Мирзоев С.Х.

ТАЖИКСТАН РЕСПУБЛИКАСЫНЫН АЙМАКТЫК КОРУКТАРЫНЫН ТУРУКСУЗ ЖАМААТТЫК СТРУКТУРАЛАРЫНЫН ЭКОСИСТЕМАСЫН РЕГУЛЯРИЗАЦИЯЛООНУН ЫКМАСЫ

Мирзоев С.Х.

СПОСОБ РЕГУЛЯРИЗАЦИИ НЕУСТОЙЧИВЫХ СТРУКТУР СООБЩЕСТВ ЭКОСИСТЕМ РЕГИОНАЛЬНЫХ ЗАПОВЕДНИКОВ РЕСПУБЛИКИ ТАДЖИКИСТАН

S.Kh. Mirzoev

REGULARIZATION METHOD UNSUSTAINABLE COMMUNITY REGIONAL ECOSYSTEM RESERVES THE REPUBLIC OF TAJIKISTAN

УДК: 574.6: 477.63/64

Макала Тажикстан Республикасынын аймактык коруктарынын туруксуз жамааттарынын экосистемасын регуляризациялоого багытталган. Келтирилген ыкма бул туруксуздукту сапаттуу туруктуу системага которууга мүмкүнчүлүк берет. Таңылган ыкманы колдонуунун жолдору конкреттүү мисалдар менен көрсөтүлгөн. Салыштырып текшерүү үчүн компьютердик программалар дагы колдонулган.

***Негизги сөздөр:** корук, регуляризациялоо, сапаттуу туруктуулук, стабилдештерүү мыйзамы, өз ара мамилелештирүү матрицасы.*

Статья посвящена вопросу регуляризации неустойчивых структур сообществ экосистем региональных заповедников Республики Таджикистан. Предложен метод, позволяющий перевести рассматриваемую неустойчивую систему к качественно устойчивой системе. Для реализации метода приведены конкретные примеры. Для сравнения использовано также компьютерное программирование.

***Ключевые слова:** заповедник, регуляризация, качественная устойчивость, закон стабилизации, матрица взаимодействий.*

The article is devoted to the regularization of unsustainable ecosystem communities of regional reserves of the Republic of Tajikistan. A method to translate the instability in the system to a qualitatively stable system. Specific examples are given for implementing the method. For comparison is used as computer programming.

***Key words:** reserve, regularization, quality stability, stabilization law, matrix interactions.*

Интуитивно ясно, что довольно долго могут существовать только устойчивые экосистемы. Когда мы рассматриваем вопросы эксплуатации природных популяций и сообществ или же учитываем последствия осуществления тех или иных хозяйственных мероприятий, то всегда сталкиваемся с проблемой устойчивости.

Известно [1], что сообщество считается устойчивым, если число составляющих его видов не меняется в течение достаточно длительного времени. Качественная устойчивость означает, что сообщество остается устойчивым при любой интенсивности всех существующих в нем внутривидовых и межвидоых взаимодействий. Отметим, что понятие качественной устойчивости было введено в экологию Р.Мейем, Д.Логофетом.

Отсутствие качественной устойчивости означает, что сообщество не может сохранять стабильность при любых вариациях его интенсивности внутривидовых и межвидовых связей. Для приведения неустойчивых структур к устойчивому состоянию необходимо к ним применять метод регуляризации.

Суть способа заключается в следующем. К данному сообществу добавляются новые виды («расширение» сообщества) или убавляются какие-то виды («сужение» сообщества), или же к данному виду добавляются особи в количестве пропорционально к его численности, чтобы полученное новое сообщество стало устойчивым. Математически это означает, что из множества U выделяется подмножество U^*, на котором невозмущенное состояние экосистемы асимптотически устойчиво. Законы, полученные таким способом, называются законами стабилизации, а способ, с помощью которого осуществляется этот процесс, называется способом регуляризации экосистемы.

Предположим, что состояние экосистемы описывается при помощи уравнения

$$\frac{dN}{dt} = f(N,t) + Bu, \qquad 0 < t \le t_k, \quad N \in R^m, \tag{1}$$

где $f=f(N,t)$ m–мерная вектор-функция, B – матрица размером mxr, $u=u(t)$ – r – мерная вектор-функция, характеризующая численность биологических видов, которые добавляются к данному сообществу или же отнимаются из сообщества, $u \in U \subseteq E^r$.

***Определение**.* Вектор-функция $u=u(N,t)$, которая ставит в соответствие каждому вектору $N=N(t)$ в момент времени t значения $u=u(N(N_0,t),t)$, $N_0=N(0)$, называется законом качественной стабилизации модельной экосистемы (2), если соответствующая этому вектору экосистема качественно устойчива.

