Бекетаева А.О.

ЖОГОРКУ ҮНДҮН АГЫМДАРЫ МЕНЕН ТУУРАСЫНАН КЕТКЕН АГЫМДЫН ӨЗ АРА АРАКЕТТЕНҮҮ СТРУКТУРАСЫН ИЗИЛДӨӨ

Бекетаева А.О.

ВЛИЯНИЕ ТОЛЩИНЫ ПОГРАНИЧНОГО СЛОЯ НА СТРУКТУРУ СВЕРХЗВУКОВОГО ТЕЧЕНИЯ С УДАРНОЙ ВОЛНОЙ

A.O. Beketaeva

INFLUENCE OF THE BOUNDARY LAYER THICKNESS ON THE SUPERSONIC FLOWS STRUCTURE WITH SHOCK WAVES

УДК: 532.526

Көп компоненттүү газдын агымы үчүн сунушталган алгоритмдин жардамы менен Навье-Стокстун теңдемесинин Фавру боюнча орточо чыгарылышы төмөн согулуп түшкөн толкундун капталдык чек аралык катмар менен өз ара аракеттенишүүсү WEND - схемасынын негизинде сандык үлгүлөнөт. Түшүп жаткан толкундун кирүү кесилишинде кескин өзгөрүп тыгыздалышын үлгүлөө үчүн кыйгач согулуучу толкун тууралуу мисалынын чыгарылышына коошпогон шарттар коюлган. Түшүп жаткан толкундун чек аралык катмар менен өз ара аракеттенишүүсүнүн Рейнольддун санынан көз карандылыгы агымдын айырмачылык шартында изилденген.

Негизги сөздөр: *Навье-Стокстун теңдемеси, жогорку үндүн агышы, сандык схема, чек аралык катмар, сокку берүүчү толкундар.*

С помощью предложенного алгоритма решения осредненных по Фавру уравнений Навье-Стокса для течения совершенного многокомпонентного газа на основе WENO-схемы численно моделируется взаимодействие падающей ударной волны с пограничным слоем на стенке. Для моделирования падающего скачка уплотнения во входном сечении ставились условия из решения невязкой задачи о косой ударной волне. Произведено сравнение с опытными данными. Изучено взаимодействие падающей ударной волны с пограничным слоем в условиях отрывного течения в зависимости от числа Рейнольдса.

Ключевые слова: *уравнения Навье-Стокса, сверхзвуковое течение, численная схема, пограничный слой, ударная волна.*

Numerical simulation of supersonic shock wave boundary layer interaction have been carried out by solving the Favre averaged Navier-Stokes equations for the flow of a perfect multi-component gas using WENO-scheme.

To simulate the shock wave in the inlet section were set the conditions from the task of non-viscous solutions oblique shock wave. The results were compared with experimental data. The shock wave boundary layer interaction in conditions of separated flow, depending on Reynolds number were studied.

Key words: *Navier-Stokes equations, supersonic flow, numerical scheme, boundary layer, shock wave.*

Введение

Известно, что взаимодействие ударной волны с пограничным слоем является важной теоретической и прикладной проблемой. В случае достаточно сильного взаимодействия возникают области отрыва потока, изменяющие динамические и тепловые нагрузки, что является критическим для летательного аппарата. Структура же отрывной области существенно зависит от режимных параметров потока. Задача взаимодействия падающей ударной волны с пограничным слоем изучена достаточно хорошо [1-7]. К экспериментальным работам относятся работы [1-4]. Среди теоретических работ следует отметить [5] где приведены результаты расчетов, полученных методом крупных вихрей. Основное внимание уделяется изучению структуры течения, размеров отрывной зоны, а также динамических и тепловых нагрузок, реализующихся при этом взаимодействии. Влияние падающей ударной волны на турбулентный пограничный слой численно исследовано в [6], где интенсивность ударной волны изменялась с помощью регулировки угла генератора скачка уплотнения. В работе реализовывались такие модели турбулентности, как k-ε, k-ε/k-ω гибридная модель и модель с одним уравнением для турбулентной вязкости. Авторами работы [7] исследовано влияние на взаимодействие скачка уплотнения с турбулентным пограничным слоем на пластине таких факторов, как степень турбулентности внешнего потока и толщина пограничного слоя на боковых стенках канала.

Как известно, при взаимодействии пограничного слоя с падающей ударной волной в основании скачка формируется сложная λ-образная структура [8] и происходит отрыв пограничного слоя. Схематическая картина взаимодействия ударной волны с пограничным слоем на верхней стенке также приведена на рисунке 1. Здесь 1 –скачок уплотнения, падающий на стенку, 2 – волна сжатия, 3 – отраженный скачок уплотнения, 4 – веер волн разряжения, 5 – волна сжатия, возникающая в месте присоединения отрывного потока, S- точка отрыва потока, R- точка присоединения потока. При рассмотрении турбулентного отрыва особое внимание необходимо уделять механизмам отрыва и присоединения потока, интенсивности скачка уплотнения и влиянию режимных параметров на характеристики потока.

Цель данной работы - численное моделирование взаимодействия падающей ударной волны, с пограничным слоем на стенке канала, а также изучение влияния числа Рейнольдса набегающего потока на ударно-волновую структуру.

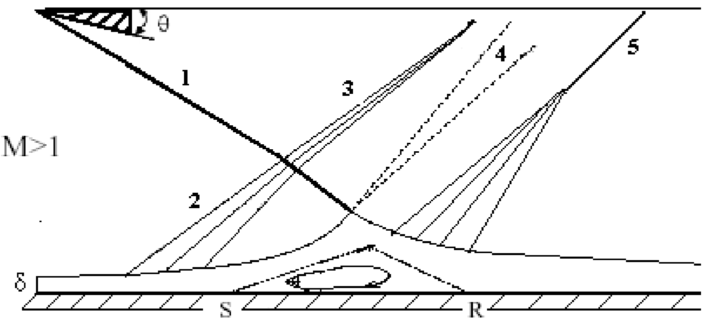


Рисунок 1. Схема течения.

