

Бакирова Э.М., Фоломеев В.Н., Юсупов Р.Х.

ЗВЕЗДА С НЕТРИВИАЛЬНОЙ ТОПОЛОГИЕЙ

E.M. Bakirova, V.N. Folomeev, P.H. Yusupov

STAR WITH NONTRIVIAL TOPOLOGY

УДК: 524

Рассматривается конфигурация, состоящая из кротовой норы, заполненной идеальной политропной жидкостью. В качестве вещества, образующего кротовую нору, используется духовое скалярное поле с потенциальной энергией типа мексиканской шляпы.

Describes the configuration consisting of the wormhole filled with an ideal polytropic fluid. As a substance that forms krotoryu hole, used brass scalar field with potential energy type Mexican hats.

1. Введение

Предложенная в середине 1950-х годов Дж. Уилером модель электрического заряда [1], представляющего собой туннель, соединяющий две области пространства и заполненный электрическим полем, стимулировала проведение исследований моделей с нетривиальной топологией пространства-времени – кротовых нор. Одной из наиболее значимых идей в этом направлении является предложенная Моррисом и Торном модель проходимой кротовой норы [2], в которой предполагается, что вещество может свободно проходить через кротовую нору (КН) за конечное время. Важным условием образования и существования такого типа КН является необходимость нарушения нулевого условия энергодоминантности. Последнее предполагает существование в КН некоего экзотического вещества, давление которого p является существенно отрицательным: $p < -\varepsilon$, где ε есть плотность энергии этого экзотического вещества. Одним из возможных путей описания такого рода вещества является рассмотрение так называемых духовых скалярных полей, имеющих отрицательный знак перед кинетическим слагаемым. Модели с духовыми полями уже неоднократно рассматривались ранее. В частности, в работах [3, 4] духовое скалярное поле с потенциалом типа мексиканской шляпы используется при построении системы, имеющей регулярные решения с нетривиальной топологией. В статьях [5-10] исследуются проходимые лоренцевские КН с различными типами материи или поля. Общий обзор лоренцевских КН и нарушения различных условий энергодоминантности можно найти в книге [11].

Естественно возникает вопрос о возможности существования такого экзотического вещества во Вселенной. Весомым аргументом в пользу этой возможности служит наблюдаемое ускоренное расширение современной Вселенной. Сейчас считается, что такое ускорение обусловлено наличием во Вселенной особого вида материи - темной энергии, количество которой превышает 70% от полной массы

Вселенной. Имея отрицательное давление, она заставляет Вселенную расширяться ускоренно. Более того, недавние астрономические данные [12, 13] указывают на то, что во Вселенной возможно существование еще более экзотической материи - фантомной темной энергии. Присутствие этой материи предполагает нарушение слабого условия энергодоминантности с соответствующим сверхбыстрым ускоренным расширением.

Если материя такого типа действительно присутствует во Вселенной, то это дает основание предположить возможность существования и локализованных компактных объектов, образованных таким веществом. В частности, это могут быть и конфигурации с нетривиальной топологией - кротовые норы. При этом не исключено, что размеры таких конфигураций могут быть достаточно большими и сравнимыми с размерами различных астрофизических объектов - обычных или нейтронных звезд [14]. В таком случае естественным представляется предположение о возможности образования комбинированных гравитационных конфигураций, состоящих как из обычного, так и из экзотического вещества. В предыдущей работе [15] была предложена модель такой астрофизической конфигурации, в которой в центре обычной политропной звезды находится экзотическая материя в форме безмассового духового скалярного поля. Для такой системы были найдены регулярные статические решения. Однако из литературы известно, что системы с безмассовым духовым скалярным полем являются линейно и нелинейно нестабильными. В этой связи более перспективным представляется рассмотрение систем с потенциальной энергией, что и делается в данной работе.

