

*Калимолдаев М.Н. Ашигалиев Д.У., Тулемисова Г.Е.*

## МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ РАСЧЕТА ПАРАМЕТРОВ КАЧЕСТВА ОБСЛУЖИВАНИЯ МУЛЬТИСЕРВИСНОЙ СЕТИ

*M.N. Kalimoldaev, D.U. Ashigaliev, G.E. Tulemisova*

## MATHEMATICAL MODEL OF CALCULATING QOS PARAMETERS MULTISERVICE NETWORK

УДК:621:03/5

*В статье рассматриваются мультисервисная сеть и ее качества обслуживания.*

*The article deals with multi-service network and quality of service.*

Пусть задана мультисервисная сеть, представляющая собой как широкополосная цифровая сеть с интеграцией служб (ЦСИС) [1]. ЦСИС позволяет свести в единую коммутационную систему множество сетевых информационных сервисов разного назначения: локальные вычислительные, компьютерные и телефонные сети, системы безопасности, видеонаблюдения и т. д. В работе предложен один из подходов к вычислению вероятностно-временные характеристик ЦСИС с использованием обходных направлений. Эти характеристики рассчитываются для заданной структуры мультисервисной сети и тяготений между парами узлов - среднее значение поступающего трафика между соответствующими парами узлов в час наибольшей нагрузки (ЧНН) и неизменного статистического плана распределения потоков. При этом, все имеющиеся в наличии каналные ресурсы сети используются абонентами компьютерной сети для передачи информации как методом коммутации каналов (КК), так и методом коммутации пакетов (КП). Разбиение пропускной способности каждого канала связи на области КК и КП приводит к разбиению всей мультисервисной сети две подсети – подсеть КК и подсеть КП.

При нахождении параметров качества обслуживания на подсети КК обычно делаются следующие допущения, определяющие наибольшую степень приближения рассматриваемой модели к реальной сети и точность расчета ее характеристик [2]:

- 1) потоки многоканальных вызовов (МВ), поступающие в сеть от удаленных абонентов на рассматриваемом интервале времени являются квазистатическими, т.е. эти потоки корректируются при изменениях, происходящих за достаточно длительный период времени;
- 2) потоки МВ являются пуассоновскими, при этом пуассоновский характер сохраняется как для избыточной, так и для пропущенной нагрузки;
- 3) система обслуживания с явными потерями и находится в состоянии статистического равновесия;
- 4) не учитываются потери в коммутационных и управляющих устройствах;
- 5) время установления соединения каждого виртуального пути равно нулю.

Исходными данными при определении параметров качества обслуживания на подсети КК являются:

- 1) структура мультисервисной сети (топологическое расположение узлов);
- 2) входная нагрузка для обслуживания в ЧНН между узлами каждой пары;
- 3) план распределения потоков подсети КК.

Пусть топологическая структура ЦСИС представляется неориентированным графом  $G = \{V; L\}$ , где  $V$  - множество коммутационных станций,  $L$  - множество каналов связи. Пусть  $N_{ik}$  - пропускную способность канала связи ( $ik$ ), которая измеряется в количестве базовых каналов, причем  $i, k \in V$  - смежные узлы. Для передачи информации в подсетях КК и КП пропускная способность канала связи разбивается на две области  $m_{ik}$  и  $n_{ik}$ , причем  $m_{ik} + n_{ik} = N_{ik}$ . Область  $m_{ik}$  используется для передачи нагрузки подсети КК, а область  $n_{ik}$  - для передачи нагрузки подсети КП. В качестве нагрузки подсети КК рассматривается поток МВ, а в качестве нагрузки подсети КП - поток пакетов. Выделение каналов в соединительных линиях для передачи МВ и пакетов моделируется системами массового обслуживания соответственно с явными потерями - для подсети КК, и с ожиданием - для подсети КП. Предполагается, что нагрузки подсетей КК и КП являются квазистатическими на некотором интервале времени.

Интенсивность внешних нагрузок подсети КК задается вектором  $R = \{r_i^{js}\}$ , где  $r_i^{js}$  - интенсивность входящих в узел  $i$  потока МВ, подлежащих передаче в узел  $j$  и требующих для обслуживания  $s$   $B$ -каналов,  $s = \overline{1, q}$ , где  $q$  - заданное число базовых каналов. Пусть  $t_i^{js}$  -  $s$ -канальная суммарная нагрузка подсети КК, передаваемая узлом  $i$  для узла-адресата  $j$ , распределение которой по исходящим направлениям задается матрицами маршрутов. Для каждого узла-адресата  $j$  строится ориентированный подграф  $G(j) = \{V(j), L(j)\}$  графа  $G$ , который отображает все допустимые (без циклов) маршруты из узлов-источников до узлов-адресатов. Пусть  $K_i(j)$  - множество упорядоченных узлов  $k$ , смежных с узлом  $i$  и образующие все направления (первого и последующих выборов) передачи МВ из узла  $i$  и предназначенных для узла  $j$ . Пусть  $B_i(j)$  - упорядоченное подмножество из  $K_i(j)$  узлов  $l$ , предшествующее направлению  $(ik)$ .