1. Постановка задачи

Рассматривается сверхзвуковое течение воздуха в канале при наличии падающей ударной волны (рисунок 1). Система двумерных осредненных по Фавру уравнений Навье-Стокса для многокомпонентной газовой смеси относительно декартовых координат в консервативной форме представляется в виде:

$$\frac{\partial \vec{U}}{\partial t}+\frac{\partial\left(\vec{E}\quad \vec{E}_v\right)}{\partial x}+\frac{\partial\left(\vec{F}\quad \vec{F}_v\right)}{\partial z}=0 \tag{1.1}$$

$$\vec{U}=\left(\rho,\quad \rho u,\quad \rho w,\quad E_t,\quad \rho Y_k\right)^T,$$

$$\vec{E}=\left(\rho u,\rho u^2+P,\rho uw,\left(E_t+P\right)u,\rho uY_k\right)^T,\ \vec{F}=\left(\rho w,\rho uw,\rho w^2+P,\left(E_t+P\right)w,\rho wY_k\right)^T,$$

$$\vec{E}_v=\left(0,\tau_{xx},\tau_{xz},u\tau_{xx}+w\tau_{xz}-q_x,J_{kx}\right)^T,\quad \vec{F}_v=\left(0,\tau_{xz},\tau_{zz},u\tau_{xz}+w\tau_{zz}-\quad q_z,J_{kz}\right)^T,$$

$$P=\frac{\rho T}{\gamma_\infty M_\infty^2 W},\quad W=\left(\sum_{k=1}^{N_p}\frac{Y_k}{W_k}\right)^{-1},\quad \sum_{k=1}^{N_p}Y_k=1 \tag{1.2}$$

$$E_t=\frac{\rho}{\gamma_\infty M_\infty^2}h-P+\frac{1}{2}\rho\left(u^2+w^2\right),\ h=\sum_{k=1}^{N_p}Y_k h_k,\quad h_k=h_k^0+\int_{T_0}^{T}c_{pk}\,dT,\ c_{pk}=C_{pk}/W_k \tag{1.3}$$

$$\tau_{xx}=\frac{\mu}{Re}\left(2u_x-\frac{2}{3}\left(u_x+w_z\right)\right),\ \tau_{xx}=\frac{\mu}{Re}\left(2w_z-\frac{2}{3}\left(u_x+w_z\right)\right),\ \tau_{xz}=\tau_{zx}=\frac{\mu}{Re}\left(u_z+w_x\right),$$

$$q_x=\left(\frac{\mu}{Pr\,Re}\right)\frac{\partial T}{\partial x}+\frac{1}{\gamma_\infty M_\infty^2}\sum_{k=1}^{N_p}h_k J_{xk},\ q_z=\left(\frac{\mu}{PrRe}\right)\frac{\partial T}{\partial z}+\frac{1}{\gamma_\infty M_\infty^2}\sum_{k=1}^{N_p}h_k J_{zk}.$$

$$J_{kx}=\frac{\mu}{ScRe}\frac{\partial Y_k}{\partial x},\qquad J_{kz}=-\frac{\mu}{ScRe}\frac{\partial Y_k}{\partial z}$$

Система уравнений (1.1) записана в безразмерном виде в общепринятых обозначениях, в качестве определяющих приняты параметры потока $\left(u_\infty,\rho_\infty,T_\infty\right)$; давление (P) и полная энергия (E_t) отнесены к значению $\rho_\infty u_\infty^2$; удельная энтальпия (h_k) - к $R^0 T_\infty/W_\infty$; молярные удельные теплоемкости (C_{pk}) - к R^0; характерным параметром длины является ширина щели. Величина Y_k - массовая концентрация k-ой компоненты; индекс массовой концентрации $k=1$ соответствует O_2, $k=2-H_2$ (или $k=2-He$), $k=3\ -N_2$; $N_p=3$- число компонент смеси газов. W_k -молекулярный вес k-ой компоненты; $R\mathring{a}$, Pr, Sc –числа Рейнольдса, Прандтля и Шмидта; $\tau_{xx},\tau_{zz},\tau_{xz},\tau_{zx}$ - тензоры вязких напряжений; q_x,q_z,J_{xk},J_{zk} -

тепловые и диффузионные потоки (диффузионные потоки вычисляются по закону Фика); $\mu = \mu_l + \mu_t$ - коэффициенты ламинарной и турбулентной вязкости. Для определения μ_t используется модель Болдуина-Ломакса.

2. Граничные условия

На входе

$$W_k = W_{k\infty}\ ,\ _c,\ T = T_\infty\ ,\ u = M_\infty \sqrt{\frac{\gamma_\infty R_0 T_\infty}{W_\infty}}\ ,\ w = 0\ ,\ Y_k = Y_{k\infty}\ ,\quad x = 0\ ,\quad 0 \le z \le H\ ;$$

На нижней стенке задается условие прилипания и теплоизоляции.

Во входном сечении вблизи стенки задается пограничный слой, толщина которого определяется по формуле

$$\delta_1 = 0{,}37 x_1 (\mathrm{Re})^{\ 0{,}2}\ . \qquad (2.1)$$

Также задается пристенный слой (20% от пограничного слоя) $\delta_2 = 0{,}2\delta_1$. Продольная составляющая скорости u принимает следующий вид:

$$u = 0{,}1\left(\frac{z}{\delta_2}\right) + 0{,}9\left(\frac{z}{\delta_2}\right)^2, \qquad x = 0\ ,\quad 0 \le z \le \delta_2\ ,$$

в развитом турбулентном пограничном слое профиль продольной скорости задается степенным законом:

$$u = \left(\frac{z}{\delta_1}\right)^{1/7}, \qquad x = 0\ ,\quad \delta_2 \le z \le \delta_1\ .$$

в зависимости от распределения скорости значения температуры и плотности примут вид:

$$T = T_w + u(1 - T_w)\ , \qquad \rho = \frac{1}{T}\ ,$$

где $T_w = \left(1 + r\frac{(\gamma - 1)}{2} M_\infty^2\right)$ - температура на стенке, $r = 0{,}88$.

На верхней границе - условие симметрии, на и выходной границе задаются условия неотражения [9].

