Зулпуев А.М., Насыров М.Т.

МЕТОД СОСРЕДОТОЧЕННЫХ ДЕФОРМАЦИЙ В РАСЧЕТАХ ЖЕЛЕЗОБЕТОННЫХ КОНСТРУКЦИЙ В МОНОЛИТНЫХ МНОГОЭТАЖНЫХ ЗДАНИЙ

A.M. Zulpuev, M.T. Nasyrov

METHOD LUMPED STRAIN IN THE CALCULATIONS CONCRETE STRUCTURES IN A MONOLITHIC MULTI-STOREY BUILDINGS

УДК: 624.012.45

В статье рассмотрены вопросы: предпосылки возникновения вопроса о влиянии распора на работу статически неопределимых систем; выявление резервов прочности, путем уточнения расчетных схем и методов на основе учета характера и особенностей фактической работы сборных плоских плит в системе здания.

This article considers the followinq problems: preconditions of arisinq the question on the influence of the unstitched support on the work of statically undefined systems; findinq the reserves of durability by clarification the calculating schemes and methods taking into consideration the character and peculiarities of the factual work of the combined flat slab in the building system.

В настоящее время важнейшей задачей социально-экономического развития страны, является программа, разработанная правительством по решению жилищной проблемы. Одним из новых перспективных направлений, является, сборно-монолитное домостроение. Применение сборно-монолитного железобетона по сравнению с полным монолитным резко снижает трудоемкость производства работ на строительной площадке, исключается работа по устройству поддерживающей опалубки. Такая сборно-монолитная конструкция при возведении статически неопределимых систем позволяет довольно просто обеспечить пространственную жесткость здания или сооружения в целом, сократить сроки строительства по сравнению с полным монолитом в несколько раз, снизить трудоемкость производства работ порядка в 2 раза.

Особое значение монолитный железобетон имеет при его сочетании в комбинированных системах с другими конструкциями. Самой распространенной схемой такого сочетания является комбинация: стены из монолитного железобетона и сборные железобетонные конструкций, при этом образуется статически неопределимая расчетная схема.

Известно, что ограничение горизонтального смещения нижней зоны опорных сечений в различных балочных железобетонных конструкциях приводит к возникновению распора. Он оказывает влияние не только на работу основной конструкции, но и на работу примыкающих к ней конструкций, вызывая в них дополнительные усилия. Распор не только повышает несущую способность железобетонных конструкций, но и снижает его деформативность в предельной стадии. Если горизонтальное смещение в нижней зоне опорного сечения ограничено, распор может возрастать после образования шарнира пластичности. Являясь статически неопределимой системой, здание, в котором сочетаются монолитные стены и сборные железобетонные конструкций, являет собой яркий пример работы железобетонных конструкций в своей плоскости с возникновением распора.

В данной работе актуальность заключается в необходимости снижения металлоемкости железобетонных конструкций за счет эффекта распора и создания методики расчета железобетонных конструкций, опертых по контуру в монолитных многоэтажных зданиях, на основе метода сосредоточенных деформаций, учитывающие реальные диаграммы деформирования бетона и арматуры, при различных загружениях.

Проведенный анализ показывает, что расчетные схемы и методы, применяемые в настоящее время для железобетонных конструкций, весьма приближенно учитывают реальную работу железобетона и условия закрепления по контуру. Расчет железобетонных конструкций, объединенных податливыми связями, может выполняться методом сосредоточенных деформаций [1, 2, 3, 4, 5].

В настоящей работе формируется плоско-изгибная расчетная модель для сборной железобетонной конструкций, опертой по контуру, в монолитных многоэтажных зданиях.

Особенности расчета железобетонных конструкций с учетом нелинейной работы элементов, в отличие от упругой постановки задачи, заключается в формировании матрицы жесткости, где появляются дополнительные побочные элементы. Эти элементы отражают взаимное влияние продольных сил, изгибающих и крутящих моментов, действующих по плоскостям сосредоточенных деформаций.

В то же время следует сказать, что элементы матрицы нелинейные, что объясняется неупругими деформациями бетона и арматуры.