Пусть функция $v=v(N,t)$ является решением следующей задачи:

$$\begin{cases} \frac{\partial v}{\partial t} + (f, \frac{\partial v}{\partial N}) < 0, \\ v(N,0) = \varphi(N), \quad N > 0 \\ \varphi(0) = 0, \qquad \varphi(N) > 0, \quad N > 0 \end{cases} \tag{2}$$

Тогда закон качественной стабилизации определяется по формуле

$$u = -\frac{1}{2} B^T \frac{\partial v}{\partial N}\ , \tag{3}$$

где B^Tтранспонированная матрица к матрице B.

Реализацию нашихрассужденийпроведем на примере изучения поведения сообществ экосистем заповедников «Дашти-Джум», «Рамит» и «Тигровая балка». В экосистеме заповедников обитает множество видов животных, птиц, рыб, насекомых и растительных сообществ. Между ними существуют определенные взаимодействия, а также внутри видовая и межвидовая конкуренция за пищу, местообитание и т.д. Для изученияэтих взаимодействий иоценки общего состояния экосистемы заповедников необходимо исследовать устойчивые структуры его биологических сообществ. Для этого мы будем использовать метод функции Ляпунова, суть которого приведена, например, в [2].

Пример 1. Рассмотрим биосистему «растительное сообщество-травоядные животные-хищники».

Легко видеть, что модельная экосистема

$$\dot{N}_1 = -aN_1 + bN_2 + cN_3,$$

$$\dot{N}_2 = -dN_3,$$

$$\dot{N}_3 = eN_2,$$

в которой $a,в,c,d,e$ – положительные константы, не является качественно-устойчивой.

Рассмотрим теперь регуляризованную модельную экосистему

$$\dot{N}_1 = -aN_1 + bN_2 + cN_3 + \alpha u_1,$$

$$\dot{N}_2 = -dN_3 + \beta u_2,$$

$$\dot{N}_3 = eN_2 + \gamma u_3,$$

где α, β, γ– положительные числа. Построим для нее функцию $v=v(N,t)$ (функцию Ляпунова) в виде

$$v = \sum_{l=1}^{3} a_l N_l^2\ ,$$

где a_l, $l = \overline{1,3}$ произвольные положительные константы, причем $0 \le a_2 \le 1$. Функции $u_l = u_l(N,t)$, $l = \overline{1,3}$ выбираем согласно (3), чтобы выполнялись условия (2). Так как

$$\frac{dv}{dt} = 2a_1N_1 \dot{N}_1 + 2a_2N_2 \dot{N}_2 + 2a_3N_3 \dot{N}_3 = -$$

$$2a_1a N_1^2 + 2a_1bN_1N_2 + 2a_1cN_1N_3 -$$

$$-2a_2dN_2N_3 + 2a_3eN_2N_3 + 2a_1\alpha u_1N_1 + 2a_2\beta u_2N_2 + 2a_3\gamma u_3N_3,$$

то положив

$$u_1 = -\frac{b}{\alpha} N_2, \quad u_2 = -\frac{a_3e - a_2d}{a_2\beta} N_3,$$

$$u_3 = -\frac{a_1c}{a_3\gamma} N_1,$$

получим $\frac{dv}{dt} < 0$, т.к. $\frac{dv}{dt} = -2a_1aN_1^2$. Отсюда следует, что все условия теоремы Ляпунова выполняются. Следовательно, регуляризованная модельная экосистема

$$\dot{N}_1 = -aN_1 + cN_3,$$

$$\dot{N}_2 = -(d + a_3e - a_2d)N_3,$$

$$\dot{N}_3 = eN_2 - a_1cN_1$$

является качественно-устойчивой. Действительно, легко видеть, что матрица взаимодействий

$$A = \begin{pmatrix} -a & 0 & c \\ 0 & 0 & -[a_3e + (1-a_2)d] \\ -a_1c & e & 0 \end{pmatrix}$$

удовлетворяет всем условиям качественной устойчивости.

Пример 2. Рассмотрим следующее сообщество

$$\dot{N}_1 = -N_2,$$

$$\dot{N}_2 = -N_3 + N_1,$$

$$\dot{N}_3 = N_2 - N_3 - N_4,$$

$$\dot{N}_4 = N_3 - N_5,$$

$$\dot{N}_5 = N_4.$$

Легко видеть, что данная система не удовлетворяет условиям качественной устойчивости. Поэтому она является неустойчивой.

Теперь введем регуляризованную систему

$$\dot{N}_1 = -N_2 + \alpha_1 u_1,$$
$$\dot{N}_2 = -N_3 + N_1 + \alpha_2 u_2,$$
$$\dot{N}_3 = N_2 - N_3 - N_4 + \alpha_3 u_3,$$
$$\dot{N}_4 = N_3 - N_5 + \alpha_4 u_4,$$
$$\dot{N}_5 = N_4 + \alpha_5 u_5$$

и построим для нее функцию Ляпунова в виде $v = \sum_{l=1}^{5} a_l N_l^2$, где a_l– положительные числа, $l = \overline{1,5}$.