При задании падающей ударной волны во входном сечении вблизи верхней границы для газодинамических параметров ставились условия из решения задачи о косом скачке уплотнения:

$$u = \sqrt{\frac{(\cos\beta)^2}{cos(\beta - \theta)^2}}\, cos\,\theta \qquad v = -\sqrt{\frac{(\cos\beta)^2}{cos(\beta\quad\theta)^2}}\, sin\,\theta$$

$$P = P_\infty \frac{2\gamma}{\gamma + 1} M_\infty^2 (sin\,\beta)^2 - \frac{\gamma - 1}{\gamma + 1} \qquad \rho = \frac{\dfrac{\gamma + 1}{2} M_\infty^2 (sin\,\beta)^2}{1 + \dfrac{\gamma - 1}{2} M_\infty^2 (sin\,\beta)^2}$$

где θ - угол наклона генератора скачка уплотнения , β -угол, образованный линией скачка с направлением набегающего потока (найден из зависимости θ от β для семейства линий с различными значениями Маха потока [10]).

3. Метод решения

На нижней и верхней стенках в пограничном слое, а также на уровне щели, вводится сгущение сетки, для более точного численного решения. Тогда система уравнений (1.1) в преобразованной системе координат запишется в виде

$$\frac{\partial \tilde{U}}{\partial t} + \frac{\partial \tilde{E}}{\partial \xi} + \frac{\partial \tilde{F}}{\partial \eta} = \frac{\partial \tilde{E}_{v2}}{\partial \xi} + \frac{\partial \tilde{E}_{vm}}{\partial \xi} + \frac{\partial \tilde{F}_{v2}}{\partial \eta} + \frac{\partial \tilde{F}_{vm}}{\partial \eta} \qquad (3.1)$$

где $\widetilde{U} = \vec{U}/J$, $\widetilde{E} = \xi_x \vec{E}/J$, $\widetilde{F} = \eta_z \vec{F}/J$, $\widetilde{E}_{v2} = \xi_x \vec{E}_{v2}/J$, $\widetilde{E}_{vm} = \xi_x \vec{E}_{vm}/J$, $\widetilde{F}_{v2} = \eta_z \vec{F}_{v2}/J$, $\widetilde{F}_{vm} = \eta_z \vec{F}_{vm}/J$, $J = \partial(\xi,\eta)/\partial(x,z)$ Якобиан преобразования.

Параметры преобразования координат подробно описаны в [11].

В данной работе конвективные члены аппроксимируются с использованием WENO схемы, идея построения которого основана на ENO схеме, подробно изложенной в работе [11] . В предлагаемой WENO схеме при интерполировании кусочно-постоянной полиномиальной функции применяются полиномы Ньютона третьего порядка и вместо выбора одного интерполяционного полинома используется выпуклая комбинация с весовыми коэффициентами всех представленных полиномов. За счет этого достигается существенно-неосциллирущее свойство схемы, повышающее порядок аппроксимации схемы. В соответствии с [11], одношаговая конечно-разностная схема для интегрирования по времени системы (3.1) формально представляется:

$$\Delta \widetilde{U}^{n+1} + \Delta t \left[\left(\hat{A}^{+} + \hat{A}^{-} \right) \frac{\partial \vec{E}^{m}}{\partial \xi} + \left(\hat{B}^{+} + \hat{B}^{-} \right) \frac{\partial \vec{F}^{m}}{\partial \eta} - \right.$$

$$\left. - \left[\frac{\partial (\widetilde{E}_{v2}{}^{n+1} + \widetilde{E}_{vm}{}^{n})}{\partial \xi} - \frac{\partial (\widetilde{F}_{v2}{}^{n+1} + \widetilde{F}_{vm}{}^{n})}{\partial \eta} \right] \right] = O\left(\tfrac{1}{2} \Delta t^{2} \right) \qquad (3.2)$$

Здесь $\hat{A}_{\xi}^{\pm}$, $\hat{B}_{\xi}^{\pm}$ нормализованные матрицы Якоби, имеющие следующий вид:

$$\hat{A}_{\xi}^{\pm} = R \left(\frac{1 \pm sign(\Lambda_{\xi})}{2} \right) R^{-1} , \quad \hat{B}_{\xi}^{\pm} = T \left(\frac{1 \pm sign(\Lambda_{\eta})}{2} \right) T^{-1} \qquad (3.3)$$

вектора $\vec{E}^{m}$, $\vec{F}^{m}$ - модифицированные потоки на узловых точках (i, j), состоящих из исходных конвективных векторов ($\widetilde{E}$, $\widetilde{F}$) и добавочных членов высокого порядка точности ($\vec{E}_{\xi}, \vec{D}_{\xi}$, $\vec{E}_{\eta}, \vec{D}_{\eta}$) , $\vec{E}_{ij}^{m} = \widetilde{E}_{ij} + \left(\vec{E}_{\xi} + \vec{D}_{\xi} \right)_{ij}$, $\vec{F}_{ij}^{m} = \widetilde{F}_{ij} + \left(\vec{E}_{\eta} + \vec{D}_{\eta} \right)_{ij}$. В отличие от добавочных членов высокого порядка точности работы [11], вектора $\vec{E}_{\xi ij}$ и $\vec{D}_{\xi ij}$ для положительных и отрицательных собственных значений λ_{ij} запишутся в следующей форме:

$$\vec{E}_{\xi ij} = \begin{cases} \dfrac{\alpha_{2ij} \overline{E}_{\xi i+\frac{1}{2} j}}{\sum\limits_{L=0}^{2} \alpha_{Lij}} + \dfrac{\alpha_{1ij} \left(\overline{E}_{\xi i+\frac{1}{2} j} + \overline{E}_{\xi i \ \frac{1}{2} j} \right)}{2 \sum\limits_{L=0}^{2} \alpha_{Lij}} + \dfrac{\alpha_{0ij} \overline{E}_{\xi i+\frac{1}{2} j}}{\sum\limits_{L=0}^{2} \alpha_{Lij}} & \text{if } \lambda_{\text{ij}} > 0 \\[2em] \dfrac{\overline{\alpha}_{2ij} \overline{E}_{\xi i+\frac{1}{2} j}}{\sum\limits_{L=0}^{2} \overline{\alpha}_{Lij}} + \dfrac{\overline{\alpha}_{1ij} \left(\overline{E}_{\xi i+\frac{1}{2} j} + \overline{E}_{\xi i \ \frac{1}{2} j} \right)}{2 \sum\limits_{L=0}^{2} \overline{\alpha}_{Lij}} + \dfrac{\overline{\alpha}_{0ij} \overline{E}_{\xi i+\frac{1}{2} j}}{\sum\limits_{L=0}^{2} \overline{\alpha}_{Lij}} & \text{if } \lambda_{\text{ij}} < 0 \end{cases} \qquad (3.4)$$

