө) методикасы сыпатталган. Сингулярдуулук спектринин чектерин баалоо алгоритми мыктыланып, дискреттик вейвлет негизинде тренди алып салуу (детрендинг) методикасын жакшыртуу жолу сунушталды. Сейсмикалык чуу мисалында сигналдын мультифракталдык мүнөздөмөлөрүнүн динамикасы анализделди.

Негизги сөздөр: мультифракталдык анализ, фракталдык өлчөм, Хёрст параметри, вейвлет-анализ, детрендинг, убакыттык катарлар, сингулярдуулук спектри.

Описан метод мультифрактального анализа сигнала – DFA (Detrended Fluctuation Analysis – анализ флуктуаций после исключения масштабно-зависимых трендов). Предложено усовершенствование методики удаления тренда (детрендинга) на основе дискретного вейвлет-преобразования, доработан алгоритм оценки границ спектра сингулярности. На примере сейсмического шума проведен анализ динамики мультифрактальных характеристик сигнала.

Ключевые слова: мультифрактальный анализ, фрактальная размерность, параметр Хёрста, вейвлет-анализ, детрендинг, временные ряды, спектр сингулярности.

DFA (Detrended Fluctuation Analysis - Analysis of fluctuations after removing of scale-dependent trends) method of multifractal analysis of signal is described. Improved method of trend removal (detrending) based on discrete wavelet transform is proposed and algorithm of singularity spectrum boundaries estimation is modified. Analysis of dynamics of signal multifractal characteristics by an example of seismic noise is carried out.

Keywords: multifractal analysis, fractal dimension, Hurst exponent, wavelet analysis, detrending, time series, singularity spectrum.

Введение. В геофизике всё чаще применяются методы, связанные с нетрадиционными математическими объектами: фрактальными множествами и детерминированным хаосом; геометрическими вероятностями и стереологическими структурами; недифференцируемыми и сингулярными функциями [1, 2]. Необходимость обращения к этим объектам определяется особенностями временных рядов, с которыми имеет дело геофизика, в частности – с их малоинформативностью с точки зрения многих

традиционных методов исследования сигналов. Примером метода, позволяющего оценить фрактальные параметры сигнала, является мультифрактальный анализ: с его помощью возможно исследовать сигналы, которые для традиционного анализа сигналов выглядят белым шумом или броуновским движением [3, 4].

Одна из первых работ по анализу фрактальных свойств сигналов – работа Гарольда Эдвина Хёрста [5], посвящённая исследованию режима расхода воды в реке Нил. Суть метода заключается в оценке величины H , называемой показателем Хёрста, из соотношения $R(\tau)/\sigma(\tau) \sim \tau^H$, где τ – длина временного интервала, σ – стандартное отклонение, R – размах (разность между максимальным и минимальным значениями наблюдаемой величины) [6–8].

Дальнейшее обобщение метода заключается в предположении о зависимости H от времени, то есть в рассмотрении случайного процесса, для которого $M\{|x(t + \delta t) - x(t)|^2\} \sim |\delta t|^{2H(t)}$, $0 < H < 1$. Это обобщение носит название мультифрактального броуновского движения и характеризуется уже не одной величиной H , а спектром сингулярности – плотностью вероятности распределения значений $H(t)$. Спектр сингулярности представляет собой информативную статистику, характеризующую режим хаотических флуктуаций случайной величины [4].

В настоящее время применяются два метода мультифрактального анализа: метод максимумов модулей непрерывных вейвлет-преобразований [3, 4] (ММВП) и метод DFA (Detrended Fluctuation Analysis – анализ флуктуаций после исключения масштабно-зависимых трендов) [4, 9, 10]. К преимуществам метода DFA относят устойчивость для сигналов, не содержащих плато постоянных значений [3], относительную простоту реализации [4], а также меньшее количество параметров обработки – величин, задание которых определяется типом исследуемого сигнала, его природой и личным опытом исследователя.

