Пакиров С.

ОКУУЧУЛАРДЫН ЭЛЕСТӨӨЛӨРҮНДӨ КӨПТҮК ЖАНА АНЫН ЭЛЕМЕНТТЕРИНИН ОРТОСУНДАГЫ БАЙЛАНЫШТЫ ГЕОМЕТРИЯЛЫК-ШАХМАТТЫК ФИГУРАЛАР ЖАНА ГРАФИКТЕР АРКЫЛУУ КАЛЫПТАНДЫРУУ

Пакиров С.

ФОРМИРОВАНИЕ У УЧАЩИХСЯ ПРЕДСТАВЛЕНИЯ О ВЗАИМОСВЯЗИ МНОЖЕСТВЕННОСТИ И ЕЕ ЭЛЕМЕНТОВ ЧЕРЕЗ ГЕОМЕТРИЧЕСКИЕ, ШАХМАТНЫЕ ФИГУРЫ И ГРАФИКИ

S. Pakirov

FORMATION OF PUPILS HAVE REPRESENTATIONS OF THE RELATIONSHIP SET AND ITS ELEMENTS AND IN TERMS OF GEOMETRIC, CHESS PIECES AND GRAPHS

УДК: 371.3:513

В статье рассматривается формирование у школьников представлений о множестве связей и их элементов и через геометрически-шахматные фигуры и графы.

The article considers the formation of students ideas about the relationship set and its elements, and a geometrically-chess figures and graphs.

Н.Я. Виленкин [1] көптүк түшүнүгү чекит жана сандар сыяктуу эле математикалык башка түшүнүктөргө келтирилбейт жана ага аныктама берилбесин белгилеп, анын ордуна мисалдар менен түшүндүрүүнү сунуштаган.

Ал эми [2] башталгыч класстар үчүн жазылган колдонмодо, көптүк кандайдыр бир жалпы касиети бар предметтердин топтому, бирикмеси катарында, ал көптүккө кирген предметтерди анын элементи катарында эсептөөнү белгилеген.

О. Оре [3] эмгегинде графтар теориясына негизделген биринчи илимий иштер швейцариялывк математик Л. Эйлерге таандык экенин эскертет. Ошондой эле математикада графтар теориясы топологиянын бир бутагы болуп түздөн-түз, алгебра жана сандар теориясына тиешелүү болорун жана анын жардамы аркылуу көптүктөрдүн ортосундагы байланыштарды сүрөттөгө мүмкүнчүлүк берерин түшүндүрөт.

Геометриялык жалпак жана көлөмдүү фигуралар (телолор), шахмат фигуралары, ошондой эле асман телолору да өз алдынча көптүктөрдү түзүшөт.

Эгерде A_1 – үч бурчтуктар, A_2 – төрт бурчтуктар жана A_3 – көп бурчтуктар болсо, анда алар өз ара биригип А – жалпак фигураларынын көптүгүнү түзүшөт, б.а. $A=\{A_1, A_2, A_3\}$.

Ал эми B_1 – көп грандыктар, B_2 – туура көп грандыктар, B_3 – айлануудан пайда болгон фигуралар (телолор), өзүнчө В – көлөмдүү фигуралардын (телолор) көптүгүн түзүшөт, б.а. $B=\{B_1, B_2, B_3\}$.

Демек А жана В көптүктөрүнүн биригүүсү Ф – көптүгүнү беришет.

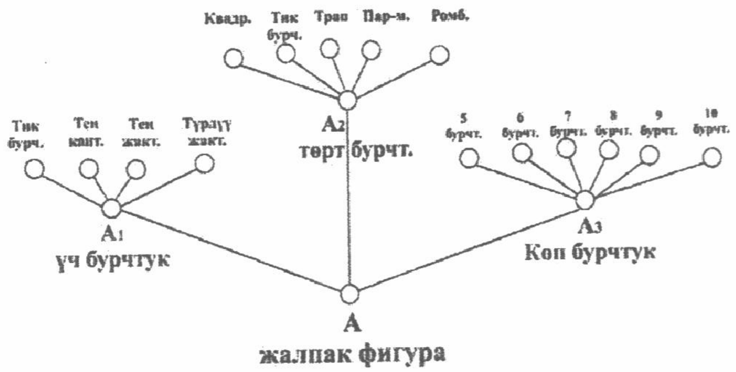
Ошондой эле С1={ладялар}, С2 = {кондор}, С3 = {слондор}, С4 = {ферздер} жана С5 = {королдоор} көптүктөрү берилип, С – шахмат фигура көптүгүнү жаратат, б.а. $C = \{C_1, C_2, C_3, C_4, C_5\}$.