2. Вывод уравнений для статической конфигурации

Лагранжиан системы выбирается в виде:

$$L = -\frac{R}{16\pi G} - \frac{1}{2} \partial_\mu \varphi \partial^\mu \varphi - V(\varphi) + f(\varphi)L_m. \quad (1)$$

Здесь φ есть духовое скалярное поле с потенциальной энергией $V(\varphi)$, L_m - лагранжиан идеальной изотропной жидкости, $f(\varphi)$ - функция, описывающая прямое (неминимальное) взаимодействие между жидкостью и скалярным полем. Такой тип взаимодействия применяется при описании эволюции темной энергии в рамках так называемой хамелеоновой космологии (см., например, [16]). Здесь это взаимодействие введено с целью обобщения модели и возможности получения новых

решений. Случай $f = 1$ означает отсутствие прямого взаимодействия (только через гравитацию). Используя этот лагранжиан, соответствующий тензор энергии-импульса может быть представлен как:

$$T_i^k = f \left[(\rho + p) u_i u^k - \delta_i^k p \right] - \partial_i \varphi \partial^k \varphi - \delta_i^k \left[-\frac{1}{2} \partial_\mu \varphi \partial^\mu \varphi - V(\varphi) \right], \quad (2)$$

где ρ и p есть плотность и давление жидкости, u^i - 4-скорость (здесь и далее скорость света $c = 1$). Для наших целей выберем статическую метрику в виде:

$$ds^2 = e^{v(r)} dt^2 - e^{\lambda(r)} dr^2 - r^2 d\Omega^2, \quad (3)$$

где $d\Omega^2$ есть метрика на единичной 2-сфере. Выпишем также метрику в часто используемых при исследованиях кротовых нор шварцшильдовских координатах:

$$ds^2 = e^{v(r)} dt^2 - \frac{dr^2}{1 - b(r)/r} - r^2 d\Omega^2, \quad (4)$$

которой мы также воспользуемся ниже при выводе уравнений. Тогда $(\overset{0}{0})$ и $(\overset{1}{1})$ компоненты уравнений Эйнштейна в метрике (3) будут иметь вид:

$$G_0^0 = -e^{-\lambda} \left(\frac{1}{r^2} - \frac{\lambda'}{r} \right) + \frac{1}{r^2} = 8\pi G T_0^0 = 8\pi G \left[f\rho - \frac{1}{2} e^{-\lambda} \varphi'^2 + V(\varphi) \right], \quad (5)$$

$$G_1^1 = -e^{-\lambda} \left(\frac{1}{r^2} + \frac{v'}{r} \right) + \frac{1}{r^2} = 8\pi G T_1^1 = 8\pi G \left[-f\rho + \frac{1}{2} e^{-\lambda} \varphi'^2 + V(\varphi) \right]. \quad (6)$$

Соответствующее уравнение на скалярное поле получается путем варьирования лагранжиана (1) относительно φ :

$$\frac{1}{\sqrt{-g}} \frac{\partial}{\partial x^i} \left[\sqrt{-g} g^{ik} \frac{\partial \varphi}{\partial x^k} \right] = \frac{dV}{d\varphi} - L_m \frac{df}{d\varphi}.$$

Учитывая, что в случае изэнтропического квазипотенциального течения лагранжиан материи $L_m = p$ (см. например [17]), и используя метрику (3), получим следующее уравнение:

$$\varphi'' + \left[\frac{2}{r} + \frac{1}{2} (v' - \lambda') \right] \varphi' = -e^\lambda \left(\frac{dV}{d\varphi} - p \frac{df}{d\varphi} \right), \quad (7)$$

где штрих обозначает производную по радиальной координате r . Уравнения Эйнштейна (5) и (6) не являются независимыми ввиду наличия соотношения $T_{i;k}^k = 0$. Компонента $i=1$ этого уравнения имеет форму:

$$\frac{\partial T_1^1}{\partial r} + \frac{1}{2} (T_1^1 - T_0^0) v' + \frac{2}{r} \left[T_1^1 - \frac{1}{2} (T_2^2 + T_3^3) \right] = 0. \quad (8)$$