Методика. Пусть $x(t)$ – случайный процесс. Определим в качестве меры поведения сигнала на временном интервале $[t, t + \delta]$ модуль его

приращения $\mu(t, \delta) = |x(t + \delta) - x(t)|$ и вычислим среднее значение модулей таких мер в степени q :

$$M(\delta, q) = M\{(\mu_x(t, \delta))^q\}$$

Случайный процесс масштабно-инвариантен, если существует:

$$\rho(q) = \lim_{\delta \rightarrow 0} \frac{\ln M(\delta, q)}{\ln |\delta|}$$

Если зависимость линейна, т.е. $\rho(q) = Hq$, $H = \text{const}$, то процесс называется монофрактальным. В частности для классического броуновского движения $H = 0.5$ [6, 8].

Для вычислений функции $\rho(q)$ по конечной выборке из временного ряда x длиной N отсчетов можно использовать метод DFA. Пусть s – число отсчетов, ассоциированное с варьируемым масштабом $\delta_s = s\Delta t$. Разобьем выборку на непересекающиеся интервалы длиной s отсчетов:

$$I_k^{(s)} = \{t: 1 + (k - 1)s \leq t \leq ks, k = 1, \dots, [N/s]\}$$

Пусть $y_k^{(s)}(t) = x((k - 1)s + t)$, $t = 1, \dots, s$ – участок временного ряда, соответствующий интервалу I . Если $p_k^{(s,m)}(t)$ – некоторая аппроксимация сигнала $y_k^{(s)}(t)$ с внутренними параметрами m (например, полином порядка m , подогнанный к сигналу методом наименьших квадратов), то отклонение от локального тренда:

$$\Delta y_k^{(s,m)}(t) = y_k^{(s)}(t) - p_k^{(s,m)}(t), t = 1, \dots, s$$

Вычислим значение:

$$Z^{(m)}(q, s) = \left(\sum_{k=1}^{[N/s]} (\max_{1 \leq t \leq s} \Delta y_k^{(s,m)}(t) - \min_{1 \leq t \leq s} \Delta y_k^{(s,m)}(t))^q / [N/s] \right)^{1/q}$$

которое можно рассматривать как оценку для $(M(\delta_s, q))^{1/q}$. Процедура устранения трендов на каждом малом участке длиной s требуется, если в сигнале есть тренды внешнего происхождения. В зависимости от типа этих трендов и требований к «чистоте» шума после устранения тренда, могут применяться разные методы детрендинга сигнала (полиномами, вейвлетами и Фурье-разложением и т.д.).

Определим теперь функцию $h(q)$ как коэффициент линейной регрессии между значениями $\ln(Z^{(m)}(q, s))$ и $\ln(s)$. Очевидно, что $\rho(q) = qh(q)$, а для монофрактального процесса $h(q) = H = \text{const}$.

Следующим шагом в мультифрактальном анализе после определения функции $\rho(q)$ является вычисление спектра сингулярности $F(\alpha)$. Стандартный подход состоит в вычислении статистической суммы Гиббса:

$$W(q, s) = \sum_{k=1}^{[N/s]} (\max_{1 \leq t \leq s} \Delta y_k^{(s,m)}(t) - \min_{1 \leq t \leq s} \Delta y_k^{(s,m)}(t))^q$$

и определении показателя массы $\tau(q)$ из условия $W(q, s) \sim s^{\tau(q)}$. Далее спектр определяется по формуле:

$$F(\alpha) = \max_q \left\{ \min(\alpha q - \tau(q), 0) \right\} = \max_q \left\{ \min(q(\alpha - h(q)) + 1), 0 \right\}$$

Положение носителя спектра – $\alpha_{\min}, \alpha_{\max}$, ширина носителя спектра – $\Delta\alpha = \alpha_{\max} - \alpha_{\min}$, значение α^* , соответствующее максимуму $F(\alpha)$, и величина $F(\alpha^*)$ характеризуют фрактальные свойства сигнала. Величину α^* называют также обобщенным показателем Хёрста. Для монофрактального процесса получаем $F(H) = 1$ и $F(\alpha) = 0$, если $\alpha \neq H$, и соответственно $\alpha^* = H$ и $\Delta\alpha = 0$.

При расчёте спектра сингулярности иногда переходят от измеряемой величины к её конечным приращениям (например, когда сигнал подобен блужданию броуновской частицы, а не шуму [4, 8]). Однако для исследуемого сигнала такого перехода не потребовалось, поэтому ограничимся лишь его упоминанием.

