Шеркешбаева Б.К.

ЗАДАЧА ФИЛЬТРАЦИИ СМЕСИ В ПОРИСТОЙ СРЕДЕ

B.K. Sherkeshbaeva

PROBLEM OF A FILTRATION OF A MIX IN THE POROUS ENVIRONMENT

УДК: 517.958:532

В работе проведено исследование задачи неизотермической фильтрации в прискважинной зоне пласта. Введено уравнение кинетики теплообмена. Разработан численный алгоритм для решения поставленной задачи. Предлагается метод исследования изменения забойного давления и температуры.

Полученные результаты и алгоритм может использоваться при анализе работы штангово-глубинной насосной установки.

In this work considering questions of nonisothermal filtration process in near well-borring zone. The equation of kinetics heat-exchange between porous media and fluids are entered. Numerical algorithm for given problems is developed. The method for research of change bottomhole pressure and temperatures is offered.

The received results and algorithm it is used at the analysis of work of rod-deep pumping equipment.

Задача оценки пластовой температуры и давления в при скважинной зоне пласта (ПЗП) и коэффициента продуктивности скважины используя законы фильтрации жидкости и газов в ПЗП, так как все известные методики по подбору оборудования и спуска насоса штангово-глубинных насосных установок (ШГНУ) основываются на этих показателях, возникает при анализе работы ШГНУ.

Когда рассматриваем, задачи теории фильтрации надо определиться с геолого-физическими характеристиками пласта, либо предположить квазистационарность свойств пористой среды через усреднение [1,2] параметров среды и рассмотрение однородной и изотропной фильтрации, либо учет свойств неоднородности рассматриваемых сред [3].

Для первого подхода уже существуют эффективные методы решения задач [4], что естественно связано с необходимостью проведения исследований адекватности рассматриваемых математических моделей.

Вопросы второго подхода не разрешены в полной мере, вследствие, сложности структур коллекторов и необходимости адаптации математических моделей и алгоритмов к условиям месторождений через вовлечение реальных промысловых данных. Учет температурных эффектов предполагает рассмотрение уравнения теплопереноса в пористой среде и учет влияния температуры на вязкость и капиллярное давление жидкостей. Вопросами решения задачи тепловой фильтрации путем построения аналитических решений, описываемых обыкновенными дифференциальными уравнениями впервые занимались О.Б. Бочаров, В.Н. Монахов [5; 6].

Так как земная кора уже находится под влиянием температурного поля ядра, а также наличие больших потерь тепла до достижения теплоносителя в требуемый продуктивный пласт и учет теплообмена между пластами. Основные законы сохранения механики сплошной среды можно записать в виде системы дивергентных уравнений:

$$\frac{¶F}{¶t} + dtn(F Ч\overline{n} - G) = X \qquad (1)$$

Вид закона сохранения энергии для движения жидкости в пористой среде представляется

$$F = \rho U = \rho_{oil} \cdot s \cdot m \cdot U_{oil} + (1-s) \cdot \rho_{water} \cdot m \cdot U_{water} + (1-m) \cdot \rho_{pormedia} \cdot U_{pormedia},$$

где ρ_i -плотности фаз и среды; $U = \{U_i\}, U_i = \alpha_i \theta + \beta_i$ - удельные внутренние энергии фаз и среды;

$G = q$, где $q = -\lambda \nabla \theta$ - вектор потока; $X = P : D$ (двойная свертка тензора P с тензором D), где P – тензор напряжений, а D – тензор скоростей деформации.

Предельные значения указанных функций на поверхности Γ_γ (на поверхности сильного взрыва) не произвольные и удовлетворяет системе уравнений на «сильном» разрыве

$$[F \cdot (v \cdot \upsilon - V_\upsilon) - G \cdot \upsilon] = 0, \quad (2)$$

где V_υ - скорость перемещения сечения $\Gamma(t)$ - гиперповерхностью Γ_γ плоскостью (t = const) в направлении нормали υ к этому сечению.

Рассмотрим неизотермическое течение жидкости в анизотропной пористой среде ($K_0(x) \neq const$) на базе модели Бакли-Леверетта для случая одномерного движения:

$$\begin{aligned} & v_i = -\frac{K_0(x)}{\mu_i} f_i(s) \nabla p, \quad s_1 + s_2 = 1 \\ & m\frac{\partial s_1}{\partial t} + \frac{\partial v_1}{\partial x} = 0, \quad -m\frac{\partial s_2}{\partial t} + \frac{\partial v_2}{\partial x} = 0, \end{aligned} \quad (3)$$

где $v_1 + v_2 = V(t) = -(k_{oil} + k_w)\nabla p = -\overline{K}(s, \theta, x, t)\nabla p$,

$v_1 = V(t)F(s, \alpha)$, $v_2 = V(t)(1 - F(s, \alpha))$.

где индексы соответствуют 0- скелету пористой среды, 1- водной фазе, а 2- нефтяной и 3- горной породе кровли и подошве пласта.