Тогда, принимая во внимание уравнение (7), будем иметь:

$$\frac{dp}{dr} = -\frac{1}{2} (\rho + p) \frac{dv}{dr}. \quad (9)$$

В случае политропного уравнения состояния

$$p = k\rho^\gamma, \quad (10)$$

где k, γ есть константы, можно ввести новую переменную θ как (см. например [18]):

$$\rho = \rho_c \theta^n, \quad (11)$$

где ρ_c есть центральная плотность, а константа n , называемая показателем политропы, связана с γ как $n = 1/(\gamma - 1)$. Тогда уравнение (10) примет вид:

$$p = k\rho^\gamma = k\rho^{1+1/n} = k\rho_c^{1+1/n} \theta^{n+1}. \quad (12)$$

Используя это выражение, уравнение (9) может быть переписано как:

$$2\sigma(n+1) \frac{d\theta}{dr} = -(1 + \sigma\theta) \frac{dv}{dr}, \quad (13)$$

с $\sigma = k\rho_c^{1/n} = p_c/\rho_c$, где p_c есть давление жидкости в центре конфигурации. Это уравнение может быть проинтегрировано, давая выражение на e^v через θ :

$$e^v = e^{v_c} \left(\frac{1 + \sigma}{1 + \sigma\theta} \right)^{2(n+1)}, \quad (14)$$

где e^{v_c} есть значение e^v в центре кротовой норы, где $\theta = 1$. Константа интегрирования v_c , соответствующая значению V в центре горловины, определяется из требования, чтобы e^v равнялась 1 на бесконечности, что соответствует асимптотически плоскому пространству-времени.

Таким образом, мы имеем три неизвестные функции - λ, θ и φ , - для которых есть три уравнения (5), (6) и (7), а также соотношение (14). Для удобства сравнения с предыдущими результатами, перепишем эти уравнения через общепринятые переменные. Следуя [19], введем новую функцию

$$u(r) = \frac{r}{2GM} (1 - e^{-\lambda}) \rightarrow e^{-\lambda} = 1 - \frac{2GMu}{r}, \quad (15)$$

где M есть масса конфигурации, заключенная в радиусе $r_0 \leq r \leq r_b$, где r_b - граница жидкости, на которой $\theta = 0$. Используя эту функцию, уравнение (5) примет вид:

$$M \frac{du}{dr} = 4\pi r^2 \left[f\rho - \frac{1}{2} \left(1 - \frac{2GMu}{r} \right) \varphi'^2 + V \right]. \quad (16)$$

Из этого уравнения видно, что $Mu(r) = M(r)$ может быть проинтерпретировано как полная масса

конфигурации, включая вклады как от жидкости, так и от скалярного поля, заключенная внутри сферы радиуса r . Для сферически-симметричного случая без кротовой норы (что в нашем случае соответствует отсутствию скалярного поля) необходимо положить $u(0) = 0$ с целью исключения сингулярности в массе в начале координат [19]. Это соответствует тому, что масса в начале координат равна нулю. В модели же с кротовой норой имеется минимальное значение $r = r_0$ и, соответственно, существует некая минимальная масса. Поэтому мы имеем $u(r_0) \neq 0$.

Далее, вводя безразмерные переменные

$$\xi = Ar, \quad v(\xi) = \frac{A^3 M}{4\pi\rho_c} u(r),$$

$$\phi = \left[\frac{4\pi G}{\sigma(n+1)} \right]^{1/2} \varphi, \quad \text{и} \quad A = \left[\frac{4\pi G\rho_c}{(n+1)k\rho_c^{1/n}} \right]^{1/2}, \quad (17)$$

с A , имеющей размерность обратной длины, можно переписать уравнения (5) и (6) в виде:

$$\xi^2 \frac{1 - 2\sigma(n+1)v/\xi}{1 + \sigma\theta} \frac{d\theta}{d\xi} =$$

$$= \xi^3 \left[f\theta^n (1 - \sigma\theta) + 2\tilde{V} - \frac{1}{\xi^2} \frac{dv}{d\xi} \right] - v, \quad (18)$$

$$\frac{dv}{d\xi} = \xi^2 \left\{ f\theta^n - \frac{1}{2} \left[1 - 2\sigma(n+1) \frac{v}{\xi} \right] \left[\left(\frac{d\phi}{d\xi} \right)^2 + \tilde{V} \right] \right\}, \quad (19)$$

где $\tilde{V} = V/\rho_c$ - безразмерная потенциальная энергия поля.