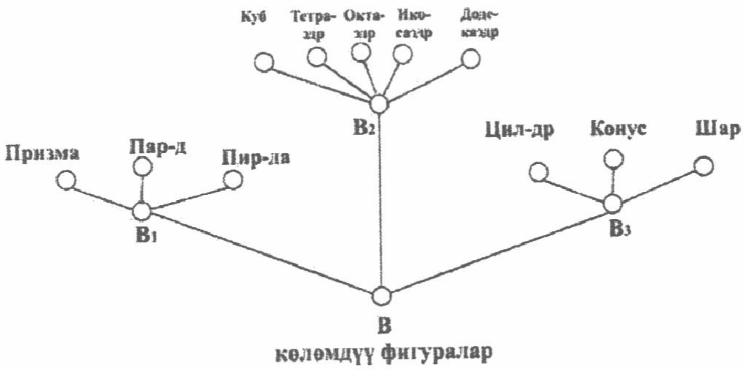
Күн системасынын плантелары шар формасындагы геометриялык телону элестетүү менен, өз алдынча планета көптүгүнү пайда кылат, б.а.

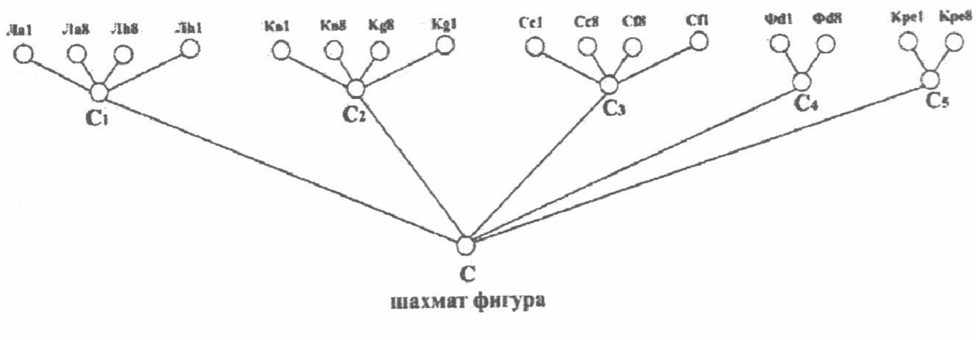
П = {Күн, Меркурий, Венера, Жер, Марс, Юпитер, Сатурн, Уран, Нептун, Плутон}.

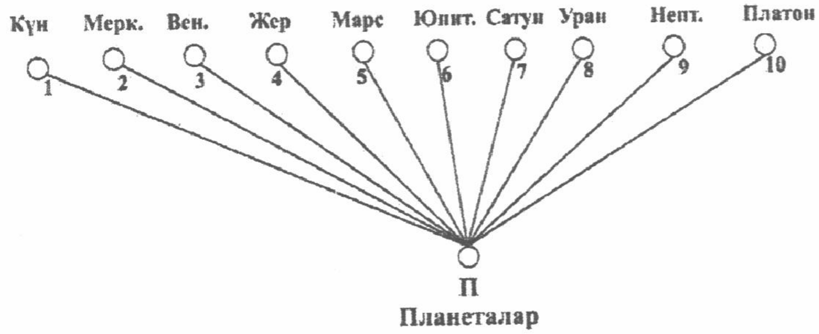
Окуучуларга мейкиндик элестөөлөрүнү калыптандыруу максатында көптүк түзүмдөрүнү, граф-дарак, б.а. бутактуу дарак формасында сүрөттөйбүз.


A1
A3
B1
B2
B3
A
B
Ф
жалпак фигура

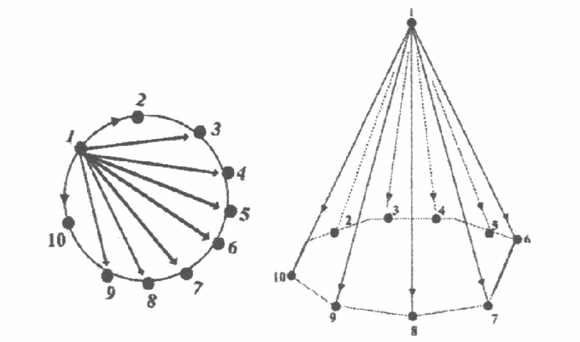

Квадр.
Тик бурч.
Трап
Пар-м.
Ромб.
Тик бурч.
Тен капт.
Тен жакт.
Туралуу жакт.
A2
төрт бурчт.
5 бурчт.
6 бурчт.
7 бурчт.
8 бурчт.
9 бурчт.
10 бурчт.
A1
үч бурчтук
A3
Көп бурчтук
A
жалпак фигура