$$\vec{D}_{\xi ij} = \begin{cases} \dfrac{\alpha_{2ij} \Delta_{+} \overline{D}_{\xi i+\frac{1}{2} j}}{\sum\limits_{L=0}^{2} \alpha_{Lij}} + \dfrac{\alpha_{1ij} \left(\Delta \ \overline{D}_{\xi i+\frac{1}{2} j} + \Delta_{+} \widehat{D}_{\xi i \ \frac{1}{2} j} \right)}{2 \sum\limits_{L=0}^{2} \alpha_{Lij}} + \dfrac{\alpha_{0ij} \Delta \ \widehat{D}_{\xi i \ \frac{1}{2} j}}{\sum\limits_{L=0}^{2} \alpha_{Lij}} & \text{if } \lambda_{\text{ij}} > 0 \\[2em] \dfrac{\alpha_{2ij} \Delta_{+} \widehat{D}_{\xi i+\frac{1}{2} j}}{\sum\limits_{L=0}^{2} \alpha_{Lij}} + \dfrac{\alpha_{1ij} \left(\Delta \ \widehat{D}_{\xi i+\frac{1}{2} j} + \Delta_{+} \overline{D}_{\xi i \ \frac{1}{2} j} \right)}{2 \sum\limits_{L=0}^{2} \alpha_{Lij}} + \dfrac{\alpha_{0ij} \Delta \ \overline{D}_{\xi i \ \frac{1}{2} j}}{\sum\limits_{L=0}^{2} \alpha_{Lij}} & \text{if } \lambda_{\text{ij}} < 0 \end{cases}$$

Здесь $\overline{E}_{\xi i\pm\frac{1}{2}j} = \left(R sign\left(\Lambda_\xi\right)R^{-1}\right)_{i\pm\frac{1}{2}j}\left[\frac{I-(\Delta t/\Delta\xi)\left(R\left|\Lambda_\xi\right|R^{-1}\right)_{i\pm\frac{1}{2}j}}{2}\right]\Delta_\pm\widetilde{E}_{ij}$,

$$\overline{D}_{\xi i\pm\frac{1}{2}j} = \left(R sign\left(\Lambda_\xi\right)R^{-1}\right)_{i\pm\frac{1}{2}j}\left[\frac{\left[(\Delta t/\Delta\xi)\left(R\left|\Lambda_\xi\right|R^{-1}\right)_{i\pm\frac{1}{2}j}\right]^2 - I}{2}\right]\Delta_\pm\widetilde{E}_{ij},$$

$$\widehat{D}_{\xi i\pm\frac{1}{2}j} = \overline{E}_{\xi i\pm\frac{1}{2}j} + \overline{D}_{\xi i\pm\frac{1}{2}j}.$$

Значения для весовых коэффициентов α_{Lij}, $\overline{\alpha}_{Lij} > 0$ $(L = 0,1,2)$ определяться в виде :

$$\alpha_{Lij} = \frac{C_{Lij}}{\left(\varepsilon + IS_{i+Lj}\right)^3} \quad \text{и} \quad \overline{\alpha}_{Lij} = \frac{\overline{C}_{Lij}}{\left(\varepsilon + IS_{i+Lj}\right)^3} \tag{3.5}$$

где $C_{0ij} = \frac{1}{12}$, $C_{1ij} = \frac{1}{2}$, $C_{2ij} = \frac{1}{4}$, $\overline{C}_{0ij} = \frac{1}{4}$, $\overline{C}_{1ij} = \frac{1}{2}$, $\overline{C}_{2ij} = \frac{1}{12}$ [12] , а IS_{ij} является индикатором гладкости решения, и находиться суммированием всех средне-квадратичных значений представленных производных искомого вектора $\widetilde{U}$:

$$IS_{ij} = \frac{1}{2}\left[\left(\Delta\widetilde{U}_{i-2j}\right)^2 + \left(\Delta\widetilde{U}_{i-1j}\right)^2\right] + \left[\Delta^2\widetilde{U}_{i-2j}\right]^2 \tag{3.6}$$

где $\Delta\widetilde{U}_{ij} = \widetilde{U}_{i+1j} - \widetilde{U}_{ij}$ и $\Delta^2\widetilde{U}_{ij} = \Delta\widetilde{U}_{i+1j} - \Delta\widetilde{U}_{ij}$.

Чтобы избежать неопределенности в знаменателе весовых коэффициентов α_{Lij} и $\overline{\alpha}_{Lij}$ в (3.6) добавлен малый коэффициент $10^{-7} < \varepsilon < 10^{-5}$. Вектора $\vec{E}_{\eta ij}$ и $\vec{D}_{\eta ij}$ запишутся аналогично.

Далее в системе уравнений (3.2) члены, содержащие вторые производные, представляются в виде суммы двух векторов: векторов вторых производных и векторов диссипативных членов, а векторы потоков со смешанными производными аппроксимируются явным образом со вторым порядком точности [11]. Линеаризация конвективных слагаемых осуществляется с использованием свойств однородности.

После применения факторизации к системе (3.2) имеем два одномерных оператора для неявного решения относительно вектора термодинамических параметров матричной прогонкой:
1 шаг.

$$\left[I + \Delta t\left[\left(\widehat{A}^+_{i-\frac{1}{2}j}\Delta_- A^n_{\xi ij} + \widehat{A}^-_{i+\frac{1}{2}j}\Delta_+ A^n_{\xi ij}\right) + \Delta\left(\frac{\mu_t\xi_x^2}{Re J}\right)_{ij}\Delta\left(\frac{1}{U_1^n}\right)_{ij}\right]\right]U^*_{ij} = RHS^n_{\xi ij} + RHS^n_{\eta ij}$$

2 шаг.

$$\left[I + \Delta t\left[\left(\widehat{B}^+_{ij-\frac{1}{2}}\Delta_- B^n_{\eta ij} + \widehat{B}^-_{ij+\frac{1}{2}}\Delta_+ B^n_{\eta ij}\right) + \Delta\left(\frac{\mu_t\eta_z^2}{Re J}\right)_{ij}\Delta\left(\frac{1}{U_1^n}\right)_{ij}\right]\right]\widetilde{U}^{n+1}_{ij} = U^*_{ij} \tag{3.7}$$

где
$$RHS^n_{\xi ij} = \widehat{A}^-_{i+\frac{1}{2}j}\left[\left(\vec{E}_{\xi i+1j} + \vec{D}_{\xi i+1j}\right) - \left(\vec{E}_{\xi ij} + \vec{D}_{\xi ij}\right)\right]^n + \widehat{A}^+_{i-\frac{1}{2}j}\left[\left(\vec{E}_{\xi ij} + \vec{D}_{\xi ij}\right) - \left(\vec{E}_{\xi i-1j} + \vec{D}_{\xi i-1j}\right)\right]^n,$$

здесь $\vec{E}_{\xi ij}$ и $\vec{D}_{\xi ij}$ представлены выше. Второе слагаемое $RHS^n_{\eta ij}$ записывается аналогичным образом.