Так как

$$\frac{dv}{dt} = 2a_1N_1(-N_2+\alpha_1u_1)+2a_2N_2(N_1-N_3+\alpha_2u_2)+2a_3N_3(N_2 - N_3-N_4+\alpha_3u_3)+ +2a_4N_4(N_3-N_5+\alpha_4u_4)+2a_5N_5(N_4+\alpha_5u_5)=2(a_2-a_1) N_1N_2+2(a_4-a_3)N_3N_4+2(a_5-a_4)N_4N_5- 2a_3 N_3^2 +2\alpha_1u_1N_1+2\alpha_2a_2u_2N_2+2a_3\alpha_3N_3+2\alpha_4a_4u_4N_4+2\alpha_5 a_5u_5N_5,$$

то положив

$$u_1=-\frac{a_2-a_1}{\alpha_1 a_1}N_2,\; u_2=-\frac{a_3-a_2}{\alpha_2 a_2}N_3,$$
$$u_3=-\frac{a_4-a_3}{\alpha_3 a_3}N_4,\; u_4=-\frac{a_5-a_4}{\alpha_4 a_4}N_5,$$
$$u_5 = N_5,$$

получим $\frac{dv}{dt} < 0$, и следовательно, регуляризованная система

$$\dot{N}_1 = -\frac{a_2}{a_1}N_2,$$
$$\dot{N}_2 = N_1 - \frac{a_3}{a_2}N_3,$$
$$\dot{N}_3 = N_2 - N_3 - \frac{a_4}{a_3}N_4,$$
$$\dot{N}_4 = N_3 - \frac{a_5}{a_4}N_5,$$
$$\dot{N}_5 = N_4 - \alpha_5 N_5,$$

является качественно-устойчивой.

Действительно, матрица взаимодействий

$$A = \begin{pmatrix} 0 & -\frac{a_2}{a_1} & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -\frac{a_3}{a_2} & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -\frac{a_4}{a_3} & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -\frac{a_5}{a_4} \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -\alpha_5 \end{pmatrix}$$

удовлетворяет условиям качественной устойчивости.

Пример 3. Рассмотрим биосистему **растительность-олень-волк** заповедника «Дашти-Джум» без учета самолимитирования среди популяций. Тогда матрица сообщества имеет вид [3]

$$A = \begin{pmatrix} 0 & -a_{12} & 0 \\ a_{21} & 0 & -a_{23} \\ 0 & a_{32} & 0 \end{pmatrix},\; a_{ij}>0.$$

Легко видеть, что рассмотренная система не удовлетворяет условиям качественной устойчивости ($\det A=0$). Соответствующая регуляризованная система с функциями

а) $u_1=-\varepsilon_1 N_1$, $u_2= u_3=0$,

либо

б) $u_1=u_2=0$, $u_3=-\varepsilon_2 N_3$,

либо

в) $u_1= \frac{c_1a_{12}-c_2a_{21}}{2c_1\alpha_1}N_1$,

$u_2= \frac{c_2a_{23}-c_3a_{32}}{2c_2\alpha_2}N_2$

$u_3=-\varepsilon_3 N_3$,

где ε_i, α_i, c_i, $i=\overline{1,3}$ – положительные числа, становится качественно-устойчивой. В этом примере функции регуляризации u_i, $i=\overline{1,3}$ характеризуют интенсивность «охоты» при

$$c_1a_{12}-c_2a_{21} \le 0,$$
$$c_2a_{23}-c_3a_{32} \le 0. \qquad (4)$$

Таким образом, чтобы получить качественно-устойчивую систему необходимо провести сбор растительности пропорционально биомассе растительности (случай *а*), а охоту на волка – пропорционально численности волков (случай *б*). Случай *в*) означает, что для получения устойчивой системы, необходимо провести сбор растительности и охоту на оленей и волков таким образом, чтобы они подчинялись выше приведенным условиям (4).

Замечание. Данные для анализа рассмотренных примеров, взяты из [5].

Итак, можно заключить, что на таком уровне информационной обеспеченности, которым мы располагаем, модель экосистемы заповедников Республики Таджикистан дает вполне разумные качественные прогнозы динамики экосистем.

Литература:

1. Свирежев М.Ю., Логофет Д.О. Устойчивость биологических сообществ. - М.: «Наука», 1978. - С. 352.
2. Демидович Б.П. Лекции по математической теории устойчивости. - М. «Наука», 1967. - С. 472.
3. Юнуси М.К., Мирзоев С. Х. Условия качественной устойчивости экосистем заповедника «Дашти-Джум» // Вестник ТГНУ, №2, 2000. - С. 66-74.
4. Юнуси М.К., Одинаев Р., Мирзоев С.Х. О регуляризации неустойчивых структур сообществ экосистем региональных заповедников РТ. Материалы 10-ой Международной конференции по компьютерному анализу проблем науки и технологии. - Душанбе, 2015. - С. 30-34.
5. Красная книга Таджикской ССР. - Издательство «Дониш» 1988.

Рецензент: к.ф.-м.н. Абдукаримов М.Ф.