Куб
Тетра-
Окта-
Ико-
Доде-
B2
Цил-др
Конус
Шар
Призма
Пар-д
Пир-да
B1
B3
B
көлөмдүү фигуралар


Ла1
Ла8
Лh8
Лh1
Кв1
Кв8
Кg8
Кg1
Сс1
Сс8
Сf8
Сf1
Фd1
Фd8
Кре1
Кре8
C1
C2
C3
C4
C5
C
шахмат фигура

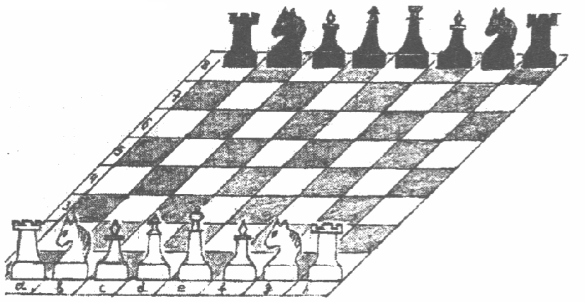

Күн
Мерк.
Вен.
Жер
Марс
Юпит.
Сатун
Уран
Непт.
Платон
1
2
3
4
5
6
7
8
9
10
П
Планеталар

Күн системасынын плантелары күндүн тегерегинде айланып, өз алдынча планеталар көптүгүн түзүшөт. Күнгө карата тартылуусун жана алардын өз ара байланышын графтар аркылуу сүрөттөйбүз.



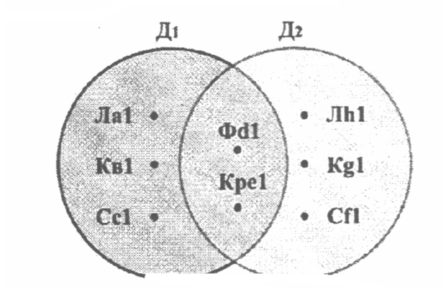
Көптүктөрдүн үстүнөн биригүү (сумма) жана кесилишүү (көбөйтүү) амалдарыны аткарууга болот. Натыйжада жаңы көптүк элементтери пайда болот.

Көптүктөрдүн үстүнөн жүргүзүлгөн амалдарды түшүндүрүүдө Эйлердин тегерегин пайдаланууга болот.



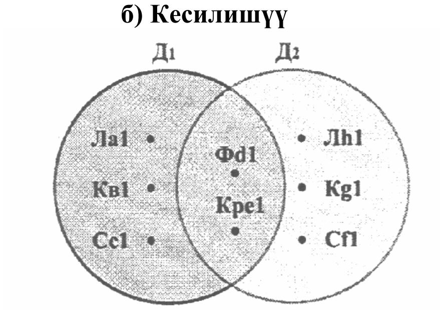
Бизге Д$_1$={Ла1, Кв1, Сс1, Фd1, Кре1}, Д$_2$ = {Фd1, Кре1, Cf1, Kg1, Дh1} жана Д = {Ла1, Кв1, Сс1, Фd1, Кре1, Лh1, Cf1, Kf1} көптүктөрү берилсин. Д$_1$ жана Д$_2$ көптүктөрүндө

а) Биригүү



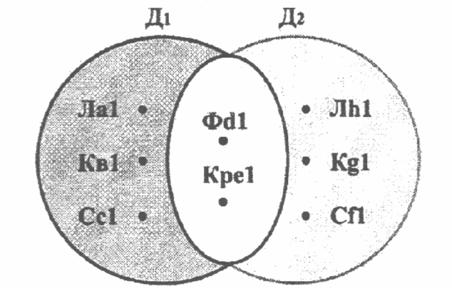
Д$_1$ UД$_2$ = {Ла1, Кв1, Cd1, Фd1, Кре1, Cf, Kg1, Лh1}

