Жусупбаев А., Асанкулова М.

КЕРЕКТӨӨЧҮЛӨРДҮН ОРТОСУНДАГЫ КӨМҮРДҮ ТАРАТУУ ОПТИМАЛДАШТЫРУУ

Жусупбаев А., Асанкулова М.

ОПТИМИЗАЦИЯ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ УГЛЯ МЕЖДУ ПОТРЕБИТЕЛЯМИ

A. Zhusupbaev, M. Asankulova

OPTIMIZATION OF DISTRIBUTION OF COAL BETWEEN CONSUMERS

УДК: 519.8

Бул макалада көмүр өндүрүүчүлөр ассоциациясынын таза кирешесин максималдаштыруу критериясы боюнча көмүрдү талапкерлер ортосунда (договор боюнча жана дүн сатып алуучулар) оптималдуу бөлүштүрүү көйгөйү каралган. Чыгаруу алгоритми сандык маселе менен көрсөтүлгөн. Жумуштун жыйынтыгын экономиканын ар түрдүү тармагындагы өндүрүштүк ассоциациялар продукцияны өндүрүүдө жана аны оптималдуу бөлүштүрүүдө пайдаланышы мүмкүн.

***Негизги сөздөр:** математикалык модель, таза киреше, өндүрүүчүлөрдүн ассоциациясы, чыгаруу алгоритми, сатып алуучу, базар экономикасы.*

В статье рассмотрена проблема оптимизации распределения угля между потребителями (потребителям на основе договора и оптовыми покупателями) по критерию максимума чистого дохода ассоциации угольных предприятий. Алгоритм решения демонстрирован на числовом примере. Полученные результаты могут быть использованы ассоциациями производителей различных отраслей экономики при оптимизации производства и распределения продукции.

***Ключевые слова:** математическая модель, чистый доход, ассоциация предприятий, алгоритм решения, покупатель, рыночная экономика.*

The paper considers the problem of optimization of the coal distribution between users (consumers, based on the contract and wholesale buyers) on the criterion of the net income of the maximum association of coal enterprises. An algorithm for solving numerical example to demonstrate. The results can be used by associations of manufacturers of various industries in the optimization of production and distribution.

***Key words:** mathematical model, the net income, of the association enterprises, algorithm solutions, the buyer, the market economy.*

Постановка задачи. Пусть в составе ассоциации угольной промышленности имеется m предприятий A_i, $i=1,2,\ldots,m$ с объемами добычи угля, за планируемый период равной величине a_i. Добытая уголь в предприятиях A_i, $i=1,2,\ldots,m$ распределяется между потребителями B_j с объемами потребности b_j, $j\in J=\{1,2,\ldots n_1,n_1+1,\ldots,n\}$. Потребители $j\in J_0 = =\{1,2,\ldots n_1\}$ составили договор с ассоциацией угольных предприятий о обязательной поставке, а потребители $j\in J^*=\{n_1+1,\ldots,n\}$ являются оптовыми покупателями. Ассоциация угольных предприятий сам решает, какое количество угля от каждого угледобывающего предприятия выделить на обязательные поставки и распределить между $j\in J_0$. Другая часть угля, выделенная для оптовых покупателей (на свободный рынок), распределяется по предпочтению самими покупателями $j\in J^*$.

Требуется определить такое множество угледобывающих предприятий, поставляющий уголь потребителям по договору и оптимальный план реализации угля остальным покупателям с учетом их предпочтения так, чтобы угледобывающие предприятия ассоциации получили бы максимальный чистый доход.

Для математической формулировки задачи введем обозначения.