В любой точке плоско и изгибно-напряженного элемента соотношение между нормальными (σ_x и σ_z) и касательными ($\tau_{x,z}$, $\tau_{y,z}$, $\tau_{z,x}$, $\tau_{y,x}$) напряжениями и соответствующими деформациями можно выразить (рис. 1)

$$\begin{aligned}
&\sigma_z = D'_z(\varepsilon_z, \varepsilon_x, \gamma_{xz}, \gamma_{yz})\cdot\varepsilon_z;\\
&\tau_{xz} = D'_{xz}(\gamma_{xz}, \varepsilon_z, \varepsilon_x, \gamma_{yz})\cdot\gamma_{xz};\\
&\tau_{yz} = D'_{yz}(\gamma_{yz}, \varepsilon_z, \varepsilon_x, \gamma_{yz})\cdot\gamma_{yz};\\
&\sigma_x = D'_x(\varepsilon_x, \varepsilon_y, \gamma_{zx}, \gamma_{yx})\cdot\varepsilon_x;\\
&\tau_{z,x} = D'_{zx}(\gamma_{zx}, \varepsilon_x, \varepsilon_y, \gamma_{yx})\cdot\gamma_{zx};\\
&\tau_{yx} = D'_{yx}(\gamma_{yx}, \varepsilon_x, \varepsilon_y, \gamma_{zx})\cdot\gamma_{yx}.
\end{aligned} \qquad (1)$$

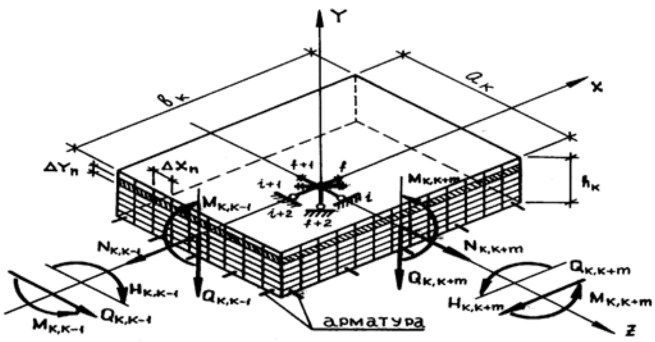

Рис. 1. Железобетонная конструкция, расчетная схема по методу сосредоточенных деформаций

где: D' – секущие модули "одноосного" деформирования, являющиеся сложными функциями составляющих деформаций, входящих в круглых скобках.

Для арматуры зависимость «σ_s – ε_s» принимается одноосной, без учета объемного напряженно-деформированного состояния

$$\sigma_s = E'_s\cdot\varepsilon_s \qquad (2)$$

где: E'_s - секущий модуль деформаций арматуры.

Деформирование элементов метода сосредоточенных деформаций примем таким, которое позволяет наиболее просто, и вместе с тем с практической точки зрения, обеспечить достаточную точность: в пределах каждой стороны элемента метода сосредоточенных деформаций в направлении координатных осей справедлив закон плоских сечений; поперечные и сдвиговые деформации принимаются постоянными (усредненными) по каждой из сторон элемента метода сосредоточенных деформаций.

На основании вышеизложенного взаимосвязь между перемещениями и деформациями для каждой грани к -го элемента запишем в общем виде

$$\{\varepsilon\}_k = [L]^{-1}{}_k \cdot \{\upsilon\}_k \qquad (3)$$

где: $\{\varepsilon\}_k$ – вектор осевых и сдвиговых деформаций;

$[L]^{-1}{}_k$ – геометрическая матрица (матрица размеров);

$\{\upsilon\}_k$ – вектор перемещений граней в изгибном и плоском напряженных состояниях.

С учетом (3) формула (1) примет вид

$$\{\sigma\}_k = [D]'_k\cdot[L]^{-1}{}_k\cdot\{\upsilon\}_k \qquad (4)$$

Внутренние силы по граням к -го элемента можно выразить через напряжение так:

$$\{F\}_k = [S]_k\cdot[D]'_k\cdot[L]^{-1}{}_k\cdot\{\upsilon\}_k \qquad (5)$$

или учитывая, что

$$[S]_k\cdot[D]'_k\cdot[L]^{-1}{}_k = [K]_k \qquad (6)$$

Получим

$$\{F\}_k = [K]_k\cdot\{\upsilon\}_k \qquad (7)$$

где: $[K]_k$ – матрица жесткости к-го элемента, составляющие которой представляют собой внутренние силы при единичных перемещениях граней.

Уравнения типа (7) записываются для всех элементов метода сосредоточенных деформаций, окружающих к-й элемент. Тогда для (к-*m*) -го элемента имеем

$$\{F\}_{k-m} = [K]_{k-m}\cdot\{\upsilon\}_{k-m} \qquad (8)$$

Решая соотношения (7) и (8) относительно перемещений, получим

$$\{\upsilon\}_k = \{F\}_k\cdot[B]_k \qquad (9)$$

$$\{\upsilon\}_{k-m} = \{F\}_{k-m}\cdot[B]_{k-m}$$

Здесь $[B]_k$ и $[B]_{k-m}$ – матрицы податливости к-го и (к- *m*) -го элементов соответственно.