б) Кесилишүү



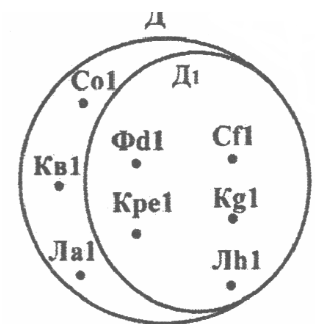
Д$_1$ ОД$_2$ = {Фd1, Кре1}

в) Сумма



$Д_1+Д_2$ = {Ла1, Кв1, Сс1, Лh1, Cf1, Kg1}

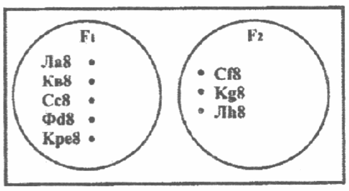
г) Айырма

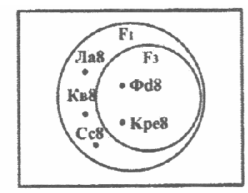


$Д-Д_1$ = { Cf1, Kg1, Лh1}
$Д/Д_1$ = { Cf1, Kg1, Лh1}

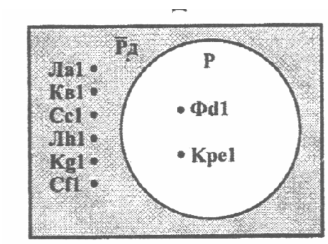
Өз ара кесилишпеген көптүктөрдү Эйлердин тегерегинде сүрөттөйбүз.

а) Боштук көптүгү (Ø) **б) Алкак (подмножество)**





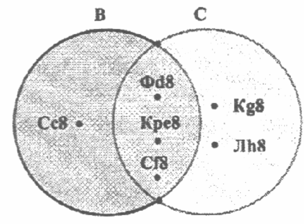
в) Толуктооч (дополнение)

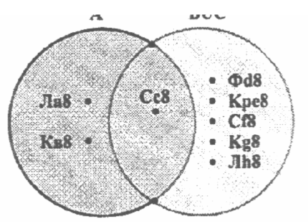


$Р_д$ = {Ла1, Кв1, Сс1, Лh1, Cf1}

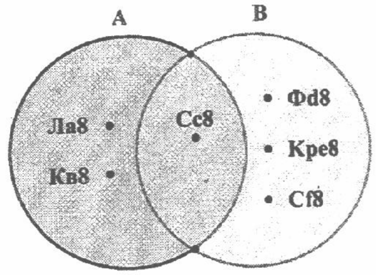
Каалагандай А, В жана С көптүктөрү үчүн биригүүнүн жана кесилишүүнүн ассоциативдик закондору орун алат:

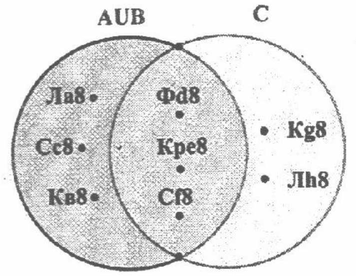
1. AU(BUC) = (AUB)UC





BUC = {Сс8, Фd8, Кре8, Cf8, Kg8, Лh8}   AU BUC = {Ла8, Кв8, Сс8, Фd8, Кре8, Cf8, Kg8, Лh8}