Оценка мультифрактальных характеристик сейсмического шума.

В качестве исходных данных были использованы результаты мониторинга сейсмического шума и сейсмоакустической эмиссии. Информация поступает в одну из лабораторий Научной Станции РАН в г. Бишкеке из измерительного пункта – подземного бункера, где размещены приемники сигналов сейсмоакустической эмиссии и сейсмического шума: сейсмостанция, которая включает в себя сейсмологический датчик STS-2 (Streckeisen), цифровую станцию REFTEK 130 DAS [11] и сеймоприёмник A1632.

Метод использования сейсмического шума [12, 13] и сейсмоакустической эмиссии [14, 15] уже подтвердили свою эффективность для исследования триггерных эффектов, в том числе обусловленных электромагнитными зондированиями с применением мощных источников.

Для пояснения методики возьмем сейсмический сигнал (03.01.2016, 00:38-00:39 по местному времени, компонента Z, частота 200 Гц) (Рис. 1а).

Тренд сигнала рассчитывался с помощью нелинейной пороговой фильтрации на основе дискретного вейвлет-преобразования. Был использован вейвлет Добеши шестого порядка [16], универсальный порог Донохо-Джонстона [17, 18] с «мягким» вычитанием значения порога (трешолдингом). Полученный тренд вычитался из исходного сигнала для получения шумовой составляющей (Рис. 1б), для которой и рассчитывались мультифрактальные характеристики.

Зависимости $\lg(Z)$ от s при различных q и их аппроксимации прямыми представлены на Рис. 1с (q равномерно снижается от 10 (верхняя линия) до -10 (нижняя линия), отображено каждое двадцатое q из

использованных при расчёте. По наклону прямых рассчитываются значения $F(\alpha)$ (спектр сингулярности, *Рис. 1d*) в диапазоне $\alpha \in [A'_{\min}, A'_{\max}]$.

Вертикальными линиями на рисунке *d* обозначены (слева направо): α_{\min} , α^* , α_{\max} .