Далее, используя уравнение (13), можно переписать уравнение (7) в следующем виде:

$$\frac{d^2\phi}{d\xi^2} + \left\{ \frac{2}{\xi} - \frac{\sigma(n+1)}{1+\sigma\theta} \left[\frac{d\theta}{d\xi} + \frac{1+\sigma\theta}{1 - \frac{2\sigma(n+1)v}{\xi}} \frac{1}{\xi} \left(\frac{dv}{d\xi} - \frac{v}{\xi} \right) \right] \right\} \frac{d\phi}{d\xi} =$$

$$- \left[1 - 2\sigma(n+1) \frac{v}{\xi} \right]^{-1} \left(\frac{d\tilde{V}}{d\phi} - \sigma\theta^{n+1} \frac{df}{d\phi} \right). \quad (20)$$

3. Статические решения

Таким образом, рассматриваемая в этой статье статическая конфигурация описывается тремя выведенными в предыдущей секции уравнениями (18)-(20). В этой секции мы будем решать эти уравнения численно. Для этого необходимо задать соответствующие граничные условия. Исходя из введенных выше безразмерных переменных, в центре конфигурации, при $\xi = \xi_0$, безразмерная плотность

жидкости

$$\theta_0 \equiv \theta(\xi_0) = 1. \quad (21)$$

Для определения начального значения v воспользуемся тем фактом, что для кротовой норы должны выполняться следующие условия [2, 10, 11]: в метрике (4) во всем пространстве $(1 - b(r)/r) \geq 0$, что дает:

$$b(r_0) = r_0, \quad b'(r_0) < 1, \quad b(r) < r. \quad (22)$$

Сравнивая метрику (4) и используемую здесь метрику (3), и учитывая выражение (15) и введенные безразмерные переменные из (17), находим:

$$\frac{b(r)}{r} = \frac{2GMu}{r} \Rightarrow \frac{b(\xi)}{\xi} = 2\sigma(n+1) \frac{v}{\xi}. \quad (23)$$

Отсюда, учитывая, что $b(\xi_0)/\xi_0 = 1$ (см. выше), получим следующее граничное условие:

$$v_0 \equiv v(\xi_0) = \frac{1}{2\sigma(n+1)} \xi_0. \quad (24)$$

Эти условия такие же, как и в безмассовом случае, рассмотренном в статье [15]. Как и в том случае, в рассматриваемой здесь задаче при $\xi \rightarrow \xi_0$ выражение

$$\left[1 - 2\sigma(n+1) \frac{v}{\xi} \right] \rightarrow 0. \quad (25)$$

Это приводит к появлению малого параметра при старших производных в уравнениях (18) и (20), что, вообще говоря, соответствует появлению сингулярностей в решении. Чтобы избежать этого, будем, прежде всего, стартовать численное решение в окрестности $\xi = \xi_0$, разлагая здесь функцию v в ряд Тэйлора:

$$v(\xi) = v_0 + v_1(\xi_0)(\xi - \xi_0). \quad (26)$$

Чтобы обеспечить регулярность решений уравнения (18), необходимо предположить, что одновременно с реализацией условия (25) правая сторона уравнения (18) также стремится к нулю. Исходя из этого требования и используя уравнение (26), можно получить следующее выражение для v_1 :

$$v_1 = \xi_0^2 \left[f\theta_0^n (1 - \sigma\theta_0) + 2\tilde{V}_0 - \frac{v_0}{\xi_0^3} \right], \quad (27)$$

где \tilde{V}_0 есть значение потенциальной энергии \tilde{V}

в точке $\xi = \xi_0$.