Вектор массовых концентраций смеси определяется с использованием скалярной прогонки. Для аппроксимации первых производных в системе (3.7) использованы разности против потока с первым порядком точности, а для вторых производных - центральные разности со вторым порядком точности. Температура определяется в соответсвии с работой [11].

4. Результаты расчетов и их анализ

Параметры вычислительной области брались следующими: высота и ширина $H = 20\,cm$ и $L = 160\ \ cm$. Для апробации численного метода был выполнен следующий эксперимент: рассматривается сверхзвуковое течение вдоль тонкой пластины с генератором скачка уплотнения на верхней границе с параметрами задачи, соответствующими экспериментам работы [6], где число Маха набегающего потока $M_\infty = 5$, число Рейнольдса $Re = 40 \cdot 10^6$, температура стенки $T_w = 300K$. При численном расчете во входном сечении задается толщина пограничного слоя $\delta_1 = 3.5\,\mathrm{cm}$, вычисленная для $x = 300\,cm$. Сгущение сетки вблизи стенки осуществляется таким образом, что для первого от стенки узла сетки выполняется условие $z^+ = 4.5$, для пристенного слоя приходится 5-8 узловых точек по направлению оси z, а расчет всего пограничного слоя выполняется с использованием 35-40 узлов расчетной сетки. Для расчета всей рассматриваемой области используется сетка с узлами 301×281. Исследования проводятся для угла генератора скачка $\alpha = 14^0$, который соответствует отрывному течению пограничного слоя. На рисунке 2 представлены результаты сравнения с экспериментами коэффициента трения (рисунок 2а) и давления (рисунок 2б) на стенке, здесь «♦♦♦» – эксперимент и «–» – расчет в [6], «—» – результаты данной работы. Незначительное расхождение в области падения скачка уплотнения на стенку (на рисунке 2б в области резкого возрастания давления на стенке), очевидно, объясняется тем, что при решении поставленной задачи в работе [6] используется система уравнений Навье-Стокса для однокомпонентного совершенного газа, тогда как в настоящей работе используется система уравнений для многокомпонентного газа, где для определения температуры необходимо итерационное решение уравнения. В целом можно отметить удовлетворительное согласование экспериментов и расчетов.

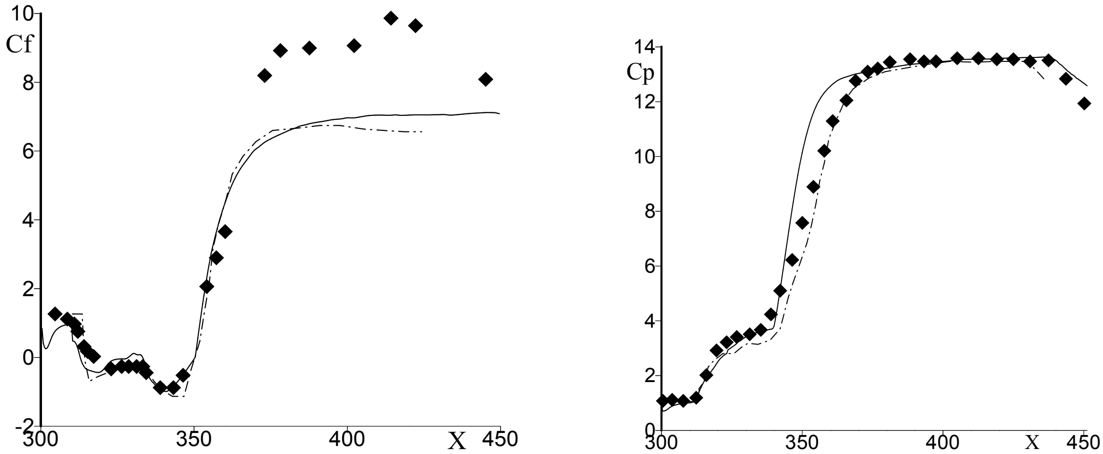


Рисунок 2. Распределение коэффициента трения (а) и давления (б) на стенке «♦♦♦» – эксперимент работы [6], «—» – WENO схема, «---» – результаты работы [6]

Далее производилось исследование взаимодействия скачка уплотнения (угол генератора $\alpha = 10^0$) с пограничным слоем на стенке при различных значениях числа Рейнольдса. При численном расчете во входном сечении толщина пограничного слоя и толщина пристенного слоя, содержащего вязкий подслой, вычисленная по формуле (2.1) для $\tilde{\delta} = 100$ при разных значения чисел Re представлены в таблице:

	δ_1	δ_2
$Re = 10^6$	0,73	0,14
$Re = 10^5$	1,16	0,23
$Re = 10^4$	1,82	0,36
$Re = 10^3$	2,86	0,57

Анализ влияния толщины пограничного слоя на поле вектора скорости отражен на рисунке 3 (3а- $\mathrm{Re}=10^3$, 3б- $\mathrm{Re}=10^4$, 3в- $\mathrm{Re}=10^5$, 3г- $\mathrm{Re}=10^6$).