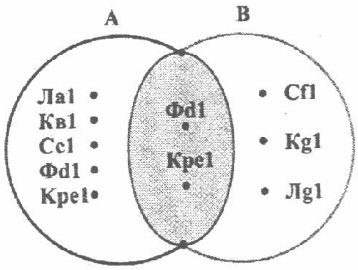


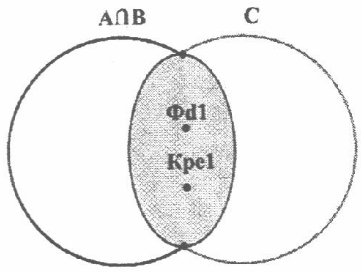


AUB ={Ла8, Кв8, Сс8, Фd8, Кре8,Cf8}

(AUB) UC= {Ла8, Сс8, Кв8, Фd8,Кре8,Cf8, Kg8, Лh8,

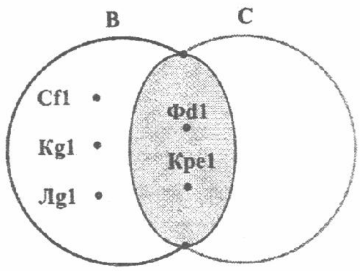
2) A∩(B∩C) = (A∩C) ∩C

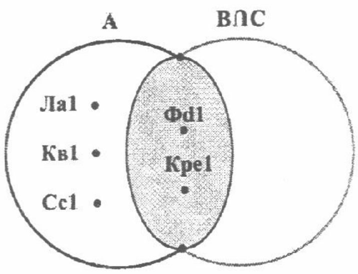




A∩B = Фd1, Кре1}

(A∩B) ∩C = {Фd1, Кре1}

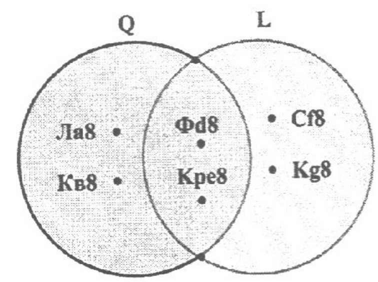




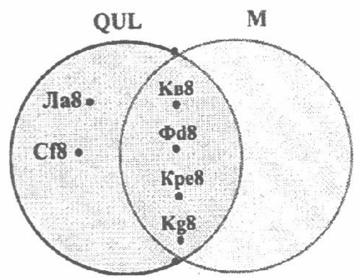
B∩C = {Фd1, Кре1}

A∩(B∩C) = {Фd1, Кре1}

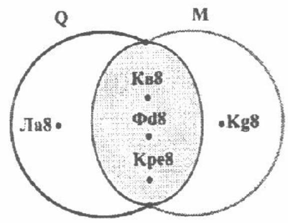
Каалагандай Q, L, M көптүктөрү үчүн бирүгүүгө карата кесилишүүнүн диструбитивдик закону орун алат: (QUL)ØM = (QØM)U(LØM)



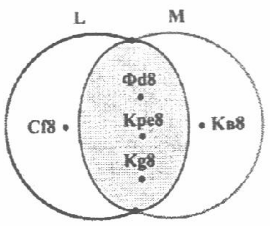
QUL = {Ла8, Кв8, Фd8, Кре8, Cf8, Kg8}



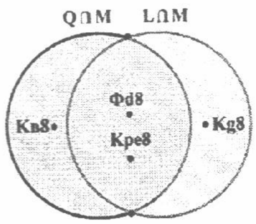
(QUL) ∩M = {Кв8,Фd8,Кре8,Kg8}



Q∩M={Кв8,Фd8, Кре8},



L∩M={Фd8, Кре8, Kg8},



(Q∩M)U(L∩M)= ={Кв8,Фd8, Кре8, Kg8}

Көптүктөрдүн ортосунда декарттык көбөйтүүнү аткарууга болот. X жана Y көптүктөрүнүн декарттык көптүктөрүнүн декарттык көбөйтүндүсү деп, биринчи компоненти хεY болгон <x,y> парасынан турган көптүктү айтабыз, б.а. X·Y = {<x,y>/xεX, yεY}.

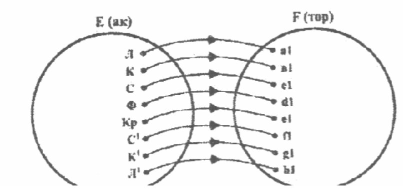
Бизге X = {a,b,c,d,e,f,g,h} жана Y = {1,2,3,4,5,6,7,8} көптүктөрү берилсин. Аныктамага негиздеп төмөнкүдөй паралардын көптүгүн түзөбүз:

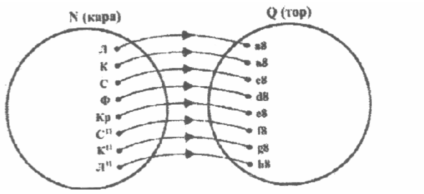
X·Y = {<a,1>,<a2>,…,<a,8>,<b,1><b,2>},…<b,8>,<c,1>,<c,2>,…,<c,8>,<d,1>,…,<d,8>,<e,1>, <e,2>,…, <e,8>, <f,1>,<f,2>,…, <f,8>,<g,1>,<g,2>,…, <g,8>,<h,1>,<h,2>,…,<h,8>}.

Бул декарттык көбөйтүүнү таблица түрүндө көрсөтүүгө болот. X·Y көптүгүнүн ар бир элементи жолчо менен мамычанын кесилишиндеги торчого жазылат.

Y	a8	в8	c8	d8	e8	f8	g8	h8
8	a7	в 7	c7	d7	e7	f7	g7	h7
7	a6	в 6	c6	d6	e6	f6	g6	h6
6	a5	в 5	c5	d5	e5	f5	g5	h5
5	a4	в 4	c4	d4	e4	f4	g4	h4
4	a3	в 3	c3	d3	e3	f3	g3	h3
3	a2	в 2	c2	d2	e2	f2	g2	h2
2	a1	в 1	c1	d1	e1	f1	g1	h1
1	a	в	c	d	e	f	g	h

Эгерде жаңыдан түзүлгөн матрицалык таблица шахмат доскасы менен эквиваленттүү деп карасак, анда шахмат фигуралары менен биринчи жана сегизинчи горизонталдык элементтеринин ортосундагы өз ара дал келүүчүлүгүнө ээ болобуз. Ал дал келүүчүлүктү Эйлердин тегерегинде чагылдырабыз.