В качестве примера рассмотрим случай с потенциальной энергией типа мексиканской шляпы. В работах [3, 4] было показано, что для духовых полей с указанным потенциалом существуют регулярные решения. Здесь мы продемонстрируем, что при включении в рассмотрение политропной жидкости также имеются регулярные статические решения. Для этого выберем потенциальную энергию

в виде [3, 4]:

$$V = -\frac{1}{2} \left(\frac{m_\varphi}{\lambda} \right)^2 (1 - \lambda_\varphi^2 \varphi^2)^2,$$

где $m_\varphi, \lambda_\varphi$ - константы. В используемых в этой статье безразмерных переменных этот потенциал примет вид:

$$\tilde{V} = -\tilde{V}(0) (1 - \Lambda^2 \phi^2)^2, \quad (28)$$

где $\Lambda^2 = \lambda_\varphi^2 \sigma(n+1)/(4\pi G)$ - безразмерная константа, а $\tilde{V}(0) = (m_\varphi/\lambda_\varphi)^2/(2\rho_c)$ - значение потенциала в локальном минимуме при $\phi_{min} = 0$. Максимумы этого потенциала будут находиться в точках $\phi_{max} = \pm 1/\Lambda$. Асимптотически при $\xi \rightarrow \infty$ решение должно стремиться в один из этих максимумов.

Подставляя потенциал (28) в систему уравнений (18)-(20) и используя граничные условия (21) для θ , (26) с учетом (24) и (27) для v , ищутся численные решения указанной системы уравнений. При этом необходимо, чтобы плотность жидкости $\theta(\xi)$ была достаточно быстро падающей с ростом ξ , как это и должно быть для обычной звезды. Также требуется обеспечить конечность выражения $[1 - 2\sigma(n+1)v/\xi]\phi'^2$, входящего в полную плотность \mathcal{E} системы, см. уравнение (30) ниже. Можно показать, что начальное значение производной ϕ'_i может стремиться к бесконечности при $\xi \rightarrow \xi_0$. Однако поскольку в этом пределе выражение в квадратных скобках стремится к 0 [см. ур. (25)], то возможно, что неопределенность типа $0 \cdot \infty$ даст конечно значение.

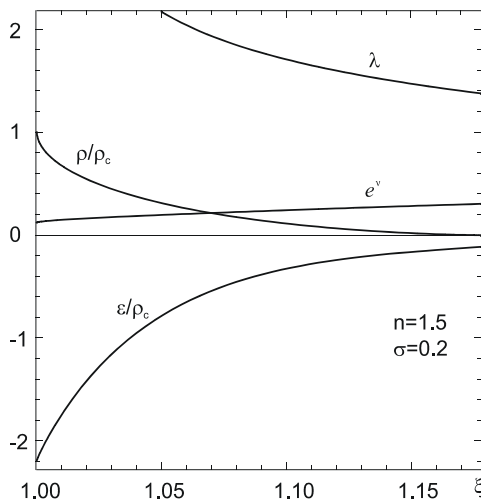


Рисунок 1. Графики решений системы (18)-(20) с потенциалом (28) с $\tilde{V}(0)=1$ и $\Lambda \approx 1.36004068$. Показаны графики метрических функций $g_{tt} = e^v$, $\log g_{rr} = \lambda$, плотности жидкости ρ и полной плотности \mathcal{E} из (30)

для показателя политропы $n=1.5$. Точка, где $\rho=0$, соответствующая границе жидкости, расположена при $\xi_b \approx 1.178$. Для обеспечения асимптотической плоскостности решений, т.е. $e^v, e^\lambda \rightarrow 1$ при $\xi \rightarrow \infty$, значение константы v_c должно быть выбрано как $v_c \approx -2.1$.