Величина обслуживаемой или избыточной нагрузки подсети КК зависит от пропускной способности  $m_{ik}$ . При этом  $m_{ik} = \sum_{j,s} m_{ik}^{js}$ , где  $m_{ik}^{js}$  - часть пропускной способности канала связи  $(ik)$ , выделяемая для обслуживания МВ для адреса  $j$ . Пусть  $h_{ik}^{js} \in [0;1]$  - вероятность обслуживания  $s$ -канального вызова канала связи  $(ik)$ , тогда

$$h_{ik}^{js} = (1 - p_{ik}^{js}) \prod_{l \in B_i(j)} p_{il}^{js},$$

где  $p_{ik}^{js} \in (0;1]$  - вероятность потерь  $s$ -канального вызова по адресу  $j$  при обслуживании его на канале связи  $(ik)$ , зависящая от величины  $m_{ik}^{js}$ .

Обозначим через  $\pi_i^{js}$  - требуемую вероятность обслуживания  $s$ -канальных вызовов от узла  $i$  до  $j$ . В работе [2] показано, что

$$\pi_i^{js} = \sum_{k \in K_i(j)} h_{ik}^{js} \pi_k^{js}, \quad (1)$$

причем  $\pi_i^{js} < \pi_k^{js}, \forall (ik) \in L(j)$ .

Величины суммарных нагрузок подсети КК удовлетворяют следующей системе линейных уравнений

$$t_i^{js} = r_i^{js} + \sum_l t_l^{js} h_{li}^{js}, \quad \forall i, j \in V(j). \quad (2)$$

Суммарная интенсивность обслуженной ветвью  $(ik)$  нагрузки подсети КК определяется по формуле

$$g_{ik} = \sum_{j,s} g_{ik}^{js} = \sum_{j,s} t_i^{js} h_{ik}^{js}. \quad (3)$$

Пусть маршрутизация пакетов для подсети КП выполняется на основе таблиц, которые задаются матрицей  $\Phi = \|\psi_{ik}^j\|$ , где  $\psi_{ik}^j$  - доля суммарной нагрузки подсети КП, предназначенная для узла-адресата  $j$  и подлежащая передаче по каналу связи  $(ik)$ . По смыслу  $\sum_k \psi_{ik}^j = 1, \psi_{ik}^j \geq 0, (ik) \in L$

Качество обслуживания подсети КП оценивается средней задержкой пакетов в сети, которая определяется по формуле

$$T = \sum_{i,k} T_{ik}(g_{ik}) \quad (4)$$

где функция  $T_{ik}$  является выпуклой и монотонно возрастающей относительно аргумента.

Задача состоит в минимизации (1) по переменным множества  $H = \{h_{ik}^{js}\}$  при выполнении условий (1)-(3). Используя метод множителей Лагранжа, получим необходимое условие оптимальности решения задачи

$$\frac{1}{\pi_i^{js}} \times \frac{\partial T}{\partial h_{ik}^{js}} \begin{cases} = \lambda_i^{js}, \text{ при } h_{ik}^{js} > 0, \\ \geq \lambda_i^{js}, \text{ при } h_{ik}^{js} = 0, \end{cases} \quad (5)$$

где  $\lambda_i^{js}$  множитель Лагранжа.

Производные функции задержки вычисляются по формулам

$$\begin{cases} \frac{\partial T}{\partial r_i^{js}} = \sum_{k \in K_i(j)} h_{ik}^{js} [T'_{ik}(g_{ik}) + \frac{\partial T}{\partial r_k^{js}}], \\ \frac{\partial T}{\partial h_{ik}^{js}} = T'_{ik}(g_{ik}) + \frac{\partial T}{\partial r_k^{js}}. \end{cases} \quad (6)$$

Достаточное условие оптимальности решения задачи (5), (1) - (4):

$$\frac{\partial T}{\partial r_i^{js}} \leq T'_{ik}(g_{ik}) + \frac{\partial T}{\partial r_k^{js}} \quad (7)$$