Суммируя одноименные перемещения по смежным граням к -го и (к-m) -го элементов получим

$$\{\upsilon\}_k + \{\upsilon\}_{k-m} = ([B]_k + [B]_{k-m})\cdot\{F\}_{k-m}$$

(10)

или

$$\{F\}_{k,k-m} = [K]_{k,k-m}\cdot\{\Delta\upsilon\}_{k,k-m}$$

где: $\{F\}_{k,k-m} = \{F\}_{k-m,k}$ - вектор внутренних сил по линии сосредоточенных деформаций между к -м и (к-*m*) -м элементами;

$\{\Delta\upsilon\}_{k,k-m}$ - взаимные смещения смежных граней к -го и (к-m) -го элементов;

$[K]_{k,k-m}$ - матрица элементов внутренней жесткости к -го элемента.

Перейдем к подробному рассмотрению общих соотношений (1-10).

Рассмотрим железобетонный конструкций метода сосредоточенных деформаций (рис. 1), внутренние силы по граням которого образуют вектор $\{F\}_k$ нормальные сечения по каждой из граней будем рассматривать в дискретной форме. Для вертикальных сечений к-го элемента на основании формулы (3) установим взаимосвязь между перемещениями и деформациями.

Например, для к, к-*m* -й грани конструкций будем иметь в точке с координатной

$x_{b(k,k\text{-}m)}$ и $y_{b(k,k\text{-}m)}$

$$\varepsilon_z = \omega_{k,k\text{-}m}/a_{k,k\text{-}m} - (\varphi_{k,k-m}\cdot x_{b(k,k\text{-}m)})/a_{k,k\text{-}m} - $$
$$- (\beta_{k,k\text{-}m}\cdot y_{b(k,k\text{-}m)})/a_{k,k\text{-}m}$$

$$\gamma_{zx} = u_{k,k\text{-}m}/a_{k,k\text{-}m} + (\alpha_{k,k\text{-}m}\cdot y_{b(k,k\text{-}m)})/a_{k,k\text{-}m} \qquad (11)$$
$$\gamma_{yx} = u_{k,k\text{-}m}/a_{k,k\text{-}m}$$

Используя формулы (11), запишем выражение для нормальных и касательных напряжений по к,к-*m* – й грани

$$\sigma_{z,b(k,k\text{-}m)} = E'_{b(k,k\text{-}m)}\cdot\{\omega_{k,k\text{-}m}/a_{k,k\text{-}m} -$$
$$- (\varphi_{k,k\text{-}m}\cdot x_{b(k,k\text{-}m)})/a_{k,k\text{-}m} - (\beta_{k,k\text{-}m}\cdot y_{b(k,k\text{-}m)})/a_{k,k\text{-}m}$$

$$\tau_{zx,b(k,k\text{-}m)} = G'_{b(k,k\text{-}m)}\cdot\{u_{k,k\text{-}m}/a_{k,k\text{-}m} +$$
$$+ (\alpha_{k,k\text{-}m}\cdot y_{b(k,k\text{-}m)})/a_{k,k\text{-}m}\}$$

$$\tau_{zy,b(k,k\text{-}m)} = G'_{b(k,k\text{-}m)}\cdot(u_{k,k\text{-}m}/a_{k,k\text{-}m}) \qquad (12)$$

Здесь $E'_{b(k,k\text{-}m)}$ и $G'_{b(k,k\text{-}m)}$ – секущие модули деформаций и сдвига бетона;

где: $E'_b = \nu\cdot E_b$; $\nu = \mathring{a}^{m\times(\varepsilon/\hat{\varepsilon})^{-m}-1}$;

$$m = ln(R_{\hat{a}}/\mathring{A}_{\hat{a}}\times\hat{\varepsilon}).$$

Таким же образом можно записать соотношения для арматурного стержня на грани (к, к-*m*) – й грани

$$\sigma_{z,s(k,k\text{-}m)} = E'_{bs(k,k-m)}\cdot\{\omega_{k,k-m}/a_{k,k-m} -$$
$$- (\varphi_{k,k-m}\cdot x_{s(k,k-m)})/a_{k,k-m} - (\beta_{k,k-m}\cdot y_{s(k,k-m)})/a_{k,k-m}$$
$$\tau_{zx,s(k,k\text{-}m)} = G'_{s(k,k-m)}\cdot\{u_{k,k\text{-}m}/a_{k,k-m} + (\alpha_{k,k-m}\cdot y_{s(k,k-m)})/a_{k,k-m}\}$$
$$\tau_{zy,s(k,k\text{-}m)} = G'_{s(k,k-m)}\cdot(u_{k,k\text{-}m}/a_{k,k-m}) \qquad (13)$$

