МАТЕМАТИКА. ТЕХНИКА. ТЕХНОЛОГИЯ. СЕЙСМОЛОГИЯ

Карасаев И.К.

ОБОСНОВАНИЕ ЗАКОННОСТИ МЕТОДА ПОЛЯРИЗАЦИИ

I.K. Karasaev

OF LEGALITY BASIS OF THE METHOD OF POLARIZATION

УДК:517.954.3

В статье рассматривается метод поляризации и дается обоснование его законности. The article considers the method of polarization and the substantiation of the legality of his.

Здесь мы подходим к вопросу о том, насколько законны и обоснованы наши допущения при изучении нестационарных динамических систем. [1]

ТЕОРЕМА 3.9.1. Ряд

$$\sum_{q=-\infty}^{\infty} (\mu + iq)^k y_q (k = 0,1,2) \qquad (1)$$

сходится абсолютно.

Действуем слева поляризующей матрицей (множителем)

$$\lambda(\mu) = \begin{pmatrix} (\mu - iN)^2 - \alpha & \cdot & & & & \cdot & \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ & \cdot & (\mu - i(q-1))^2 - \alpha & & & \cdot & \\ & \cdot & & (\mu - iq)^2 - \alpha & & \cdot & \\ & \cdot & & & (\mu - i(q+1))^2 - \alpha & \cdot & \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ & \cdot & & & & \cdot & (\mu + iN)^2 - \alpha \end{pmatrix}$$

на матрицу

$$\begin{pmatrix} \frac{(\mu - iN)^2}{(\mu - iN)^2 - \alpha} & \cdot & \frac{a_{-N-(q-1)}}{(\mu - iN)^2 - \alpha} & \frac{a_{-N-q}}{(\mu - iN)^2 - \alpha} & \frac{a_{-N-(q+1)}}{(\mu - iN)^2 - \alpha} & \cdot & \frac{a_{-N-N}}{[\mu - iN]^2 - \alpha} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \frac{a_{(q-1)+N}}{(\mu - i(q-1))^2 - \alpha} & \cdot & \frac{(\mu - i(q-1))^2}{(\mu - i(q-1))^2 - \alpha} & \frac{a_{(q-1)-q}}{(\mu - i(q-1)^2 - \alpha} & \frac{a_{(q-1)-(q+1)}}{(\mu - i(q-1)^2 - \alpha} & \cdot & \frac{a_{(q-1)-N}}{(\mu - i(q-1))^2 - \alpha} \\ \frac{a_{q+N}}{(\mu - iq)^2 - \alpha} & \cdot & \frac{a_{q-(q-1)}}{(\mu - iq)^2 - \alpha} & \frac{(\mu - iq)^2}{(\mu - iq)^2 - \alpha} & \frac{a_{q-(q+1)}}{(\mu - iq)^2 - \alpha} & \cdot & \frac{a_{q-N}}{(\mu - iq)^2 - \alpha} \\ \frac{a_{(q+1)+N}}{(\mu - (q+1))^2 - \alpha} & \cdot & \frac{a_{(q+1)-(q-1)}}{(\mu - i(q+1))^2 - \alpha} & \frac{a_{(q+1)-q}}{(\mu - i(q+1))^2 - \alpha} & \frac{(\mu - i(q+1))}{(\mu - i(q+1))^2 - \alpha} & \cdot & \frac{a_{(q+1)-N}}{(\mu - i(q+1))^2 - \alpha} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \frac{a_{N+N}}{(\mu - iN)^2 - \alpha} & \cdot & \frac{a_{N-(q-1)}}{(\mu - iN)^2 - \alpha} & \frac{a_{N-q}}{(\mu - iN)^2 - \alpha} & \frac{a_{N-(q+1)}}{(\mu - iN)^2 - \alpha} & \cdot & \frac{(\mu - iN)^2}{(\mu - iN)^2 - \alpha} \end{pmatrix}$$

и получим матрицу

$$\begin{pmatrix} (\mu - iN) & \cdot & a_{-N-(q-1)} & a_{-N-q} & a_{-N-(q+1)} & \cdot & a_{-N-N} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ a_{(q-1)+N} & \cdot & (\mu + i(q-1))^2 & a_{(q-1)-q} & a_{(q-1)-(q+1)} & \cdot & a_{(q-1)-N} \\ a_{q+N} & \cdot & a_{q-(q-1)} & (\mu - iq)^2 & a_{q-(q+1)} & \cdot & a_{q-N} \\ a_{(q+1)+N} & \cdot & a_{(q+1)-(q-1)} & a_{(q+1)-q} & (\mu - i(q+1))^2 & \cdot & a_{(q+1)-N} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ a_{N+N} & \cdot & a_{N-(q-1)} & a_{N-q} & a_{N-(q+1)} & \cdot & (\mu + iN)^2 \end{pmatrix},$$

затем на эту матрицу справа действуем поляризующей матрицей

$$
\begin{pmatrix}
\frac{1}{(\mu-iN)^2-\alpha} & \cdot & & & \cdot \\
\cdot & \frac{1}{(\mu+i(q-1))-\alpha} & \cdot & \cdot & \cdot \\
\cdot & & \frac{1}{(\mu-iq)^2-\alpha} & & \cdot \\
\cdot & & & \frac{1}{(\mu-i(q-1))^2-\alpha} & \cdot \\
\cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \frac{1}{(\mu+iN)^2-\alpha}
\end{pmatrix}
$$