Известные параметры:

a_i - объем добычи угля i-го угледобывающего предприятия, $i=1,2,\ldots,m$;

b_j - объем потребности в угле j-го потребителя, $j\in J$;

d_{ij} - чистый доход i-го угледобывающего предприятия от реализации единицы веса угля j-му потребителю, $i=1,2,\ldots,m$, $j\in J$;

c_{ij} -закупочно-транспортные расходы j-го потребителя на единицу веса угля из i-го угледобывающего предприятия, $i=1,2,\ldots,m$, $j\in J^*$;

Искомые переменные:

x_i - объем угля i-го угледобывающего предприятия поставляемое потребителям на основе договора, $i=1,2,\ldots,m$;

x_{ij} - объем угля i-го угледобывающего предприятия реализуемое j-му потребителю, $i=1,2,\ldots,m$, $j\in J$;

Согласно принятым обозначениям математическая модель задачи оптимизации распределения угля между потребителями по критерию максимума прибыли запишется в виде.

Требуется максимизировать функцию

$$L(x) = \sum_{i=1}^{m} \sum_{j \in J_0} d_{ij} x_{ij} + \{\sum_{i=1}^{m} \sum_{j \in J^*} d_{ij} x_{ij}^*\} \qquad (1)$$

при условиях

$$\sum_{i=1}^{m} x_{ij} = b_j, \quad j \in J_0, \qquad (2)$$

$$\sum_{j \in J_0} x_{ij} = x_i \le a_i, \quad i = 1,2,...,m, \qquad (3)$$

$$x_{ij} \ge 0, \quad i=1,2,...,m, \quad j \in J_0, \qquad (4)$$

где $x = \left|x_{ij}\right|_{m,|J_0|}$, $\{x_{ij}^*\}$ – оптимальное решение задачи:

найти минимум

$$L_0(x_0) = \sum_{i=1}^{m} \sum_{j \in J^*} c_{ij} x_{ij} \qquad (5)$$

при условиях

$$\sum_{i=1}^{m} x_{ij} = b_j, \quad j \in J^*, \qquad (6)$$

$$\sum_{j \in J^*} x_{ij} = a_i - x_i, \quad i = 1,2,...,m, \qquad (7)$$

$$x_{ij} \ge 0, \quad i=1,2,...,m, \quad j \in J^*, \qquad (8)$$

где $x_0 = \left|x_{ij}\right|_{m,|J^*|}$.

Задача (1)-(8) относится к классу двухуровневых задач оптимизации [1]. Используем для ее решения алгоритм метода последовательных расчетов [2]. В этой связи поступаем следующим образом. Обозначим через I -множество индексов месторождений угля A_i, $i=1,2,...,m$, а через ω - любое произвольное подмножество множества I.

Тогда на каждом подмножестве может быть определено максимальное значение функции

$$L_1(x, \omega) = \sum_{i \in \omega} \sum_{j \in J_0} d_{ij} x_{ij} \qquad (9)$$

при условиях

$$\sum_{i \in \omega} x_{ij} = b_j, \quad j \in J_0, \qquad (10)$$

$$\sum_{j \in J_0} x_{ij} = x_i \le a_i, \quad i \in \omega, \qquad (11)$$

$$x_i \ge 0, \quad x_{ij} \ge 0, \quad i \in \omega, \quad j \in J_0, \qquad (12)$$

и значение функции

$$L_2(x, \omega) = \sum_{j \in J^*} (\sum_{i \in \omega} c_{ij} x_{ij} + \sum_{i \in I \setminus \omega} c_{ij} x_{ij}) \to min \qquad (13)$$

при условиях

$$\sum_{i \in \omega}^{m} x_{ij} + \sum_{i \in I \setminus \omega} x_{ij} = b_j, \quad j \in J^*, \qquad (14)$$

$$\sum_{j \in J^*} x_{ij} = a_i - x_i^*, \quad i \in \omega, \qquad (15)$$

$$\sum_{j \in J^*} x_{ij} = a_i, \quad i \in I \setminus \omega, \qquad (16)$$

$$x_{ij} \ge 0, \quad i \in I, \quad j \in J^*, \qquad (17)$$

где $\{x_i^*\}$ - решение задачи (9)-(12) на $\omega \in I$.