Эквиваленттүү катыштар көптүктөрдү класстарга бөлүп кароого мүмкүнчүлүк түзөт. Алар рефлексивдүү, симметриялуу жана транзитивдүү касиеттерге ээ болот.

Тегиздиктеги үч бурчтуктардын окшоштугу жана барабардыгы, ошондой эле түз сызыктардын параллелдүүлүгү да, эквиваленттүүлүк катышыны түшүндүрөт.

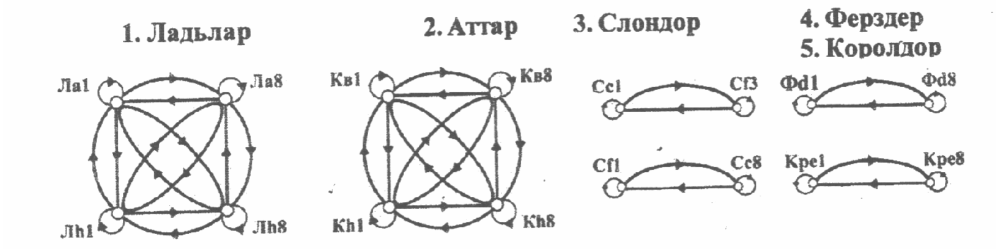
Эквиваленттүүлүк катыштарды матрица жана графтар аркылуу сүрөттөөгө болот. Белгилүү эквиваленттүү класстардын элементтери эки – экиден өз ара эквиваленттүү болушат. Ошондуктан эквиваленттүү катыштын матрицасынын мамычалары бирдей болуп, бул элементтерге туура келген жолдордо бир деген цифра турат. Эквиваленттүүлүк класстар өз ара кесилишпейт, демек түрдүү класстардын мамычаларына туура келген жолчолордо бир деген цифра коюлбайт.

Көптүктөрдү жайлаштырууда эквиваленттүү класстын элементеринин жанаша коюу керек. Ошондо эквиваленттүүлүк катыштын марицасынын бирдик элементтери, негизги диоганалга кара өз ара кесилишпеген квадраттык матрицаларды түзүшөт.

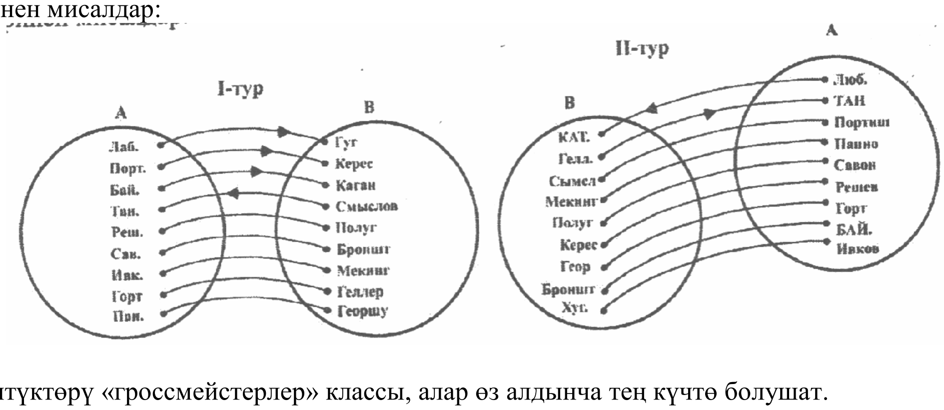
	Ла1	Ла8	Лh1	Лh8	Кв1	Кв8	Кg1	Кg8	Сc1	Сf8	Сf1	Сc8	Фd1	Фd8	Кpe1	Кpe8
Ла1																
Ла8																
Лh1																
Лh8																
Кв1																
Кв8																
Кg1																
Кg8																
Сc1																
Сf8																
Сf1																
Сc8																
Фd1																
Фd8																
Кpe1																
Кpe8																

Бизге жалпы шахмат фигураларынын Ф = {Ла1, Ла8, Лh1, Лh8, Кв1, Кв8, Кg1, Кg8, Сc1, Сf8, Сf1, Сc8, Фd1, Фd8, Кpe1, Кpe8} көптүгү берилсин. Эквиваленттүүлүк катыштын негизинде Ф көптүгү төмөнкүдөй класстардын көптүгүнө бөлүнөт: Ф1 = {Ла1, Ла8, Лh1, Лh8}, Ф2 = {Кв1, Кв8, Кg1, Кg8}, Ф3 = {Сc1, Сf8}, Ф4 = {Сf1, Сc8}, Ф5 = {Фd1, Фd8}, Ф6 = {Кpe1, Кpe8}.