Тогда мы получим матрицу

$$
\begin{pmatrix}
\frac{(\mu-iN)^2}{(\mu-iN)^2-\alpha} & \cdot & \frac{a_{-N-(q-1)}}{(\mu-i(q-1))^2-\alpha} & \frac{a_{-N-q}}{(\mu-iq)^2-\alpha} & \frac{a_{-N-(q+1)}}{(\mu-i(q+1))^2-\alpha} & \cdot & \frac{a_{-N-N}}{[\mu+iN]^2-\alpha} \\
\cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\
\frac{a_{(q-1)+N}}{\mu-iN)^2-\alpha} & \cdot & \frac{(\mu-i(q-1))^2}{(\mu-i(q-1))^2-\alpha} & \frac{a_{(q-1Q)-q}}{(\mu-iq)^2-\alpha} & \frac{a_{(q-1)-(q+1)}}{(\mu-i(q+1))^2-\alpha} & \cdot & \frac{a_{q-N}}{(\mu+iN)^2-\alpha} \\
\frac{a_{q+N}}{(\mu-iN)^2-\alpha} & \cdot & \frac{a_{q-(q-1)}}{(\mu-i(q-1))^2-\alpha} & \frac{(\mu-iq)^2}{(\mu-iq)^2-\alpha} & \frac{a_{q-(q+1)}}{(\mu-i(q+1))^2-\alpha} & \cdot & \frac{a_{q-N}}{(\mu+iN)^2-\alpha} \\
\frac{a_{(q+1)+N}}{(\mu-iN)^2-\alpha} & \cdot & \frac{a_{(q+1)-(q-1)}}{(\mu-i(q-1))^2-\alpha} & \frac{a_{(q+1)-q}}{(\mu-iq)^2-\alpha} & \frac{(\mu-(q+1))}{(\mu-i(q+1))^2-\alpha} & \cdot & \frac{a_{(q+1)-N}}{(\mu+iN))-\alpha} \\
\cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\
\frac{a_{N+N}}{(\mu-iN)^2-\alpha} & \cdot & \frac{a_{N-(q-1)}}{(\mu-i(q-1))^2-\alpha} & \frac{a_{N-q}}{(\mu-iq)^2-\alpha} & \frac{a_{N-(q+1)}}{(\mu-i(q+1))^2-\alpha} & \cdot & \frac{(\mu+iN)}{(\mu+iN)^2-\alpha}
\end{pmatrix},
$$

q-й столбец которого имеет общий множитель $\frac{1}{(\mu-iq)^2-\alpha}$. Полученную матрицу обозначим $A_1^q(\mu)$.

Заметим, что

$$
det A_1^q(\mu)=\frac{1}{(\mu+iq)^2-\alpha}\cdot \det \bar{A}_1^q(\mu),
$$

где $det\,\bar{A}_1^q(\mu)$- определитель, из q- столбца которого вынесен общий множитель, что не нарушает нормальность бесконечных определителей, т.к.такое действие равносильно замене q-го столбца членами абсолютно сходящихся рядов

$$
\sum_{p=-\infty}^{\infty} a_{p-q}, \quad a_0=0,
$$

Декремент матрицы $\bar{A}_1^q(\mu)$ равен единица в качестве можно z^q взять алгебраические дополнения элементов **любой** строки, где хотя бы один минор был отличен от нуля [1, c.364]. Обозначив алгебраические дополнения (миноры) элементов κ-ой строки обозначим $B_k(\mu_1)$, а алгебраическое дополнение (минор) элемента, находящегося на пересечении m-ой строки и q-го столбца $B_k^q(\mu)$. При $\kappa=1$ из (1), имеем

$$
\sum_{q=-\infty}^{\infty} y_q=\sum_{q=-\infty}^{\infty} B_m^q(\mu),
$$

где ряд справа сходится абсолютно. Пусть теперь в $\kappa=1$в (1). В этом случае имеем

$$
\sum_{q=-\infty}^{\infty}(\mu+iq)y_q=\sum_{q=-\infty}^{\infty}\frac{\mu+iq}{(\mu+iq)^2-\alpha}B_m^q(\mu), \qquad (2)
$$

где

$$y_k = \frac{1}{(\mu+iq)^2-\alpha} B_m^q(\mu) -$$

алгебраические дополнения (миноры) элементов m-ой строки и q-го столбца. матрицы Ряд (2) сходится абсолютно, т.к.имеет место оценка [2].

$$\left| \frac{\mu+iq}{(\mu+iq)-\alpha} B_k^q(\mu) \le \left| B_k^q(\mu) \right| \right| ,$$

хотя бы для достаточно большого N, при котором $|q| > N$ и, кроме того, ряд

$$\sum_{q=-\infty}^{\infty} B_k^q(\mu)$$

сходится как ряд миноров (алгебраических дополнений) [1, с.346]

Итак, из (1), при $k=2$ следует, что [1, с.346]

$$\sum_{q=-\infty}^{\infty} \frac{(\mu+iq)^2}{(\mu+iq)^2-\alpha} B_k^q(\mu) = \lim_{N\to\infty} \sum_{q=-N}^{N} \frac{(\mu+iq)^2}{\underset{N\to\infty}{(\mu+iq)^2-\alpha}} B_k^q(\mu) = \sum_{q=-\infty}^{\infty} B_k^q(\mu).$$

Таким образом, все операции, выполненные в рамках данного метода являются законными.

Литература:

1.Каган В.Ф. Основания теории определителей. - Одесса: 1922. -393 с.

Рецензент: д.ф-м.н., профессор Керимбеков А.