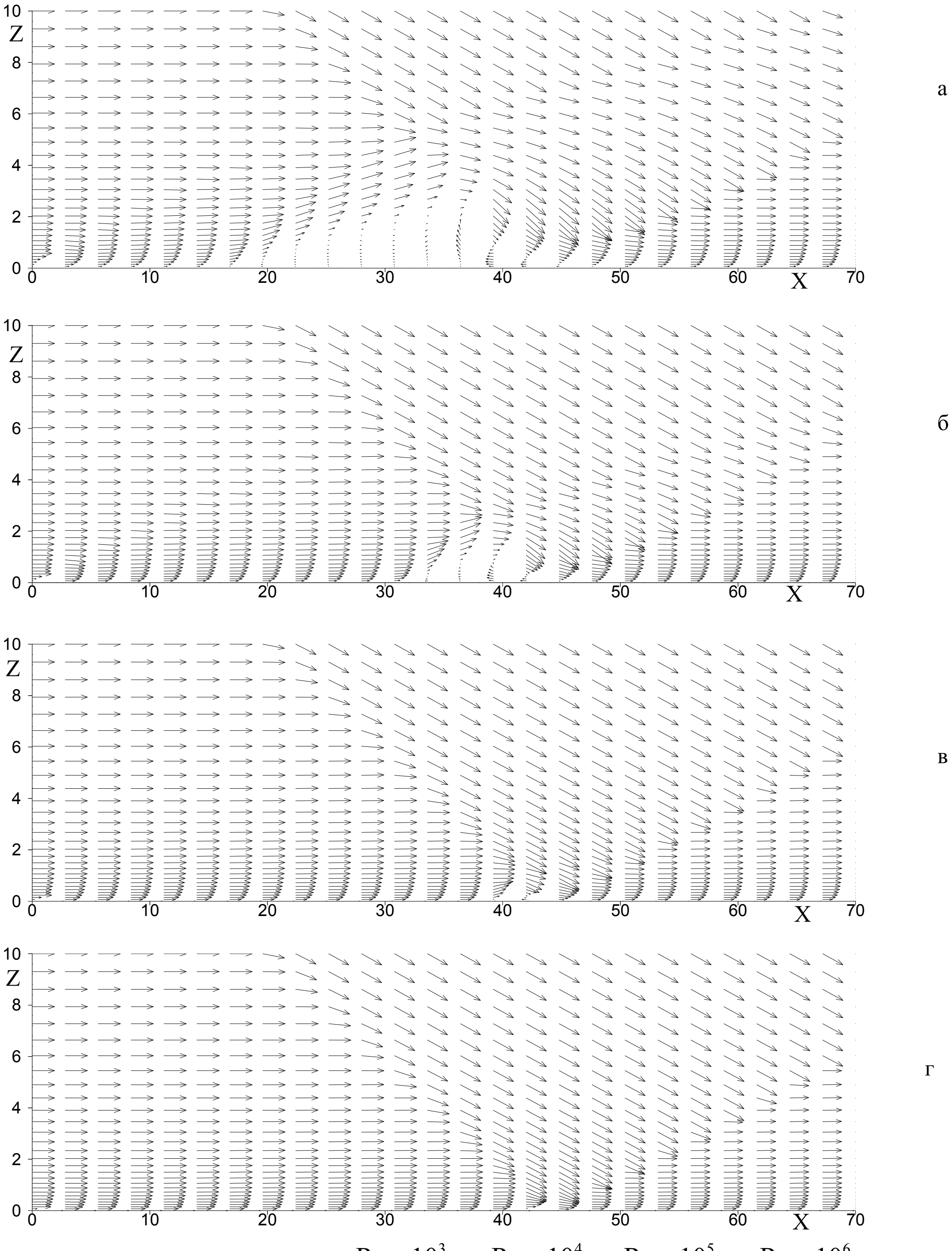


Рисунок 3. Поле вектора скорости а - $\mathrm{Re}=10^3$, б - $\mathrm{Re}=10^4$, в - $\mathrm{Re}=10^5$, г - $\mathrm{Re}=10^6$.

Результаты показывают, что при всех исследуемых режимах течения происходит отрывное взаимодействие падающей ударной волны с пограничным слоем, однако размеры и структура области отрыва отличаются. На рисунке 3 можно четко наблюдать уменьшение размеров пограничного слоя и зоны отрыва в зависимости от увеличения числа Re. Это связано с уменьшением толщины пограничного слоя и как следствие уменьшения вязкого подслоя. Из рисунка 4 для линий тока, где видны структуры отрывных областей, можно увидеть что при Re = 10^3 (рисунок 4а) просматривается сложная многовихревая структура отрыва, виден вихрь непосредственно возле стенке и два вихря выше стенки. Для Re = 10^4 (рисунок 4б) область отрыва уже состоит из двух вихрей, а для $Re = 10^5$ и $Re = 10^6$ на графиках просматриваются только по одному вихрю. На рисунке 5 представлена зависимость высоты отрывной области, определенная по наличию отрицательного значения продольной составляющей скорости, от числа Рейнольдса. Видно что кривая на графике аналогична экспоненциально убывающей зависимости.