Тогда получаемый чистый доход предприятий ассоциации на каждом $\omega \in I$ будут определяться величиной

$$L(x,\omega) = L_1(x,\omega) + \{\sum_{j\in J^*}(\sum_{i\in\omega} d_{ij}x^*_{ij} + \sum_{i\in I\setminus\omega} d_{ij}x^*_{ij})\},$$

где $\{x^*_{ij}\}$ - решение задачи (13)-(17) на $\omega \in I$.

Обозначим через $p(\omega)$ максимальное значение $L_1(x,\omega)$ при условиях (10)-(12). Тогда рассматриваемая задача может быть сформулирована следующим образом.

Требуется определить такое подмножество $\omega^* \in I$, на котором $p(\omega)$ достигала своего наибольшего значения $p(\omega^*)$, т.е.

$$p(\omega^*) = \max_{\omega\in I}\{p(\omega)\}. \qquad (*)$$

Докажем достаточное условие применимости метода последовательных расчетов для задачи (*), т.е., что для любых подмножеств $\omega_1, \omega_2 \subset I$ выполнение условие

$$S(\omega_1, \omega_2) = P(\omega_1) + P(\omega_2) - P(\alpha) - P(\beta) \geq 0, \qquad (18)$$

где $\alpha = \omega_1 \cup \omega_2$, $\beta = \omega_1 \cap \omega_2$, а $P(\omega_1)$, $P(\omega_2)$, $P(\alpha)$, $P(\beta)$ – максимальные значения функции $L_1(x,\omega)$ при условиях (10)-(12) и замене множества ω соответственно множествами ω_1, ω_2, α, β.

Тогда условие (18) запишется в виде:

$$S(\omega_1,\omega_2) = \max_{|x_{ij}|}\{\sum_{i\in\omega_1}\sum_{j\in J_0} d_{ij}x_{ij}\} + \max_{|x_{ij}|}\{\sum_{i\in\omega_2}\sum_{j\in J_0} d_{ij}x_{ij}\} -$$

$$- \max_{|x_{ij}|}\{\sum_{i\in\alpha}\sum_{j\in J_0} d_{ij}x_{ij}\} - \max_{|x_{ij}|}\{\sum_{i\in\beta}\sum_{j\in J_0} d_{ij}x_{ij}\} \geq 0 \qquad (19)$$

Обозначим через $\{x^{\alpha}_{ijk}\}$ – оптимальный план задачи (9)–(12) на множестве α, через $\{x^{\beta}_{ijk}\}$ – на множестве β. Далее предположим, что задача (9)–(12) на множества ω_1, ω_2, имеют допустимые планы $\{x^{\omega_1}_{ijk}\}$, $\{x^{\omega_2}_{ijk}\}$ которые удовлетворяют следующим условиям:

$$x^{\omega_1}_{ijk} = x^{\alpha}_{ijk}, \quad i\in\alpha\setminus\omega_2,\ j\in J_0, \qquad (20)$$

$$x^{\omega_2}_{ijk} = x^{\alpha}_{ijk}, \quad i\in\alpha\setminus\omega_1, \quad j\in J_0, \qquad (21)$$

$$x^{\omega_1}_{ijk} + x^{\omega_2}_{ijk} = x^{\alpha}_{ijk} + x^{\beta}_{ijk}, \quad i\in\beta, \quad j\in J_0, \qquad (22)$$

Для доказательства неравенства (19) достаточно показать, что

$$\overline{S}(\omega_1,\omega_2) = \max_{|x_{ij}|}\{\sum_{i\in\omega_1}\sum_{j\in J_0} d_{ij}x^{\omega_1}_{ij}\} + \max_{|x_{ij}|}\{\sum_{i\in\omega_2}\sum_{j\in J_0} d_{ij}x^{\omega_2}_{ij}\} - \max_{|x_{ij}|}\{\sum_{i\in\alpha}\sum_{j\in J_0} d_{ij}x^{\alpha}_{ij}\} - \max_{|x_{ij}|}\{\sum_{i\in\beta}\sum_{j\in J_0} d_{ij}x^{\beta}_{ij}\} \geq 0 \quad (23)$$