Пример такого численного решения, удовлетворяющий указанным выше требованиям, представлен на рис. 1. В этом примере не учитывается прямое взаимодействие между скалярным полем и жидкостью (т.е. $f=1$), а показатель политропы выбран как $n=1.5$ с параметром $\sigma=0.2$. Численные решения мы стартуем в окрестности точки ξ_{i0} при $\xi_i = \xi_0 + \delta$ (для счета мы выбирали $\delta=10^{-9}$) из локального минимума потенциала (28) с $\phi_{min}=0$ с начальной производной $\phi'_i=370$. Численный анализ показывает, что решение очень чувствительно к значению начальной производной ϕ'_i : небольшое ее уменьшение приводит к сильному уменьшению размеров конфигурации. С другой стороны, незначительное увеличение ϕ'_i приводит к смене знака производной $d\theta/d\xi$ в уравнении (18), что соответствует увеличению θ с ростом ξ , что, естественно, не является физически приемлемым. Асимптотически при $\xi \rightarrow \infty$ эти решения стремятся к максимуму $\phi_{max}=1/\Lambda$. Значение параметра Λ , будучи собственным значением для задач с потенциалом типа мексиканской шляпы, равно $\Lambda \approx 1.36004068$ при используемых здесь значениях остальных параметров и граничных условий. При этом, как это и должно быть в задачах на собственные значения, регулярные во всем пространстве решения существуют лишь при данном значении Λ .

На рис. 1 представлены следующие графики: метрических функций $g_{tt} = e^v$, $g_{rr} = e^\lambda$; распределения плотности жидкости ρ и полной плотности $\mathcal{E} \equiv T_0^0$ системы «скалярное поле плюс жидкость» (ρ и \mathcal{E} измеряются в единицах центральной плотности ρ_c). Для построения этих графиков были использованы следующие выражения: для e^v - выражение (14); для e^λ , используя безразмерные переменные (17), имеем из уравнения (15):

$$e^\lambda = \left[1 - 2\sigma(n+1) \frac{v}{\xi} \right]^{-1}. \quad (29)$$

Отметим, что это выражение стремится к бесконечности при $\xi = \xi_0$ (см. обсуждение выбора граничных условий выше).

Для \mathcal{E} , используя (11), (17), (28) и (29), имеем следующее выражение:

$$\begin{aligned} \varepsilon \equiv T_0^0 &= f\rho - \frac{1}{2}e^{-\lambda}\dot{\phi}^2 + V(\phi) = \\ &= \rho_c \left\{ f\theta^n - \frac{1}{2} \left[1 - 2\sigma(n+1) \frac{v}{\xi} \right] \dot{\phi}^2 - \right. \\ &\quad \left. - \tilde{V}(0) \left[1 - \Lambda^2 \phi^2 \right]^2 \right\}. \end{aligned} \quad (30)$$

Системы уравнений (18)-(20) может быть использована для определения полной массы исследуемой конфигурации. Для сферически-симметричной метрики (4) функция $b(r)$ связана с эффективной массой $m(r)$ внутри радиуса r следующим образом [2, 10, 11]:

$$m(r) = b(r)/2 = r_0/2 + 4\pi \int_{r_0}^r \varepsilon(x)x^2 dx.$$

Здесь константа интегрирования выбрана таким образом, чтобы обеспечить равенство $b(r_0) = r_0$ (см. условия (22)), а $\varepsilon(x)$ берется из уравнения (30). Используя формулы (17) и (23), можно ввести безразмерную функцию

$$B(\xi) \equiv Ab = 2\sigma(n+1)v(\xi),$$

определяющую безразмерную текущую массу конфигурации как $M(\xi) = B(\xi)/2$. Тогда асимптотическое значение $\lim_{\xi \rightarrow \infty} M(\xi) = M_\infty$ соответствует полной массе конфигурации. Для случая, представленного на рис. 1, полная масса будет $M_{n=1.5} \approx 0.435$. Т.е., несмотря на нарушение условий энергодоминантности и наличия отрицательной плотности энергии, полная масса конфигурации остается положительной.