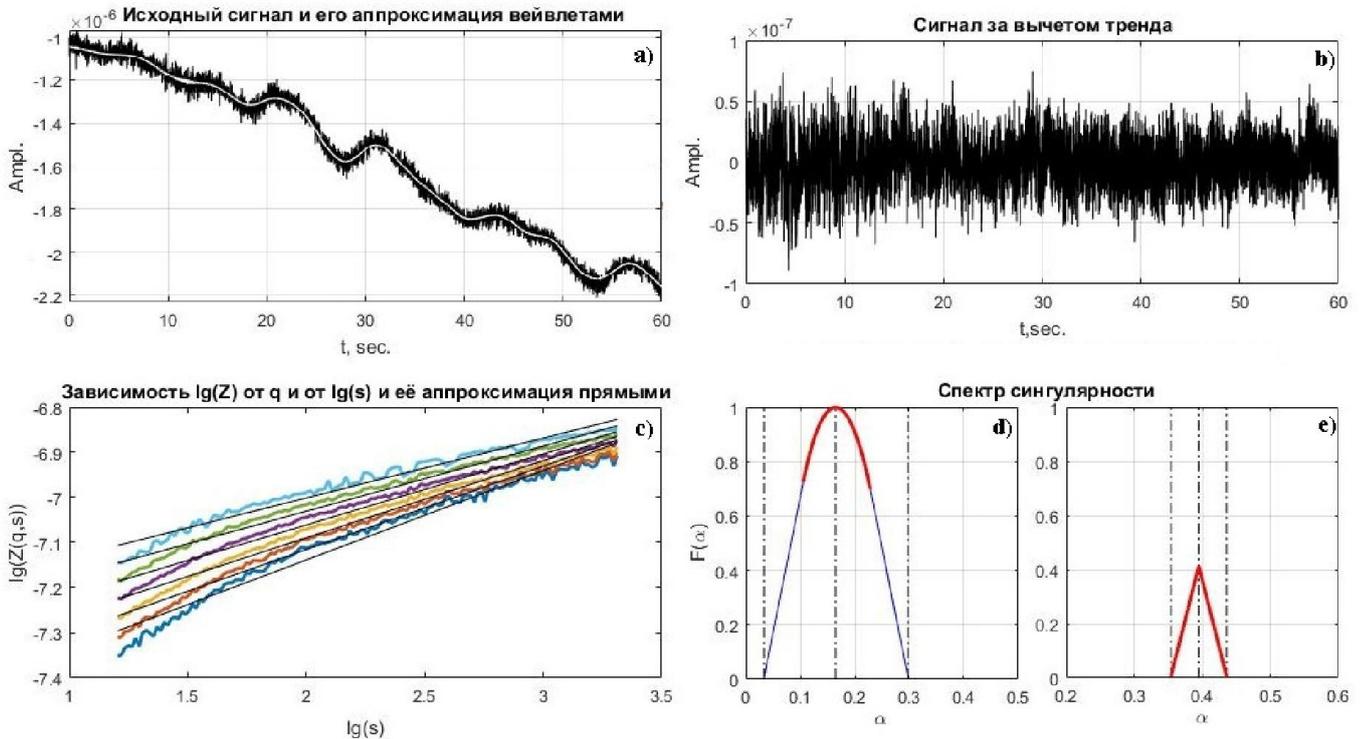


Рис.1. Этапы вычисления характеристик спектра сингулярности сейсмического шума и вид спектра сингулярности при разных методах оценки границ спектра сингулярности и детрендинга.

Для повышения точности и ускорения расчетов была усовершенствована методика удаления тренда и алгоритм оценки границ спектра сингулярности.

Детрендинг сигнала. При проведении расчетов было решено отказаться от исходного метода удаления тренда с помощью полиномиальной аппроксимации [3, 10]. Во-первых, такой детрендинг применяется к сигналу столько раз, сколько есть масштабов s (иначе возникают сильные скачки значений шума в точках, соответствующих границам участков), что замедляет расчёт характеристик. Во-вторых, этот способ уступает как в точности, так и в скорости детрендингу вейвлетами. Так, с устранением тренда при расчёте спектра сингулярности для сигнала длиной $3 \cdot 10^6$ значений, детрендинг вейвлетами Добеши занял около 1-5 секунд (для вейвлетов первого и сорок пятого порядков, соответственно), тогда как для обработки этого же сигнала полиномом потребовалось около 120 секунд (для полинома второго порядка на тысяче участков расчёта спектра сингулярности по 3000 отсчётов). Преимущество устранения тренда вейвлетами заключается и в том, что оно проводится *перед* мультифрактальным анализом и только один раз, а не *в процессе* этого анализа (как полиномиальный детрендинг), это означает, что скорость детрендинга вейвлетами не зависит от параметров расчёта мультифрактальных характеристик. Кроме того детрендинг вейвлетами одинаково хорошо работает

на всех масштабах исследуемого сигнала. Однако стоит учитывать, что слишком детальный детрендинг вейвлетами может привести к тому, что в шуме практически не останется полезной информации для анализа, а недостаточно детальный – к некачественному удалению тренда и его влиянию на спектр сингулярности.

На *Рис. 1d* и *Рис. 1e* приведены спектры сингулярности сигнала, полученные с использованием детрендинга вейвлетами (*Рис. 1d*) и детрендинга полиномами шестого порядка (*Рис. 1e*). По величине $F(\alpha^*)$ и форме спектра на *Рис. 1e* (выродившегося в ломаную) можно предположить, что сигнал, характеризующийся таким спектром, не подходит для мультифрактального анализа, а полинома даже шестого порядка недостаточно для качественной обработки сигнала указанной длины на всех масштабах. Для сигналов меньшей длины устранение тренда полиномами может давать хорошие результаты, однако его применение усложняет мультифрактальный анализ, так как накладывает ограничения на минимальную и максимальную длину интервала для расчёта мультифрактальных характеристик. Надо отметить, что сигнал без детрендинга имеет спектр сингулярности близкий по форме к изображённому на *Рис. 1e*.