Действительно, так как $\{x^{\omega_1}_{ijk}\}$, $\{x^{\omega_2}_{ijk}\}$ не являются оптимальными решениями соответствующих задач, то справедливы неравенства:

$$\max_{|x_{ij}|}\{\sum_{i\in\omega_1}\sum_{j\in J_0} d_{ij}x_{ij}\} \geq \sum_{i\in\omega_1}\sum_{j\in J_0} d_{ij}x^{\omega_1}_{ij}, \qquad \max_{|x_{ij}|}\{\sum_{i\in\omega_2}\sum_{j\in J_0} d_{ij}x_{ij}\} \geq \sum_{i\in\omega_2}\sum_{j\in J_0} d_{ij}x^{\omega_2}_{ij}.$$

Следовательно, $S(\omega_1, \omega_2) \geq \overline{S}(\omega_1, \omega_2)$. Из $\overline{S}(\omega_1, \omega_2) \geq 0$ следует выполнение условия (19).

Проверим, выполняется ли условие (23) для допустимых планов (20)-(22). Действительно, из условий (20)-(22) следует равенства

$$\sum_{i\in\omega_1} d_{ij}x^{\omega_1}_{ij} + \sum_{i\in\omega_2} d_{ij}x^{\omega_2}_{ij} = \sum_{i\in\alpha\setminus\omega_2} d_{ij}x^{\omega_1}_{ij} + \sum_{i\in\alpha\setminus\omega_1} d_{ij}x^{\omega_2}_{ij} + \sum_{i\in\beta} d_{ij}(x^{\omega_1}_{ij} + x^{\omega_2}_{ij}) =$$

$$= \sum_{i\in\alpha\setminus\omega_2} d_{ij}x^{\alpha}_{ij} + \sum_{i\in\alpha\setminus\omega_1} d_{ij}x^{\alpha}_{ij} + \sum_{i\in\beta} d_{ij}x^{\alpha}_{ij} + \sum_{i\in\beta} d_{ij}x^{\beta}_{ij} = \sum_{i\in\alpha} d_{ij}x^{\alpha}_{ij} + \sum_{i\in\beta} d_{ij}x^{\beta}_{ij}, \ j\in J_0.$$

Суммируя полученное равенство по всем j, $j\in J_0$, получаем

$$\sum_{j\in J_0}\sum_{i\in\omega_1} d_{ij}x^{\omega_1}_{ij} + \sum_{j\in J_0}\sum_{i\in\omega_2} d_{ij}x^{\omega_2}_{ij} = \sum_{j\in J_0}\sum_{i\in\alpha} d_{ij}x^{\alpha}_{ij} + \sum_{j\in J_0}\sum_{i\in\beta} d_{ij}x^{\beta}_{ij}.$$

Следовательно, $\overline{S}\ (\omega_1,\ \omega_2) \geq 0$.

Таким образом, условие (19) доказано. Остается выяснить, существуют ли для рассматриваемой задачи такие допустимые планы $\{x_{ijk}^{\omega_1}\}$, $\{x_{ijk}^{\omega_2}\}$, удовлетворяющие условиям (20)-(22). Доказательство допустимых планов $\{x_{ijk}^{\omega_1}\}$, $\{x_{ijk}^{\omega_2}\}$, удовлетворяющих соотношениям (20)-(22) для рассматриваемой задачи доказывается аналогично доказательству, приведенному в [3].

Приведенное доказательство позволяет использовать алгоритм метода последовательных расчетов для решения задачи (*) и определить такое подмножество $\omega^*\in I$, на котором $p(\omega^*)$ достигает своего максимального значения $p(\omega^*)$ и такие значения $x_i^* \geq 0,\quad i\in\omega^*$, которая позволяет сформулировать и решить задачу в виде (13)-(17) и определить значения целевой функции исходной задачи, т.е.

$$L(x,\omega^*) = p(\omega^*) + \{\sum_{j\in J^*}(\sum_{i\in\omega^*} d_{ij}x_{ij}^* + \sum_{i\in I\setminus\omega^*} d_{ij}x_{ij}^*)\}.$$

Отметим, что при решении задачи (1)-(4), наряду с условиями отбраковки вариантов метода последовательных расчетов используются дополнительные условия отбраковки, заключающееся в следующем. Прежде чем приступить к вычислению $P(\omega)$, $\omega\subset I$, проверяется условие

$$\sum_{i\in\omega} a_i \geq \sum_{j\in J_0} b_j. \tag{24}$$

Подсчет $P(\omega)$ производится лишь для вариантов, удовлетворяющих условию (24), в противном случае подсчет $P(\omega)$, не производится и исключается из дальнейшего рассмотрения все $\beta\subset\omega$.