Учитывая дискретную схему для (к, к-*m*) -ой грани, запишем выражения для равнодействующих для внутренних сил по этой грани [4, 5]

$$N_{k,k\text{-}m} = \eta_{k,k\text{-}m}\cdot\omega_{k,k\text{-}m} - \lambda_{k,k\text{-}m}\cdot\varphi_{k,k\text{-}m} - \varepsilon_{k,k\text{-}m}\cdot\beta_{k,k\text{-}m}$$
$$M_{k,k\text{-}m} = -\lambda_{k,k\text{-}m}\cdot\omega_{k,k\text{-}m} + \omega_{k,k\text{-}m}\cdot\varphi_{k,k\text{-}m} + \varepsilon_{k,k\text{-}m}\cdot\beta_{k,k\text{-}m}$$
$$Q_{k,k\text{-}m} = \xi_{k,k\text{-}m}\cdot u_{k,k\text{-}m} + \nu_{k,k\text{-}m}\cdot\alpha_{k,k\text{-}m} \qquad (14)$$
$$M_{k,k\text{-}m} = -\lambda_{k,k\text{-}m}\cdot\omega_{k,k\text{-}m} + \varepsilon_{k,k\text{-}m}\cdot\varphi_{k,k\text{-}m} + \omega_{k,k\text{-}m}\cdot\beta_{k,k\text{-}m}$$
$$H_{k,k\text{-}m} = \nu_{k,k\text{-}m}\cdot u_{k,k\text{-}m} + \psi_{k,k\text{-}m}\cdot\alpha_{k,k\text{-}m}$$
$$Q_{k,k\text{-}m} = \xi_{k,k\text{-}m}\cdot u_{k,k\text{-}m}$$

В формулах (14) сомножители перед перемещениями являются элементами матрицы жесткости сечения (к, к-*m*) $[Э]_{k,k\text{-}m}$– Составляющие этих матриц представляют собой усилие на грани (к,к-*m*) при единичном ее перемещении при принятых законах перемещений. Соотношение (14) можно представить в матричном виде, используя уравнения равновесия для нормального сечения

$$\{F\}_{k,k\text{-}m} = [Э]_{k,k\text{-}m}\cdot\{\lambda\}_{k,k\text{-}m} \qquad (15)$$

где: $\{F\}_{k,k\text{-}m}$ – вектор внутренних усилий в сечении (к,к-*m*);

$[Э]_{k,k-m}$ – матрица жесткости этого же сечения;

$\{\lambda\}_{k,k-m}$ – вектор соответствующих деформаций;

$(N_z, M_y, Q_x, M_x, H_z, Q_y)_{k,k\text{-}m}$ – внутренние усилия, действующие в (к, к-*m*) – м сечении;

ε_z – продольная деформация оси Z;

$k_x - k_y$ – кривизна этой же оси;

$\gamma_x - \gamma_y$ – усредненный сдвиг по сечению плиты;

ρ_z – кривизна оси Z.

Аналогичные выражения для усилий можно записать и для других граней. Таким образом, для сечений железобетонных конструкций установлена взаимосвязь между внутренними силами и соответствующими деформациями, которая в общем виде запишется для к -го элемента

$$\{F\} = [Э]\cdot\{\lambda\} \qquad (16)$$

На основании вышеизложенного взаимосвязь между внутренними силами и перемещениями граней элементов метода сосредоточенных деформаций можно записать в виде

$$\{F\} = [K]\cdot\{\lambda\}\cdot\{L\} \qquad (17)$$

где: $[K]$ – элементная матрица жесткости;

$\{L\}$ – вектор расстояний от точек закреплений элементов связями метода перемещений до соответствующих граней.