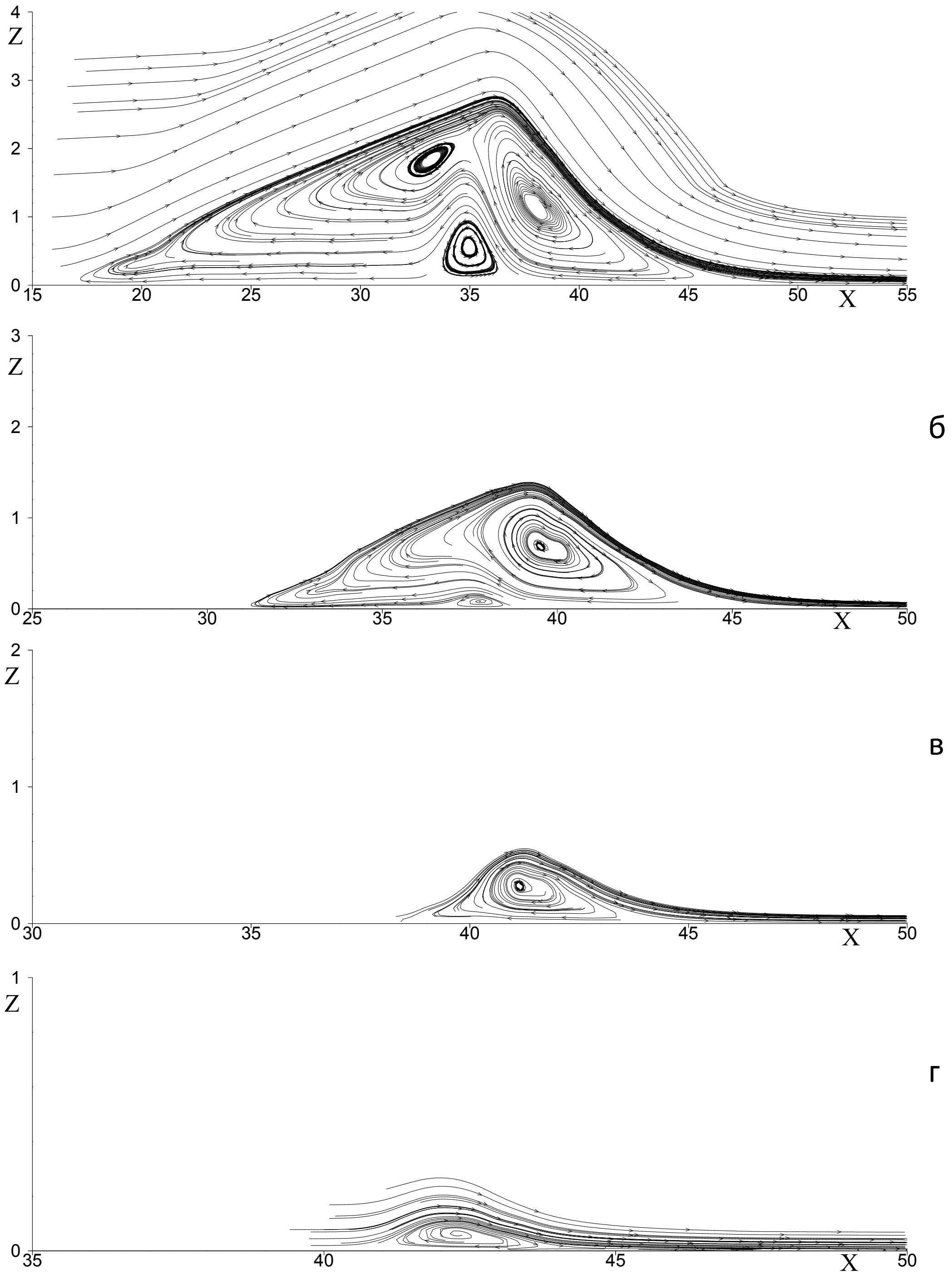


Рисунок 4. Распределение линий тока

а- $Re = 10^3$, б- $Re = 10^4$, в- $Re = 10^5$, г- $Re = 10^6$.

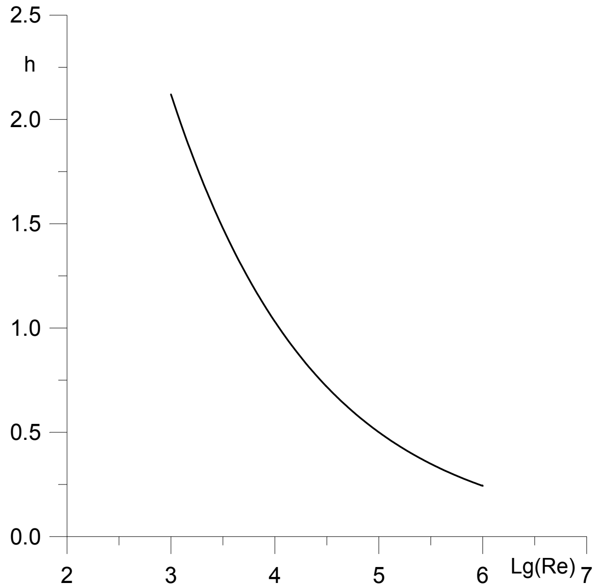
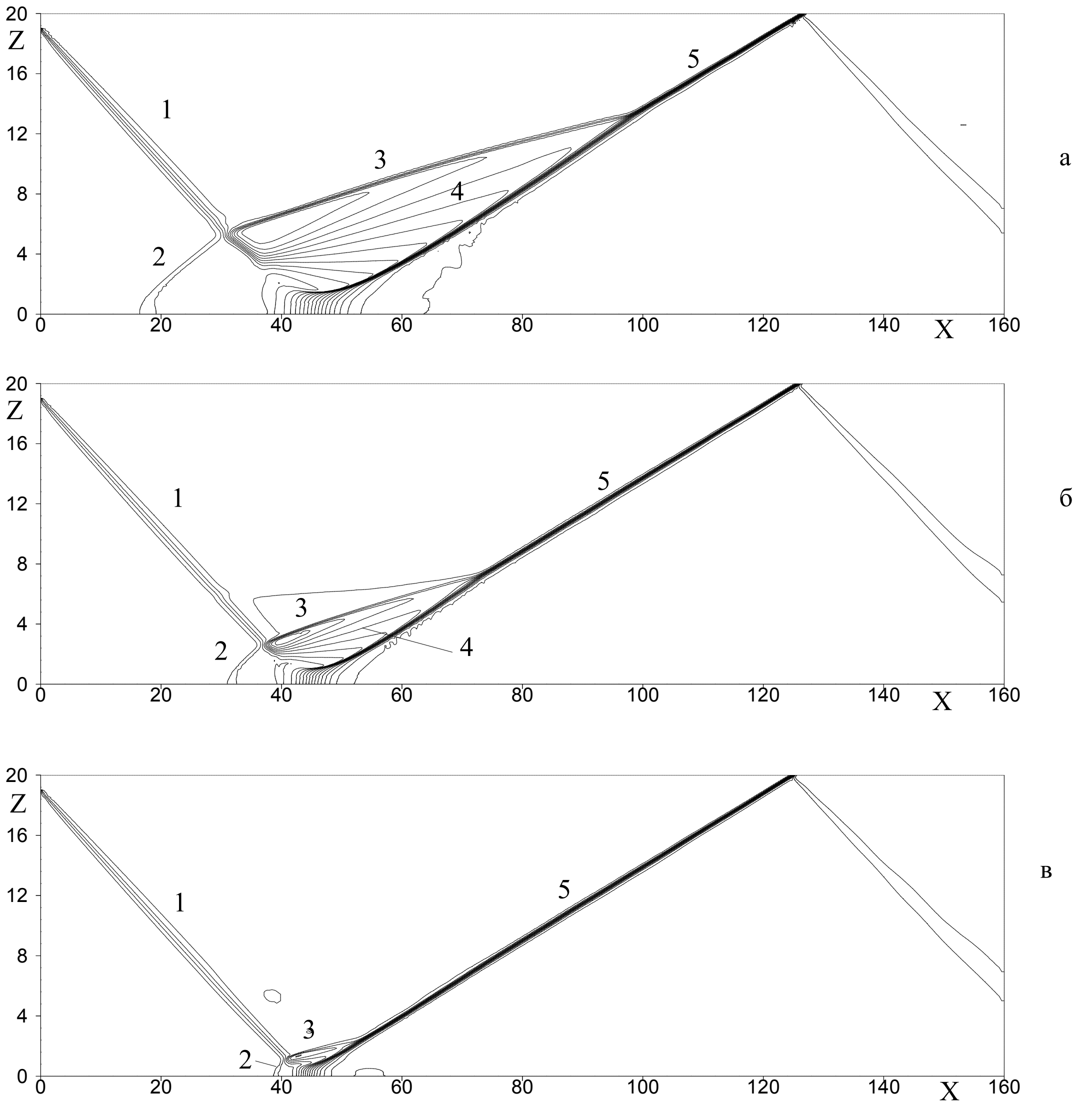