Продемонстрируем метод и алгоритм решения задачи на числовом примере.

ПРИМЕР. Пусть имеется в регионе четыре угледобывающих предприятия A_i, $i=1,2,3,4$, с объемами добычи угля $\overline{a} = \{a_1,\ a_2,\ a_3,\ a_4\} = = \{400, 800, 700, 500\}$ и семь потребителей угля B_j, $j=1,2,\ldots,7$, с объемами потребности $\overline{b} = \{500, 500, 400, 250, 220, 300, 230\}$. Троим из семи потребителям B_j, $j=1,2,3$, предприятия ассоциации должны доставлять уголь по договору, а остальные четыре потребители B_4, B_5, B_6, B_7 являются угольными базами - оптовыми покупателями районных центров.

Получаемый чистый доход (в сомах) с единицы объема угля за обслуживание j-го потребителя i-ым угледобывающим предприятием ассоциации известно и задана матрицей $\left|d_{ij}\right|_{4,7}$, где

$$\left|d_{ij}\right|_{4,7} = \left\langle\begin{array}{ccc|cccc} 700 & 50 & 150 & 300 & 300 & 300 & 300 \\ 910 & 260 & 360 & 200 & 200 & 200 & 200 \\ 400 & 450 & 550 & 200 & 200 & 200 & 200 \\ 0 & 650 & 550 & 100 & 100 & 100 & 100 \end{array}\right\rangle,$$

а закупочно -транспортные расходы (в сомах) на перевозку единицы объема угля от каждого угледобывающего предприятия до угольных баз для потребителей B_j, $j=4,5,6,7$, известна и задана в виде матрицы $\left|c_{ij}\right|_{4,4}$, где

$$\left|c_{ij}\right|_{4,4} = \begin{pmatrix} 2190 & 2340 & 2600 & 3070 \\ 1880 & 2030 & 2240 & 2660 \\ 2510 & 2800 & 2500 & 2470 \\ 2800 & 3100 & 2800 & 2040 \end{pmatrix}.$$

Требуется определить такое множество предприятий, доставляющий уголь потребителям по договору и оптимальный план реализации угля остальным оптовым покупателям так, чтобы предприятия ассоциации получили бы максимальный чистый доход.

На основании известных данных и согласно (1)-(8) сформулируем математическую модель изложенной проблемы.

Найти максимум

$L(x) = 700x_{11} + 50x_{12} + 150x_{13} + 910x_{21} + 260x_{22} + 360x_{23} + 400x_{31} + 450x_{32} + + 550x_{33} + 0x_{41} + 650x_{42} + 550x_{43} +$

$$\{300(x^*_{14} + x^*_{15} + x^*_{16} + x^*_{17}) + 200(x^*_{24} + x^*_{25} +$$

$$+x^*_{26} + x^*_{27}) + 200(x^*_{34} + x^*_{35} + x^*_{36} + x^*_{37}) + 100(x^*_{44} + x^*_{45} + x^*_{46} + x^*_{47})\} \quad (25)$$

при условиях

$$\sum_{i=1}^{4} x_{i1} = 500, \quad \sum_{i=1}^{4} x_{i2} = 500, \quad \sum_{i=1}^{4} x_{i3} = 400, \quad (26)$$

$$\sum_{j=1}^{3} x_{1j} = x_1 \le 400, \quad \sum_{j=1}^{3} x_{2j} = x_2 \le 800, \quad \sum_{j=1}^{3} x_{3j} = x_3 \le 700, \quad \sum_{j=1}^{3} x_{4j} = x_4 \le 500, \quad (27)$$