Оценка границ спектра сингулярности. Дополнительно был доработан алгоритм оценки границ спектра сингулярности с помощью величин:

$$A_{\min} = \min_{q \in [-Q, +Q]} \frac{d\tau(q)}{dq}, A_{\max} = \max_{q \in [-Q, +Q]} \frac{d\tau(q)}{dq},$$

После оценки рассчитываются $F(\alpha)$ для $\alpha \in [A_{\min}, A_{\max}]$ с последующим отбрасыванием α , для которых $F(\alpha) < 0$ (не имеющих физического смысла). Такая оценка иногда неточна, так как величинам A_{\min} и A_{\max} могут соответствовать значения $F(\alpha) > 0$ и часть спектра оказывается за пределами оценочного диапазона (Рис. 1d), а величины $\alpha_{\max}, \alpha_{\min}$ не соответствуют своим «геометрическим» положениям на спектре сингулярности. Для корректировки таких неточностей края оценочного диапазона смещаются от его центра на величину, равную его ширине (пока не достигнуты значения $F(A'_{\max}) \leq 0, F(A'_{\min}) \leq 0$):

$$\begin{aligned} A'_{\min} &= A_{\min} - (A_{\max} - A_{\min}), A'_{\max} = \\ &= A_{\max} + (A_{\max} - A_{\min}). \end{aligned}$$

На Рис. 1d толстая линия – оценка спектра сингулярности с помощью A_{\min}, A_{\max} , тонкая линия соответствует значениям спектра между A'_{\min} и A'_{\max} , не учтённым первичной оценкой. Для рассматриваемого сигнала неточность оценки ширины спектра более чем в два раза превысила ширину спектра. Стоит отметить, что, так как динамика исследуемых величин зачастую информативнее самих величин, такая погрешность допустима, однако есть смысл использовать более эффективный из двух одинаково быстрых методов.

Временные вариации фрактальных характеристик. Сам по себе расчёт спектра сингулярности даёт исследователю сравнительно мало информации об исследуемом временном ряде. Гораздо больше информации можно получить при изучении динамики его спектра сингулярности с помощью скользящего окна, а при наличии нескольких сигналов за один и тот же промежуток времени интерес представляют корреляции их мультифрактальных характеристик.

Изменение спектра сингулярности может свидетельствовать об изменении характера исследуемых процессов, которое может быть невидимо как для традиционных методов, так и для фрактального анализа, основанного на расчёте только показателя Хёрста. Поэтому далее явления будут рассматриваться именно с точки зрения динамики мультифрактальных характеристик сигнала.

Динамика мультифрактальных характеристик сейсмического шума. Чтобы обнаружить связь между поведением сигнала и его мультифрактальными характеристиками рассмотрим сейсмический шум в относительно спокойный день 14.02.2016 (воскресенье – выходной день, отсутствие техногенных воздействий), в интервале с 7:00 до 15:00 (01:00 – 09:00 время по UTC).

Графики сигнала, шума и их мультифрактальных характеристик в зависимости от времени приведены на Рис.2 (длина окна – 3000 значений, шаг окна равен его длине).

По графику сигнала видно, что за время наблюдения произошло одно сравнительно значимое сейсмическое событие и несколько событий меньшей амплитуды. Большая часть из них заметна и в графиках сигнала и шума, и на графиках изменения мультифрактальных характеристик.

Левая часть рисунка 2, характеризующая мультифрактальные свойства сигнала без исключения тренда, оставлена, чтобы показать, что даже сигнал, тренд которого не устранён, может быть информативен при изучении динамики его спектра сингулярности. Величины, характеризующие шум оказались ниже, чем оные для исходного сигнала, вместе с этим снизился и их «разброс» (отклонение от средних значений на участках). Надо отметить, что, хотя графики на Рис. 2.c,e и Рис. 2.d,f отличаются, участки с выраженными изменениями спектра сингулярности для них совпадают. Стоит отметить, что теоретически $0 \leq \alpha \leq 1$, а значения $\alpha < 0$, которые можно видеть на Рис.2c,d являются результатом погрешности в расчётах, то же касается возможных $\alpha > 1$ и $F(\alpha) > 1$.