4 Выводы

В статье продолжено рассмотрение модели «кротовая нора плюс звезда», начатое в работе [15]. Такая конфигурация предполагает, что в центре обычной звезды может присутствовать экзотическая материя с нарушенными условиями энергодоминантности. В качестве такой экзотической материи нами выбирается духовое скалярное поле с отрицательным знаком перед кинетическим слагаемым в лагранжиане (1). В отличие от работы [15], где исследуется модель с безмассовым скалярным полем, здесь мы включили в рассмотрение потенциальное слагаемое $V(\phi)$. Используя указанный потенциал, численно были найдены регулярные статические решения, представленные на рис. 1. При этом в качестве вещества звезды выбирается политропная жидкость с уравнением состояния (10) или (12). Показатель политропы n выбирался равным $n = 1.5$, поскольку, как известно из теории нерелятивистских звезд, при $n < 3$ такие звезды являются заведомо стабильными [17]. Получающиеся при этом статические решения являются регулярными только при определенном (собственном) значении параметра Λ из потенциала

(28). По мере роста безразмерной радиальной координаты ξ плотность обычной материи θ уменьшается до нуля при некотором граничном значении $\xi = \xi_b$. Это значение радиальной координаты можно рассматривать как границу обычного вещества. С точки зрения удаленного наблюдателя это и будет видимая граница звезды.

Сравнивая полученные в этой статье результаты с результатами из статьи [15] для случая с безмассовым духовым скалярным полем видно, что включение потенциальной энергии типа мексиканской шляпы (28) привело к уменьшению размеров статической конфигурации с индексом политропы $n = 1.5$ и параметром $\sigma = 0.2$. Это обуславливается наличием в системе дополнительной отрицательной составляющей, связанной с потенциальной энергией, входящей в уравнение (18) и обеспечивающей более быстрое падение плотности жидкости θ , и, соответственно, уменьшение размеров звезды.

Литература:

- [1] J. A. Wheeler, Phys. Rev. 97, 511 (1955).
- [2] M.S. Morris and K.S. Thorne, Am. J. Phys. 56, 395 (1988); M.S. Morris, K.S. Thorne and U. Yurtsever, Phys. Rev. Lett. 61, 1446 (1988).
- [3] T. Kodama, Phys. Rev. D 18, 3529 (1978).
- [4] T. Kodama, L.C.S. de Oliveira, and F.C. Santos, Phys. Rev. D19, 3576 (1979).
- [5] P. K. F. Kuhfittig: "Some remarks on exact wormhole solutions," arXiv:1001.0381 [gr-qc]
- [6] L. X. Li, J. Geom. Phys. 40, 154 (2001)
- [7] C. Armendariz-Picon, Phys. Rev. D65, 104010 (2002) [arXiv:gr-qc/0201027].
- [8] S. V. Sushkov and S. W. Kim, Class. Quant. Grav. 19, 4909 (2002) [arXiv:gr-qc/0208069].
- [9] F. S. N. Lobo, Phys. Rev. D71, 084011 (2005).
- [10] S. V. Sushkov, Phys. Rev. D71, 043520 (2005) [arXiv:gr-qc/0502084].
- [11] M. Visser, "Lorentzian wormholes: From Einstein to Hawking." - Woodbury, New York, 1996. - 412 p.
- [12] J. L. Tonry *et al.* [Supernova Search Team Collaboration], Astrophys. J. 594, 1 (2003) [arXiv:astro-ph/0305008].
- [13] U. Alam, V. Sahni, T. D. Saini and A. A. Starobinsky, Mon. Not. Roy. Astron. Soc. 354, 275 (2004) [arXiv:astro-ph/0311364].
- [14] N. S. Kardashev, I. D. Novikov and A. A. Shatskiy, Int. J. Mod. Phys. D16, 909 (2007) [arXiv:astro-ph/0610441].
- [15] V. Dzhunushaliev, V. Folomeev, B. Kleihaus and J. Kunz, JCAP 1104, 031 (2011) [arXiv:1102.4454 [astro-ph.GA]].
- [16] H. Farajollahi and A. Salehi, Int. J. Mod. Phys. D19, 621 (2010) [arXiv:1004.3508 [gr-qc]].
- [17] K.P. Stanukovich, *Unsteady flows of continuous medium*, Nauka, Moscow, 1971. (In Russian.)
- [18] Ya. B. Zel'dovich, I. D. Novikov, *Theory of gravitation and evolution of stars*, Nauka, Moscow, 1971. (In Russian.)
- [19] R. Tooper, Astrophys. J. 140, 434 (1964).

Рецензент: к.ф.-м.н. Асаналиева Г.Б.