$x_{ij} \ge 0, \quad i=1,2,3,4, \quad j=1,2,3,$ (28)

где $x^*_0 = \left|x^*_{ij}\right|_{4,4}$ - оптимальное решение задачи:

Найти минимум

$L_0(x_0) = 2190x_{14} + 2340x_{15} + 2600x_{17} + 3070x_{17} + 1880x_{24} + 20\ 30x_{25} + 2240x_{26} + 2660x_{27} +$

$+ 2510x_{34} + 2800x_{35} + 2500x_{36} + 2470x_{37} + 2810x_{44} + 3100x_{45} + 2800x_{46} + 2040x_{47}$ (29)

при условиях

$$\sum_{i=1}^{4} x_{i4} = 250, \quad \sum_{i=1}^{4} x_{i5} = 220, \quad \sum_{i=1}^{4} x_{i6} = 200, \quad \sum_{i=1}^{4} x_{i7} = 230, \quad (30)$$

$$\sum_{j=4}^{7} x_{1j} = 400 - x_1, \quad \sum_{j=4}^{7} x_{2j} = 800 - x_2, \quad \sum_{j=4}^{7} x_{3j} = 700 - x_3, \quad \sum_{j=4}^{7} x_{4j} = 500 - x_4, \quad (31)$$

$x_{ij} \ge 0, \quad i=1,2,3,4, \quad j=4,5,6,7.$ (32)

Теперь для задачи (25)-(28) и (29)-(32) используем алгоритм метода последовательных расчетов. Обозначим через $I=\{1,2,3,4\}$- множество индексов предприятий ассоциации, а через ω - любое подмножество множества I.

К задаче (25)-(28) и (29)-(32) поставим в соответствие следующие экстремальные задачи (при $\omega = I$).

Требуется максимизировать чистый доход ассоциации предприятий, получаемый с потребителей на основании договора, найти максимум

$L_1(x, I) = 700x_{11} + 50x_{12} + 150x_{13} + 910x_{21} + 260x_{22} + 360x_{23} + 400x_{31} + 450x_{32} + 550x_{33} + 0x_{41} + 650x_{42} + 550x_{43}$ (33)

при условиях

$$\sum_{i \in I} x_{i1} = 500, \quad \sum_{i \in I} x_{i2} = 500, \quad \sum_{i \in I} x_{i3} = 400, \quad (34)$$

$$\sum_{j=1}^{3} x_{1j} = x_1 \le 400, \quad \sum_{j=1}^{3} x_{2j} = x_2 \le 800, \quad \sum_{j=1}^{3} x_{3j} = x_3 \le 700, \quad \sum_{j=1}^{3} x_{4j} = x_4 \le 500, \quad (35)$$

$x_j \ge 0, \quad x_{ij} \ge 0, \quad i=1,2,3,4, \quad j=1,2,3,$ (36)

и задачу минимизации закупочно-транспортных затрат оптовых покупателей угля, т.е.

найти минимум

$L_2(x,I) = 2190x_{14} + 2340x_{15} + 2600x_{17} + 3070x_{17} + 1880x_{24} + 20\ 30x_{25} +$

$+ 2240x_{26} + 2660x_{27} + 2510x_{34} + 2800x_{35} + 2500x_{36} + 2470x_{37} +$

$+ 2810x_{44} + 3100x_{45} + 2800x_{46} + 2040x_{47}$ (37)

при условиях

$$\sum_{i \in I} x_{i4} = 250, \quad \sum_{i \in I} x_{i5} = 220, \quad \sum_{i \in I} x_{i6} = 200, \quad \sum_{i \in I} x_{i7} = 230, \quad (38)$$

$$\sum_{j=4}^{7} x_{1j} = 400 - x_1^*, \quad \sum_{j=4}^{7} x_{2j} = 800 - x_2^*, \quad \sum_{j=4}^{7} x_{3j} = 700 - x_3^*, \quad \sum_{j=4}^{7} x_{4j} = 500 - x_4^*, \qquad (39)$$

$x_{ij} \geq 0, \quad i \in I, \quad j=4,5,6,7.$ (40)

Из решения задачи (33)-(36) при $\omega = I$ определим схему перевозок $\left| x_{ij} \right|_{|I|,3}$ и объем угля i -го предприятия ассоциации , направляемое потребителям по договору $x_i^* \geq 0$, $i \in I$.

