Джанузакова А.А., Койчуманова Ж.М.

МАТЕМАТИКАНЫН ЭКОНОМИКА ИЛИМДЕРИНДЕ КОЛДОНУЛУШУ

Джанузакова А.А., Койчуманова Ж.М.

ПРИМЕНЕНИЕ МАТЕМАТИКИ В ЭКОНОМИКЕ

Djanuzakova A.A., Koichumanova J.M.

THE USE OF MATHEMATICS IN ECONOMIC

УДК: 517

Бул макалада экономика илиминде математиканын колдонулушу көрсөтүлгөн. Практикада колдонулган мисалдар келтирилген.

В статье рассматривается применение математики в экономике. Приведены примеры решения прикладных задач.

At the article are described some use of the mathematics in the economic and the decision of problem.

Рыночная экономика сегодня ставит новые требования к теоретическим знаниям и практическим умениям выпускников высших учебных заведений.

В современном процессе обучения главным является не только усвоение знаний студентами в виде логически завершенной системы, а подготовка личности к овладению научными методами и способами познания.

В этой связи перед педагогической наукой стоит задача по совершенствованию содержания учебного процесса в системе высшего образования.

Следовательно, педагог должен быть в постоянном поиске новых методик обучения, обладать высоким уровнем интеллектуальных способностей, инициативой, большой самостоятельностью.

Математика играет важную роль при проведении естественно-научных, инженерно-технических и гуманитарных исследований. Она стала для многих отраслей знаний не только орудием количественного расчета, но также методом точного исследования. Без современной математики с её развитым логическим и вычислительным аппаратом был бы невозможен прогресс в различных областях человеческой деятельности.

Математика является мощным средством для решения прикладных задач, а также есть элемент общей культуры.

В связи с этим математическое образование-есть важнейшая составляющая в системе фундаментальной подготовки современного экономиста.

При решении прикладных задач, в частности оптимизационных, важное значение имеет нахождение наибольшего и наименьшего значений функций на промежутке X.

Пример. 1 Забором длиной 24 м требуется огородить с трех сторон прямоугольный палисадник наибольшей площади. Найти размер палисадника.

Решение. Пусть длины сторон палисадника x, y. Тогда 2x + y = 24, т.е. y = 24 – 2x.

Площадь палисадника S' = xy = x (24 – 2x) = 24x – 2 , где 0<x<12 (ибо 24–2x > 0).

Таким образом, задача свелась к отысканию значения x, при котором S' (x) принимает наибольшее значение на интервале (0;12). Найдем S'(x) = 24 – 4x = 0

При x = 6. Точка x = 6 – единственная точка экстремума – минимума функции S'(x).

Это означает, что на интервале (0;12) S'(x) принимает наибольшее значение при

x = 6, т.е. искомые размеры палисадника x= 6м и y = 24 – 2 · 6 = 12 м.

Пример. 2 Определить меры открытого бассейна с квадратным дном объемом 32 м так, чтобы на облицовку его стен и дна пошло наименьшее количество материала.

Решение. Пусть x – сторона дна бассейна (квадрата) и h – высота бассейна. Тогда объем $V = x^2h$. Поверхность, подлежащая облицовке S' (с учетом того, что бассейн - открытый) будет такова $S' = x^2 + 4hx$

Высоту h определим из условия

$$V = x^2h \;=>\; h = \frac{V}{x^2}.$$

Подставляя выражение h в S' имеем

$$S' = x^2 + \frac{4xV}{x^2} = x^2 + \frac{4V}{x}.$$

Согласно условия задачи x > 0, надо найти x, при котором S (x) принимает наименьшее значение.

Для этого найдя $S'(x) = 2x - \frac{4V}{x^2} = 0$

видим, что $x = \sqrt[3]{2V}$ – есть единственная точка экстремума- минимума функции S (x).

$$x = \sqrt[3]{2}\cdot 32 - 4 \text{ ì}\;,\; h = \frac{V}{x^2} = \frac{32}{16} = 2\,.$$

Искомые размеры открытого бассейна

4м х 4 м х 2м.

В математике изучаются математические модели. Это могут быть как непосредственно математические модели реальных явлений, так и объекты для изучения этих моделей. Понятие матрицы часто используются в практической деятельности. Например, данные о выпуске продукции нескольких видов в каждом квартале года или нормы затрат нескольких видов ресурсов на производство продукции нескольких типов и т.д. удобно записывать в виде матриц.

Пример. 3 предприятие производит n типов продукции, объемы выпуска заданы матрицей A_{1xn}. Цена реализации единицы ***i***-го типа продукции в **j** – м регионе задана матрицей $\boldsymbol{B_{nxk}}$, где k – число регионов, в которых реализуется продукция. Найти матрицу выручки C по регионам.

Пусть $A_{1x3} = (100\ 200\ 100)$;

$$B_{3x4} = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 1 & 5 \\ 1 & 3 & 2 & 2 \\ 2 & 4 & 2 & 4 \end{pmatrix}$$

Решение. Выручка определяется матрицей $\boldsymbol{C_{1xk} = A_{1xk}\cdot B_{nxk}}$

Причем $C_{ij} = \sum_{i=1}^{n} a_{1i}\cdot b_{ij}$ – это выручка предприятия в j-м регионе:

$$C = (100\ 200\ 100)\begin{pmatrix} 3 & 2 & 1 & 5 \\ 1 & 3 & 2 & 2 \\ 2 & 4 & 2 & 4 \end{pmatrix} = (600\ 1300\ 700\ 1300)$$

В макроэкономике рассматривается вопрос, связанный с эффективностью ведения многоотраслевого хозяйства: каким должен быть объем производства каждой из n отраслей, чтобы удовлетворять все потребности в продукции этой отрасли? При этом каждая отрасль выступает, с одной стороны, как производитель некоторой продукции, а с другой – как потребитель продукции и своей, и произведенный другими отраслями.