Эквиваленттүүлүктүн ар бир классы үчүн, көптүктөрдүн ар бир элементи графтын чокусунда жайланышып, өз ара багыттуу жаалар аркылуу байланышкан толук графты берет.

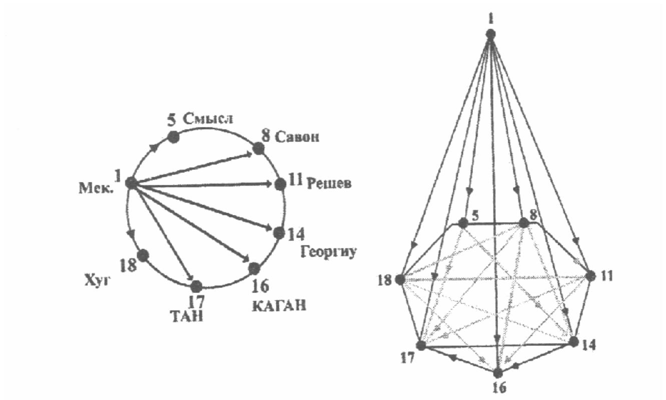


Көптүктөрдүн катышына «гроссмейсттерлер» классынан мисал келтирүүгө болот. Эл аралык (Бразилия-73) шахмат турниринен мисалдар:



А жана В көптүктөрү «гроссмейстерлер» классы, алар өз алдынча тең күчтө болушат.

Жыйынтык таблицасынан турнирдин жеңүүчүсү Э. Мекингдин утууларыны графтар аркылуу чагалдырууга болот.



Графта Д = {Мекинг, Смыслов, Савон, Решевский, Георгиу, Каган, Тан, Хут} гроссмейстрелер тобуну түзүшөт, алар көптүктүн элементтери катары өз ара катышта болушкан.

Көлөмдүү туура көп грандыктар куб, тетраэдр, октаэдр, икосаэдр жана додекаэдр көптүктөрү биригип, Платондун телолорун түзүшөт. Грандары туура жакту үч бурчтук, квадрат же туура беш бурчтуктар болушат. Бул көп грандыктардын элементтери катарында алардын чокулары, грандары жана кырларынын санын байланыштырган Эйлердин жалпы теоремасы бар, б.а.

$$e + f = \text{л} + 2$$

Платон телолорунун көптүгүндө өз ара экиленүү (двойственности) катышы орун алат. Ар бир көп грандык үчүн, анын кошуна грандарынын борборуну жаңы телонун чокулары катарында кабылдап, кошуна грандардын борборун кыр менен туташтырууга болот. Ошондо баштапкы телонун грандарында жаңы телонун чокусу жайланышып, ал эми кырлары өз ара кайчы өтүшөт. Жаңы телонун граны баштапкы телонун бир чокусуну курчап калат.

Кубдун кошуна грандарынын ортосуну туташтыруу менен октаэдрдин кырыны алууга болот. Ал эми туура октаэдрдеги кошуна грандарынын ортолоруну туташтыруу менен кубдун кырыны алабыз. Икосаэдрдин кошуна грандарынын ортолорун туташтыруу менен додекаэдрдин кырыны, ал эми додекаэдрден икосаэдрди түзүүгө болот.

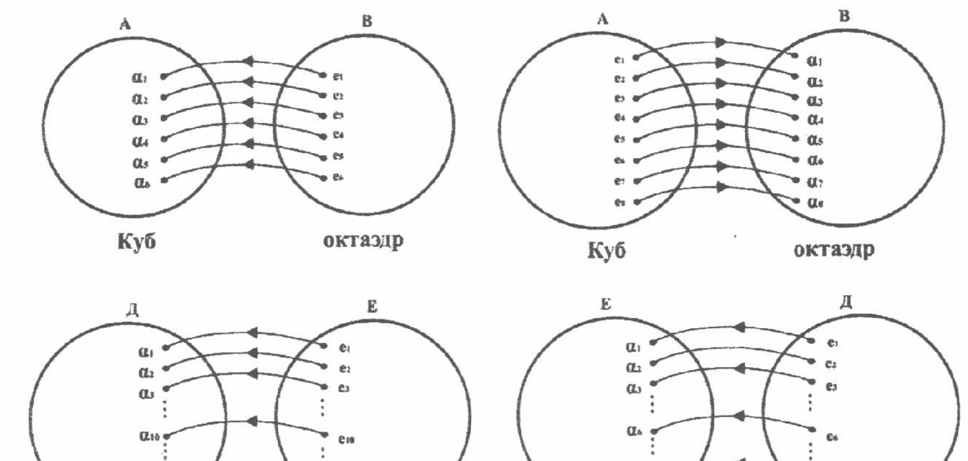
Ошондой эле тетраэдр өзүнө өзү экиленет. Көптүктөр тилинде карасак, бизге төмөнкүдөй көптүктөр берилет.