Из уравнении (16) и (17) получим

$$[K] = [Э]\cdot\{L\}^{-1} \qquad (18)$$

Сравнивая формулы (7) и (18) можно записать что

$$\{\lambda\}\cdot\{L\} = \{\upsilon\} \qquad (19)$$

Тогда из (17) окончательно имеем

$$\{F\} = [K]\cdot\{\upsilon\} \qquad (20)$$

Зная элементную матрицу жесткости [K], можно построить матрицу внутренней жесткости комплексных связей $[K]_k$, элементы которой означают внутренние силы по плоскостям сосредоточенных деформаций при единичном смещении соседних элементов в направлении связей метода сосредоточенных деформаций.

Например, блочная матрица внутренней жесткости по плоскости сосредоточенных деформаций, разделяющей к -й и (к-m) -й элементы МСД, $[K]_{k,k-m}$ имеет вид

$$[K]_{k,k-m} = [[Э]^{-1}_{k,k-m} + [Э]^{-1}_{k-m,k}]^{-1} \qquad 21)$$

Локальная матрица равновесия $[A]_k$ для типового к -го элемента состоит из коэффициентов при внутренних силах, которые действуют непосредственно на него. С учетом взаимодействия смежных элементов строится и глобальная матрица [A] системы. Матрица [A] будет иметь прямоугольной формы при полной заделке по контуру с размерами 6·m·n·6·n·(m+1)·(n+1). Перемножением матриц [A], [K] и $[A]^т$ получаем матрицу внешней жесткости всей системы [R], элементами которой будут полные реакции в связях метода перемещений от единичных смещений элементов метода сосредоточенных деформаций. На стадии разработки программ для электронно-вычислительной машине, в которых автоматизируется процесс составления и перемножения матриц [A], [K] и $[A]^т$ с одновременным формированием системы метода перемещений, целесообразно иметь в явном виде локальную матрицу внешней жесткости $[R]_k$ для типового элемента к -го элемента метода сосредоточенных деформаций. С этой целью выполним перемножение матриц $[A]_k$, $[K]_k$ и $[A]^т_k$ и получим матрицу $[R]_k$;

Далее рассмотрим порядок выполнения расчета железобетонных конструкций в целом, с учетом особенности формирования нелинейной матрицы внутренней жесткости по плоскостям сосредоточенных деформаций.

Во-первых, составляется расчетная модель исходной конструктивной схемы; назначаются плоскости сосредоточенных деформаций; устанавливаются граничные условия; составляется схема нагрузок; определяются параметры системы уравнений метода перемещений.

Задаются геометрические и физические характеристики элементов метода сосредоточенных деформаций, т.е. классы бетона и арматуры, их размеры сечения, диаграммы деформирования для бетона и арматуры «σ – ε».

В зависимости от формы поперечных сечений элементов метода сосредоточенных деформаций, и особенностей армирования принимается схема дискретизации по вертикальным и горизонтальным плоскостям сосредоточенных деформаций. При этом учитывалось, что в местах нахождения арматуры ширины бетонных полос равнялись диаметру стержней, а соответствующая площадь исключалась из бетонного сечения (рис. 1).

Во-вторых, в решении задачи является формирование коэффициентов уравнений равновесия [A]; вектора узловых нагрузок [P], матриц внутренней жесткости $[K]_k$ элементов метода сосредоточенных деформаций и матриц внутренней [K] и внешней жесткости [R] всей системы для незагруженного состояния.

Далее, формируется и решается система линейных алгебраических уравнений метода перемещений типа

$$[\upsilon] = \{P\}\cdot[R]^{-1} \qquad (22)$$

Количество неизвестных в этом уравнений 6·m·n, где 6-число степеней свободы каждого элемента метода сосредоточенных деформаций, m и n – число элементов метода сосредоточенных деформаций в одном и другом направлении рассчитываемой плитной системы.

В-третьих, по полученным перемещениям $[\upsilon]$ элементов метода сосредоточенных деформаций определяются соответствующие деформации по всем плоскостям сосредоточенных деформаций.

На основе зависимостей «σ – ε» по вычисленным деформациям в бетоне ε_b и арматуре ε_s определяются соответствующие коэффициенты упругих деформации ν_b и ν_s во всех элементарных площадках A_b и A_s.