Связь между отраслями отражается в таблицах межотраслевого баланса, математическая модель, позволяющая их анализировать является моделью многоотраслевой экономики.

Пример. Обувная фабрика специализируеся по выпуску изделий трех видов: сапог, кроссовок и ботинок; при этом используется сырье трех типов: $\boldsymbol{S_1}$, $\boldsymbol{S_2}$, $\boldsymbol{S_3}$.

Нормы расхода каждого из них на изготовление одной пары обуви и объем расхода сырья за один день заданы в таблице:

В ид сырья	**Нормы расхода сырья на изготовление одной пары, цена, ед.**			**Расход сырья за один день, цена, ед.**
	с апог	**кросс овок**	**Бот инок**	
S_1	5	3	4	2700
S_2	2	1	1	800
S_3	3	2	2	1600

Найти ежедневный объем выпуска каждого вида обуви.

Решение. Пусть ежедневно фабрика выпускает x_1 пар сапог, x_2 пар кроссовок и x_3 пар ботинок. Тогда в соответствии с расходом сырья каждого вида имеем систему

$$5x_1 + 3x_2 + 4x_3 = 2700$$

$$2x_1 + x_2 + x_3 = 800$$

$$3x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 1600$$

Решая систему находим, что фабрика выпускает $x_1 = 200$ пар саног, $x_2 = 300$ пар кроссвок и $x_3 = 200$ пар ботинок.

Пример. 4 с двух заводов поставляются автомобили для двух автохозяйств, потребности которых соответственно 200 и 300 машин. Первый завод выпустил 350 машин, а второй-150. Известны затраты на перевозку машин с завода в каждое хозяйство:

Завод	Затраты на перевозку в автохозяйства, ден., ед.	
	1	2
1	15	20
2	8	25

Минимальные затраты на перевозку равны 7950 ден.ед. Найти оптимальный план перевозок машин.

Решение. Пусть x_{ij} - количество машин, поставляемых с i-го завода j-му автохозяйству (i , j=1, 2). Получаем систему

$$x_{11} + x_{12} = 350,$$
$$x_{21} + x_{22} = 150,$$
$$\{x_{11} + x_{21} = 200 ,$$
$$x_{11} + x_{21} = 300 ,$$
$$15x_{11} + 20x_{12} + 8x_{21} + 25x_{22} = 7950 .$$

Решая данную систему, найдем

$$x_{11} = 50, \quad x_{12} = 300 , \quad x_{21} = 150, \quad x_{22} = 0 .$$

Покажем использование дифференциальных уравнений в моделях экономической динамики, в которых отражается не только зависимость переменных от времени, но и их взаимосвязь во времени. Рассмотрим простейшие задачи макроэкономической динамики.

Задача 1. Доход Y (t), полученный к моменту времени t некоторой отраслью, является суммой инвестиций J (t) и величины потребления C(t), т.е.

Y(t) = J(t) + C(t) (*),

Будем предполагать, что скорость увеличения дохода пропорциональна величине инвестиций: в Y'(t)=J(t) (* *), где в – коэффициент капиталоемкости прироста дохода. Подставим (* *) в (*) тогда Y(t) = в Y '(t) + C(t). т.о. получим дифференциальное уравнение относительно Y(t), которое есть линейное неоднородное уравнение 1 го порядка. Его можно решить методом вариации произвольной постоянной.

Задача 2. Функции спроса и предложения имеют соответственно вид

$$y = 25 - 2p + 3\frac{dp}{dt};$$

$$y = 15 - p + 4\frac{dp}{dt}.$$

Найти зависимость равновесной цены от времени, если в начальный момент

P = 9

Решение. Из условия равенства спроса и предложения имеем

$$25 - 2p + 3\frac{dp}{dt} = 15 - p + 4\frac{dp}{dt}.$$

Откуда $\frac{dp}{dt} = 10 - p.$

Т.е. получили уравнение с разделяющимися переменными.

Разделяя переменные

$\frac{dp}{10 - pt} = dt,$ интегрируя имеем

$$\int \frac{dp}{10 - pt} = -\int \frac{d(10 - p)}{10 - p} = \int dt .$$

$$- \text{Ln} \mid 10 - p \mid = t + \ln c, P = 10 - ce^{-t} .$$

Из условия p(0) = 9 следует, что c = 1, поэтому окончательно

$$P = 10 - e^{-t} .$$

Отметим, что поскольку

$$\lim_{t\to\infty} p = \lim_{t\to\infty} (10 - e^{-t}) = 10 \, \text{const}$$

цена обладает устойчивостью.

Литература

1. В.П.Минорский «Сборник задач по высшей математике»
2. П.Ф. Овчинников и др. «Высшая математика»
3. Под ред. Н.Ш. Кремера «Высшая математика для экономистов».

Рецензент: к.ф.-м.н., профессор Жапаров Р.Ж.