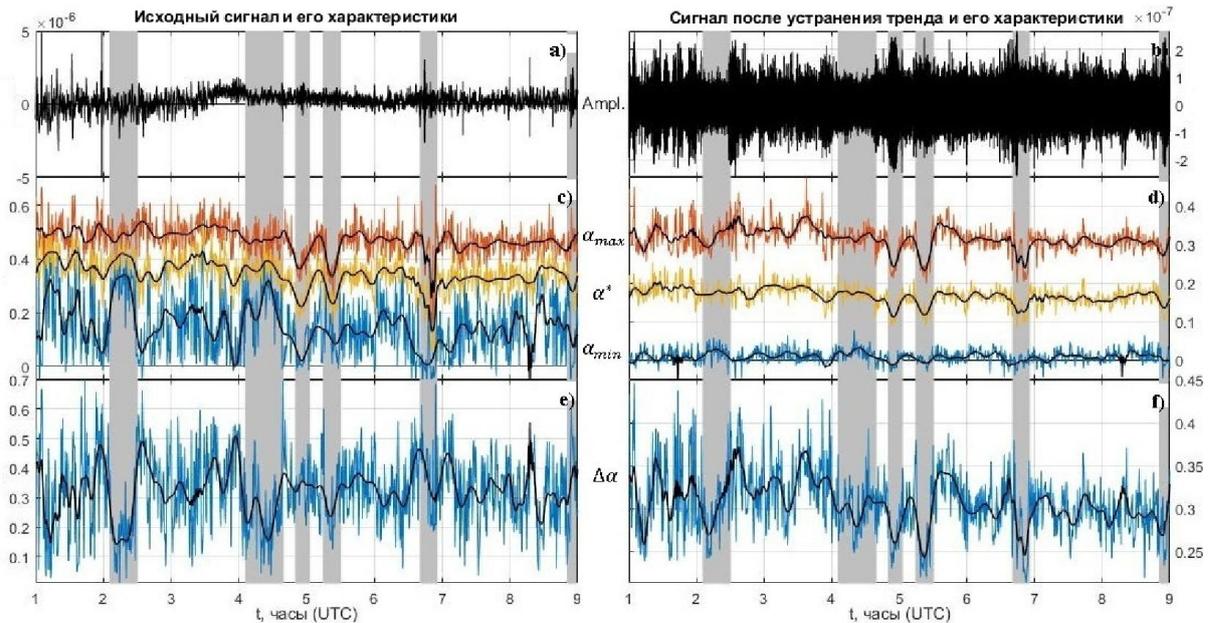


Рис.2. Динамика спектра сингулярности. Исходный сигнал (а) и результат устранения из него тренда (б), мультифрактальные характеристики сигнала (с,е) и шума (d,ф)

Из графиков видно, что существует несколько типов поведения спектра сингулярности во времени:

- Спектр сингулярности сужается при сейсмических событиях, что хорошо видно по графику его ширины в 2:07, 4:58, 5:25 и 6:55.

- На интервалах 1:15–1:24 и 2:00–2:30 видно расширение спектра сингулярности при неизменной интенсивности шума (и неизменном СКО сигнала). Это значимо, во-первых, потому что показывает, что мультифрактальные характеристики исследуемого сигнала зависят не только от амплитуды колебаний самого сигнала или его шума (что очевидно и из описания метода); во-вторых, потому что оба приведённых временных интервала предшествуют сейсмическим событиям, а прекращает расти спектр сингулярности лишь во время повышения амплитуды колебаний измеряемой величины (иными словами – во время сейсмического события), после события несколько снижаясь.

- На рассмотренных масштабах «средние» характеристики спектра сингулярности неизменны (аппроксимирующие динамику этих характеристик прямые будут с высокой точностью параллельны оси времени), это значит, что на этих масштабах нет какого-либо заметного для мультифрактального анализа «медленного» изменения структуры среды, все изменения, обнаруженные им, не превышают по времени часа. Можно предположить, что такое изменение обнаружится и при увеличении масштаба.