Построен алгоритм  $A$  вычисления оптимальных статистических характеристик качества обслуживания ЦСИС, основной принцип которого состоит в том, что для достижения минимума функции задержки  $T$  необходимо выравнять значения  $w_{ik}^{js} = \frac{1}{\pi_k^{js}} \times \frac{\partial T}{\partial h_{ik}^{js}}$  для всех исходящих из узла  $i$  направлений, у которых  $h_{ik}^{js} > 0$ . Этот процесс для направления  $(ik_l)$  строится следующим образом

$$a_{ik_l}^{js} = w_{ik_l}^{js} - w_{ik_m}^{js}, \quad (8)$$

$$\Delta_{ik_l}^{js} = \min[h_{ik_l}^{js}, \frac{\eta a_{ik_l}^{js}}{(t_i^{js})^2}], \quad (9)$$

$$h_{ik_l}^{js(1)} = \begin{cases} h_{ik_l}^{js} - \Delta_{ik_l}^{js}, & \text{при } k_l = k_m, \\ h_{ik_l}^{js} + \frac{\sum_{k, k \neq k_m} \Delta_{ik_l}^{js} \pi_k^{js}}{\pi_k^{js}}, & \text{при } k_l \neq k_m, \end{cases} \quad (10)$$

$(ik_m)$  - направление, на котором значение  $w_{ik}^{js}$  является минимальным,  $\eta$  - параметр (масштабный множитель) алгоритма  $A$ .

Пусть  $H$  - произвольное множество переменных задачи, удовлетворяющее условию  $T(H) < T_0$ , где  $T_0$  - значение средней задержки от начального множества переменных  $H_0$ . Пусть  $H_1$  - множество переменных, получаемое путем воздействия алгоритма  $A$  на множество  $H$ , то есть  $H_1 = A(H)$ . Тогда имеет место следующая теорема, которая определяет область сходимости распределенного алгоритма  $A$ .

**Теорема.** Для заданного  $T_0$  верхняя граница значения  $T_{ik}''(g_{ik})$  определяется как  $M = \max_{i,k} \max_{g: T_{ik}(g) \leq T_0} T''(g)$

Тогда для множеств переменных  $H$ , таких что  $T(H) < T_0$  и параметра

$$\eta = \frac{\mu^3}{M(n-1)^4(n+3)},$$

$$\mu = \min_{i \neq j} \pi_i^{js}$$

выполняется  $T(H_1) - T(H) \leq 0$ , где

Данная теорема определяет такой выбор масштабного множителя алгоритма, который обеспечивает отрицательность разности  $T(H_1) - T(H)$ . Этим самым, реализация каждого шага алгоритма, гарантирует обязательное убывание общей задержки по сравнению с общей задержкой, полученной на предыдущем шаге. При этом, конструкция алгоритма подобрана так, чтобы все его вычисления были завершены именно в оптимальной точке.

При пошаговой реализации алгоритма на каждом узле  $i$  формируется множество обслуженных нагрузок подсети КК  $\{g_{ik}\}$  и вычисляется (либо измеряется) величина  $T'(g_{ik})$ ,  $\forall k \in K_i(j)$ . Затем между всеми соседними узлами сети осуществляется обмен корректирующей информацией с целью вычисления по формулам (6) значений производных от функции задержки. После этого для каждого направления  $(ik)$  и адреса  $j$  определяется величина  $w_{ik}^{js}$ . На завершающем этапе шага алгоритма по формулам (8)-(10) происходит обновление множества переменных задачи оптимизации.

Представленный алгоритм квазистатического вычисления основных статистических параметров качества обслуживания ЦСИС обладает следующими достоинствами. Во-первых, он не требует аналитических зависимостей  $T_{ik}(\cdot)$ ,  $p_{ik}^{js}(\cdot)$  и измерения входных нагрузок сети. Во-вторых, сущность модели такова, что каждый узел решает локальную задачу на основе служебной информации поступающей только от смежных с ним узлов. В-третьих, построение метода на базе достаточных условий (7) и определение области сходимости алгоритма позволяет получить оптимальный расчет основных статистических параметров качества обслуживания ЦСИС, а также установить в каждом узле направления первого и последующих выборов для подсети КК.

#### Литература:

1. Боккер П. ISDN. Цифровая сеть с интеграцией служб. Понятия, методы, системы. М., Радио и связь. 1991, - 304с.
2. Под ред. акад. Глушакова В.М. Сети ЭВМ. М., Связь, 1977, с. 280.

Рецензент: д.т.н., профессор Амиргалиев Е.Н.