Далее, из оптимального решения задачи (37)-(40) определим план $\left| x_{ij}^* \right|_{|I|,4}$ и чистый доход, получаемый предприятиями ассоциации от обслуживания оптовых покупателей, т.е. величину $\sum_{i \in I} \sum_{j=4}^{7} d_{ij} x_{ij}^*.$

Приведем алгоритм решения. Для краткости изложения процесс нахождения $p(\omega) = \max_{|x_{ij}|} \{L_1(x,\omega)\}$, $\bar{p}(x,\omega) = \min_{|x_{ij}|} \{L_2(x,\omega)\}$ и $p(x,\omega) = \sum_{j=4}^{7} (\sum_{i \in \omega} d_{ij} x_{ij}^* + \sum_{i \in I \setminus \omega} d_{ij} x_{ij}^*)$ будем опускать. Процесс решения начинаем с $\omega = I = \{1,2,3,4\}$. Этому множеству соответствует значение $P(\{1,2,3,4\}) = 1000000.0$; $\bar{P}(x,\{1,2,3,4\}) = 2298900.0;$ $P(x,\{1,2,3,4\}) = 240000.0$, а максимальное значение целевой функции

$L(x,I) = P(\{1,2,3,4\}) + P(x,\{1,2,3,4\}) = 1240000.0.$

Первая группа вариантов состоит из множеств $\omega_1^1 = \{2,3,4\}$, $\omega_2^1 = \{1,3,4\}$, $\omega_3^1 = \{1,2,4\}$, $\omega_4^1 = \{1,2,3\}$, которым соответствуют $P(\omega_1^1) = 1000000.0,$ $\bar{P}(x,\omega_1^1) = 2298900.0;$ а $L(x,\omega_1^1) = 1240000.0$. $P(x,\omega_1^1) = 240000.0;$

Сравнение $P(I)$ с $P(\omega_k^1),\ k = 1,2,3,4$, показывает, что среди вариантов ω_k^1 имеется только один вариант второго типа, где $P(I) < P(\omega_1^1)$, а остальные варианты все первого типа, т.е. $P(I) > P(\omega_k^1)$, $k=1,2,3,4$.

Поэтому построить вторую группу вариантов невозможно, процесс окончен и $\omega_1^1 = \{2,3,4\}$ - оптимальный вариант.

Таким образом, приведенная задача имеет единственное решение, где схема перевозок по договору имеет вид: $x_{21} = 500.0;$ $x_{33} = 400.0;$ $x_{42} = 500.0;$

а план вывоза угля по оптовым покупателям: $x_{14} = 250.0;$ $x_{15} = 150.0;$

$x_{25} = 70.0$; $x_{26} = 230.0$; $x_{36} = 70.0;$ $x_{37} = 230.0;$ $\max_{|x|} \{L(x)\} = 1240000.0.$

Для нахождения глобального максимума рассмотрено *5* вариантов из *16* возможных.

Литература:

1. Асанкулова М., Жусупбаев А. Оптимизация добычи и распределения сырья между потребителями в зависимости от периода // Проблемы современной науки и образования. 2016. № 4 (46). –С.7-12.
2. Черенин В.П., Хачатуров В.Р. Решение методом последовательных расчетов одного класса задач о размещении производства //Математические методы и ЭВМ в экономических исследованиях. – Ташкент: Наука, 1965.- с.112-124.
3. Ланге Э.Г., Жусупбаев А. Комбинаторный метод решения задачи размещения.- Фрунзе: Илим, 1990.- 153 с.

Рецензент: к.э.н. Жапаров Г.Д.