Выводы. Метод анализа флуктуаций после исключения масштабно-зависимых трендов может быть использован для изучения низкоэнергетических сейсмических сигналов перед, во время и после наступления сейсмических событий. Предложенное усовершенствование методики удаления тренда на основе дискретного вейвлет-преобразования дает лучшие результаты по сравнению с традиционным

полиномиальным детрендингом, а усовершенствованный алгоритм увеличивает точность оценки границ спектра сингулярности. На примере сейсмического сигнала проведен детрендинг и анализ динамики его мультифрактальных характеристик.

Стоит отметить, что исследование не является полным и не раскрывает в полной мере возможностей мультифрактального анализа, так как основано на наблюдении, а не на спланированном эксперименте. Для поиска более тонких закономерностей следует или знать, где искать (зная, каким воздействиям подвергалась среда в указанное время), или использовать несколько сигналов для оценки их общих вариаций.

Литература:

1. Булат А.Ф., Дырда В.И. Фракталы в геомеханике. Киев: Наукова Думка. 2005. 358 с.
2. Turcotte D.L. Fractals and chaos in geology and geophysics. New York: Cambridge University Press. 1997. 398 p.
3. Любушин А.А. Анализ данных систем геофизического и экологического мониторинга. Москва: Наука. 2007. 227 с.
4. Seuront L. Fractals and multifractals in ecology and aquatic science. London: Taylor & Francis. 2010. 360 p.
5. Hurst H.E., Black R.P., Simaika Y.M. Long-term storage: An experimental study. London: Constable. 1965. 145 p.
6. Feder J. Fractals: Springer. 1988. 284 p.
7. Weron R. Estimating long-range dependence: Finite sample properties and confidence intervals. Physica A: Statistical Mechanics and its Applications. 2002. Т. 312. № 1-2. P. 285–299.
8. Чен Б.Б., Имашев С.А. Оценка параметра Херста по наклону энергетического спектра на основе вейвлет-преобразования. Вестник КРСУ. 2007. Т.7. № 8. С. 65–75.
9. Peng C.-K., Buldyrev S.V., Havlin S., Simons M., Stanley H.E., Goldberger A.L. Mosaic organization of DNA nucleotides. Phys. Rev. E. 1994. Vol. 49. № 2. P. 1685–1689.
10. Kantelhardt J.W., Koscielny-Bunde E., Rego H.H., Havlin S., Bunde A. Detecting long-range correlations with detrended

- fluctuation analysis. *Physica: Statistical Mechanics and its Applications*. 2001. Vol. 295. № 3-4. P. 441–454.
11. Сычева Н.А. Киргизская сейсмологическая сеть KNET. *Вестник КРСУ*. 2016. Т. 16. № 5. С. 175–183.
 12. Сычева Н.А., Богомолов Л.М., Сычев В.Н. О геоэффективных солнечных вспышках и вариациях уровня сейсмического шума. *Физика Земли*. 2011. № 3. С. 55–71.
 13. Березина А.В., Мозолева Е.Л., Першина Е.В., Никитенко Т.В., Рагульская А.К. Динамические параметры сейсмического шума по данным сети KNET. *Наука, новые технологии и инновации*. 2012. № 2. С. 60–62.
 14. Закупин А.С., Богомолов Л.М., Мубассарова В.А., Ильичев П.В. Сейсмоакустические проявления воздействия мощных импульсов тока по данным скважинных измерений на Бишкекском геодинимическом полигоне. *Физика Земли*. 2014. № 5. С. 105–120.
 15. Гаврилов В.А., Богомолов Л.М., Закупин А.С. Сравнение результатов скважинных геоакустических измерений с данными лабораторных и натурных экспериментов по электромагнитному воздействию на горные породы. *Физика Земли*. 2011. № 11. С. 63–74.
 16. Mallat S.G. *A wavelet tour of signal processing: The sparse way*. Boston: Elsevier/Academic Press. 2009. 805 p.
 17. Donoho D.L., Johnstone J.M. Ideal spatial adaptation by wavelet shrinkage *Biometrika*. 1994. Vol. 81. № 3. P. 425–455.
 18. Donoho D.L. De-noising by soft-thresholding. *IEEE Trans. Inform. Theory*. 1995. Vol.41. № 3. P. 613–627.

Рецензент: д.ф.-м.н. Свердлик Л.Г.