Рисунок 5. Зависимость высоты отрывной области от числа Рейнольдса.



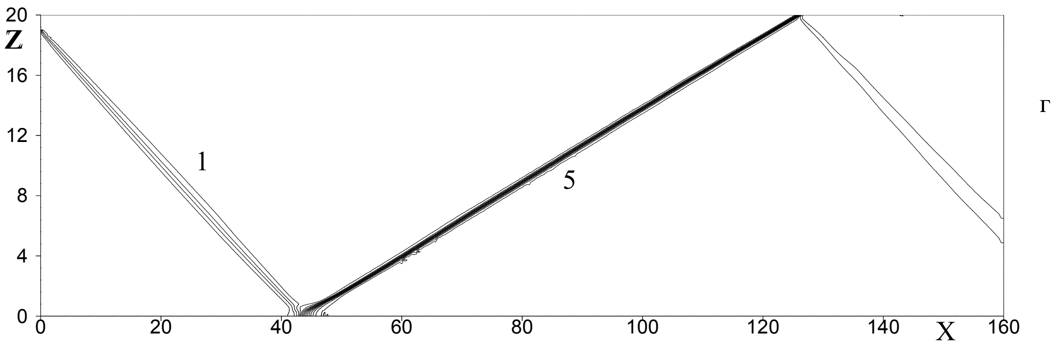


Рисунок 6. Распределение изобар
а- $\mathrm{Re}=10^3$, б- $\mathrm{Re}=10^4$, в- $\mathrm{Re}=10^5$, г- $\mathrm{Re}=10^6$.

Картина распределения изобар, представленная на рисунке 6 (6а- $\mathrm{Re}=10^3$, 6б- $\mathrm{Re}=10^4$, 6в- $\mathrm{Re}=10^5$, 6г- $\mathrm{Re}=10^6$) демонстрирует ударно-волновую структуру течения. Из рисунков следует, что скачок уплотнения (1), достигая нижней стенки, создает положительный градиент давления, который оказывается достаточным для отрыва пограничного слоя. При этом сверхзвуковая область пограничного слоя отклоняется и порождает волну сжатия (2), которая распространяется в виде отраженного скачка (3), (5) – волна сжатия, возникающая в месте присоединения отрывного потока. Здесь видно, что при $\mathrm{Re}=10^6$ (рисунок 6г) происходит падение и отражение скачка уплотнения от стенки (1 и 5 на графиках) т.е. картина соответствует почти безотрывному режиму течения. Тогда как для случаев $\mathrm{Re}=10^5$ и $\mathrm{Re}=10^4$ и $\mathrm{Re}=10^3$ уже возникает λ-образная ударно-волновая структура течения.

Заключение.

Разработанная в работе численная модель для расчета турбулентных течений на основе WENO-схемы позволяет моделировать течение сверхзвукового многокомпонентного газа при наличии падающей ударной волны. Сопоставление расчетов с опытными данными показывает удовлетворительное согласование результатов. С помощью проведенных численных экспериментов выявлено, что с увеличение числа Рейнольдса потока отрывная область существенно уменьшается вследствие уменьшения пограничного слоя у стенки. Получена экспоненциальная зависимость высоты отрывной области от числа Рейнольдса.

Литература:

1. Поливанов П.А., Сидоренко А.А., Маслов А.А. Экспериментальное исследование взаимодействияударной волны с турбулентным пограничным слоем //Вестник НГУ 2008. Т. 3, ,№ 2
2. Bura R.O., Yao Y.F., Roberts G.T. and Sandham N.D. Investigation of supersonic and hypersonic shock-wave/boundary-layer interactions// Shock Waves . 2005. Springer. P. 695-700.
3. Hadjadj A. Shock wave boundary layer interaction // Shock Waves 19. 2009. Springer. P. 449-452.
4. Глушнева А. В. , Савельев А. С. , Сон Э. Е. Взаимодействие скачка уплотнения с турбулентным пограничным слоем на нагретой поверхности // Теплофизика высоких температур 2013. 51/6. С. 891–896
5. Knight D., Yan H., Panaras A., Zheltovodov A. RTO WG 10: CFD validation for shock wave turbulent boundary layer interactions //AIAA Paper. N 2002-0437.
6. Федорова Н.Н. Федорченко И.А. Расчет взаимодействия падающего косого скачка уплотнения с турбулентным пограничным слоем на пластине // Прикладная механика и техническая физика. 2004. Т.45, №3. С. 61-71.
7. Ершов С. В., Поливанов П. А., Сидоренко А. А., Деревянко А. И. Численное решение задачи о взаимодействии скачка уплотнения с турбулентным пограничным слоем //Аэро- и гидромеханика в энергетических машинах 2010, Т. 13, № 2
8. Краснов Н.Ф., Кошевой В.Н., Калугин В.Т. Аэродинамика отрывных течений. Москва: Высш. Шк., 1988. 351 с.
9. Poinsot T.J., Lele S.K. Boundary Conditions for Direct Simulation of Compressible Viscous Flows // Journ. of Comput. Phys. 1992. No 101. P. 104-129.
10. Лойцянский Л.Г. Механика жидкости и газа, Москва: Наука 1987. 840 с.
11. Бекетаева А.О., Найманова А.Ж. Применение ENO (Essentially Non-Oscillatory) схемы для моделирования течения многокомпонентной газовой смеси // Вычислительные технологии. 2007. Т.12. № 4. С. 17-25.

Рецензент: д.ф.-м.н., профессор Аблабеков Б.С.