А = {куб}, В = {октаэдр}, С = {тетраэдр}, Д = {икосаэдр}, Е = {додекаэдр}.

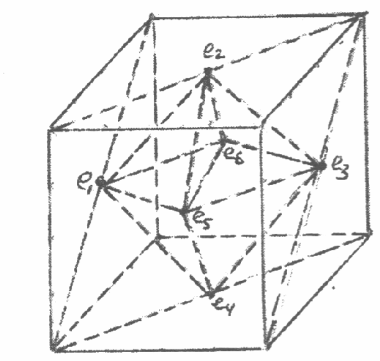
Аларды эки-экиден бириктире кароо менен көптүктөрдүн жаңы топтомдору жаралат:

$А_1$ = {А, В}, $Д_1$ = {Д, Е}, $С_1$ = {С}.

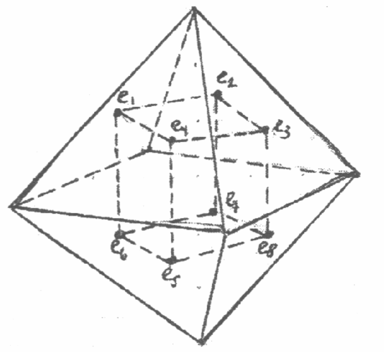
Платон көптүктөрүнүн ортосундагы экиленүү (двойственности) катышыны эске алсак, анда А, В, Е, Д көптүктөрүндөгү грандардын борборуну αі, ал эми ага дал келген чокуларынын еј аркылуу белгилеп, алардын ортосундагы дал келүүчүлүктү төмөнкүдөй сүрөттөгө болот:



Туура көп грандыктардыгы өз ара экиленүү сүрөттөлүштөрү [4] окуу китебинде берилген.



Куб-октаэдр



Октаэдр-куб

Туура көп грандыктарды өзүнө изоморфтуу болгон жалпак графтар менен алмаштырууга болот.

Жалпак графтарда, грандардын чокусу менен кырынын ортосундагы байланышты изилдөө ыңгайлуу болот.

Жалпак графтарда, кырлары жана чокулары аркылуу кайталбастан бир жолкуда өтүү цикли Эйлердин жана Гамильтондун сызыктарынын ортосундагы анология көрүнүшүндө келатат. Көп грандыктын чокулары жуп болсо, анын кырлары аркылуу өтүүдө. Эйлердин эрежеси орун алат. Ал эми Гамильтондун ар бир чоку аркылуу, кайталангыс өтүү идеясына жооп боло элек.

И.Кеплер күн системасындагы планеталардын татаал жана күмөндүү эсептөөлөрүн тактоодо, платон телолоруна кайрылган жана аларды ааламдын «гармониясы» деп эсептеген.

Окуучулардын элестөөлөрүндө көптүк жана анын элементеринин катыштары, өз ара байланыштары жөнүндөгү түшүнүктөрдү калыпандырууда, геометриялык-шахматтык фигураларды жана граф элементтерини дидактикалык курал катарында пайдалана билүүсү, өз натыйжасыны берет деп ишенебиз.

Адабияттар:

1. Математика, 7-8. Факультативный курс. Москва, 1969.
2. Новейший справочник школьника для 1-4 классов. Москва, 2009.
3. Оре О. Графы и их применение. Москва, 1965.
4. Александров А.Д. Вернер А.Л., Рыжик В.И. Начало стереометрии 9 класс Москва, 1981.
5. Сигорский В.П. Математический аппарат инженера. Киев, 1975.
6. Гик Е.Я. Математика на шахматной доске. Москва, 1974.
7. Межзональный турнир, Бразилия 73. Москва, 1974.
8. Теоретические основы начального курса математики. Москва, 1974.

Рецензент: д.пед.н., профессор Алиев Ш.