По вновь определенным секущим модулям деформаций бетона E'_b и арматуры E'_s строится новая матрица внутренней жесткости [K] и внешней жесткости [R] системы. Решение повторяется до тех пор, пока не будет достигнуто условие (24).

$$(\lambda_{i+1} - \lambda_i)/(\lambda_{i+1} + \lambda_i) \le |\beta| \qquad (24)$$

где: λ_i и λ_{i+1} – элементы вектора деформаций смежных i -ой и (i+1) -ой итерациях;

β - некоторое малое число;

Сошедшийся итерационный процесс показывает на достигнутое равновесное состояние конструкции при данных внешних силах, а если же не выполняется условие (24), то это говорит о недостаточной несущей способности системы и превращение ее в механизм, не способный удерживать в равновесии заданную нагрузку. Таким образом, проверка несущей способности железобетонной плиты перекрытия при заданных (известных) нагрузках и принятых размерах сечений и класса бетона и арматуры заканчивается.

Также может быть решена задача поиска вектора сил [R], который воспринимается сечением перед наступлением предельного состояния. Для решения этой задачи должны быть известными и заданы: геометрические параметры нормального сечения и физико-механические характеристики материалов их диаграммами.

По результатам счета также может быть оценены предельные состояния второй группы, т.е. предельные перемещения и трещиностойкость. Составляющие вектора перемещений $[\upsilon]$, полученные при соответствующих нагрузках, непосредственно могут сопоставляться с их нормируемыми значениями.

Трещиностойкость бетона растянутой зоны проверяется выполнением условия

$$\varepsilon_b \leq \varepsilon_{b,ser} \quad (25)$$

где: ε_b – деформации бетона проверяемой зоны;

$\varepsilon_{b,ser}$ – предельная растяжимость бетона для соответствующего его класса.

Ширина раскрытия образованных в бетоне трещин при заданных нагрузках проверяется по формуле

$$a_{crc} = \delta \cdot \varphi_l \cdot \eta \cdot (\sigma^*_s / E_s) \cdot 20 \cdot (3{,}5 - 100 \cdot \mu) \cdot \sqrt[3]{d} \quad (26)$$

где: δ - φ_l - η – коэффициенты применяются по п. 4.14, СниП 2.03.01-84;

σ^*_s – напряжение в стержнях;

μ – коэффициент армирования сечения;

d – диаметр арматуры, мм.

В изложенном расчете не является обязательным вычисление внутренних сил, ибо несущая способность и предельные деформации оцениваются по перемещениям, являющимися функциями диаграмм бетона и арматуры. Однако при желании внутренние силы можно получить как попутный результат, не прибегая при этом к какой-либо перестройке расчетного алгоритма.

Выводы

1. При расчетах изгибаемых железобетонных плитных элементов несущих систем следует учитывать одновременно изгибное и плосконапряженное состояния. Для таких расчетов на основе метода сосредоточенных деформаций разработаны элементы с шестью степенями свободы.

2. Предложенная методика и алгоритм расчета позволяют использовать реальные диаграммы деформирования материалов, учитывают нелинейность и неравномерность развития нормальных и касательных напряжений по высоте сечения элементов и опирания в стесненных условиях, т.е. с учетом эффекта распора.

3. По результатам исследований разработан нормативный документ «Рекомендации по проектированию сборных железобетонных плит перекрытий в зданиях с монолитными стенами» и «Руководство по применению программы для нелинейного расчета железобетонных конструкций методом сосредоточенных деформаций».

Литература

1. Додонов М.И., Зулпуев А.М. Эффект распора сборных сплошных плоских плит перекрытий в монолитных многоэтажных зданиях. - В кн.: Тезисы докладов, т. 2, Всесоюзное координационное совещание "Экономичное армирование железобетонных конструкций" сентябрь. 1990 //Фрунзе. 1990. - С. 78-80.
2. Зулпуев А.М., Султанов У. Метод сосредоточенных деформаций для расчета сборных железобетонных распорных плит перекрытий. //Научно-технический журнал. № 7-8/2004. – Ходжент. - 2004. - С. 43-53.
3. Зулпуев А.М. Влияние распора на работу статических неопределимых систем. //Научно-технический журнал «Известия». ОшТУ. № 1, 2005. – Ош. - 2005. - С. 23-25.
4. Зулпуев А.М. Расчет изгибаемых плитных элементов и систем из них с учетом нелинейной работы по методу сосредоточенных деформаций. //Научно-технический и производственный журнал «Бетон и железобетон». № 2, 2005. - Москва. - 2005 – С. 14-17.
5. Зулпуев А.М. Расчет сборных железобетонных плит перекрытий, опертых по контуру, в монолитных многоэтажных зданиях, по методу сосредоточенных деформаций. //Научно-технический журнал «Известия» ОшТУ № 4, 2005. - Ош. - 2005. - С. 31-37.

Рецензент: д.ф-м., профессор Асанов А.