Уравнение переноса тепла в пористой среде имеет вид:

$$\begin{aligned} & \frac{\partial((1-m)\rho_0 c_0 \theta_p)}{\partial t} + \frac{\partial(m(\rho_1 c_1 s_1 + \rho_2 c_2 s_2)\theta)}{\partial t} + div((\rho_1 c_1 v_1 + \rho_2 c_2 v_2) \cdot \theta) + \\ & (\rho_1 c_1 v_1 \varepsilon_1 + \rho_2 c_2 v_2 \varepsilon_2) \cdot \nabla(p) = div\left(\overline{\lambda}(s_1, \theta)\nabla\theta + \overline{\lambda}_0(\theta_p)\nabla\theta_p\right) \end{aligned} \quad (4)$$

для которого, считая насыщенный флюидами пласт гетерогенной структурой, теплообмен между элементами этой структуры представим уравнением вида

$$\alpha_T \frac{\partial \theta_p}{\partial t} = \theta - \theta_p, \quad (5)$$

где α_T – малый параметр кинетики; θ_p – температура скелета пористой среды и возможно, вместе со связанными с ним неподвижными жидкостями; θ – температура в подвижных флюидах. В уравнении баланса тепла (4) четвертое слагаемое включает эффект Джоуля-Томпсона. Тем самым правильно задав характер распределения α в рассматриваемой зоне, мы получим возможность адекватно оценивать процесс неизотермической фильтрации жидкости в неоднородном и анизатропном пласте.

В работах [4-6] рассмотрены различные постановки задач, для которых построены алгоритмы их решения, при бесконечно быстром теплообмене $\alpha_T \to 0$, в частности из (5) получим:

$$\begin{aligned} & \frac{\partial\{(1-m)\rho_0 c_0 \theta + m(\rho_1 c_1 s_1 + \rho_2 c_2 s_2)\theta\}}{\partial t} + \frac{\partial((\rho_1 c_1 v_1 + \rho_2 c_2 v_2) \cdot \theta)}{\partial x} + \\ & + (\rho_1 c_1 v_1 \varepsilon_1 + \rho_2 c_2 v_2 \varepsilon_2) \cdot \frac{\partial p}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x}\left(\overline{\lambda}(s_1, \theta)\frac{\partial \theta}{\partial x}\right) \end{aligned} \quad (6)$$

Анизотропность пористой среды ($K_0(x) \neq const$) в полной мере учитывается при нахождении полей давления

$$\frac{\partial}{\partial x}((k_{oil} + k_w)\frac{\partial p}{\partial x}) = 0 \quad (7)$$

уравнение для насыщенности преобразуется, как

$$m\frac{\partial s}{\partial t}+\frac{\partial(V*F(s,\alpha))}{\partial x}=0, \tag{8}$$

где $F(s,\alpha)=\dfrac{f_1(s)}{f_1(s)+\alpha f_2(s)}$ - функция Леверетта.

Вводя коэффициенты в уравнении (6) получим:

$$\begin{gathered}
\frac{\partial\{c^*\theta\}}{\partial t}+\frac{\partial(F_cV\cdot\theta)}{\partial x}+F_\varepsilon V\frac{\partial p}{\partial x}=\frac{\partial}{\partial x}\left(\overline{\lambda}(s_1,\theta)\frac{\partial\theta}{\partial x}\right),\\
c^*=(1-m)\rho_0c_0+m(\rho_1c_1s_1+\rho_2c_2s_2),\ F_{cc}=\rho_1c_1v_1+\rho_2c_2v_2=\\
=\rho_1c_1FV+\rho_2c_2(1-F)V=(\rho_1c_1F+\rho_2c_2(1-F))V=F_cV,\\
F_{\varepsilon\varepsilon}=\rho_1c_1FV\varepsilon_1+\rho_2c_2(1-F)V\varepsilon_2=(\rho_1c_1F\varepsilon_1+\rho_2c_2(1-F)\varepsilon_2)V=F_\varepsilon V,\\
\overline{\lambda}=(1-m)\lambda_0+m(\lambda_1s_1+\lambda_2s_2).
\end{gathered} \tag{9}$$

с начальными и граничными условиями

$$\begin{gathered}
(s,\theta)/_{t=0}=(s_0,\theta_0)(x,0),\\
(P,S,\theta)=(P_0,S_0,\theta_0),\ \ (x,t)\in\sum\nolimits^1=\Gamma^1\times[0,T],\\
\vec{v}_i\cdot\vec{n}=b_i\cdot\psi,i=\overline{1,2};\ \ \theta=\theta_0(x,t),\ \ (x,t)\in\sum\nolimits^2=\Gamma^2\times[0,T],\\
\vec{v}_i\cdot\vec{n}=b_i\cdot\psi,i=\overline{1,2};\ \ \lambda\cdot\frac{\partial\theta}{\partial n}=\beta\cdot(\theta_0-\theta),\ \ (x,t)\in\sum\nolimits^3=\Gamma^3\times[0,T],
\end{gathered} \tag{10}$$

где $\vec{n}$ – единичный вектор внешней нормали к Γ; $\overline{\beta}=\sum_1^3\overline{\beta}_i(\rho\times c_{pi})^{-1}$ – обобщенный коэффициент теплоотдачи; $\overline{\beta}_i$ – коэффициент теплоотдачи i-й фазы. Здесь участки Γ^1, Γ^2 моделирует участки нагнетания, отбора и контакта с однородной неподвижной жидкостью, Γ^3 – соответствует контакту с окружающими непроницаемыми породами. Возьмем как:

$$s|_{t=0}=s_0,\ \theta|_{t=0}=\theta_0(x),\quad s|_{x=0}=s^0,\ VF's_x|_{x=L}=0,$$

$$\theta_x|_{x=0}=1/(\rho_1c_1),\ \ \lambda\theta_x|_{x=L}=\overline{\beta}(\theta_{окр}-\theta),\ \ v_1|_{x=0}=Q,\ \ p|_{x=L}=p_{пл},$$

где θ^0, $\theta_{окр}$ – известные значения температур на нагнетательной скважине и окружающей нефтяной пласт среде, который можно взять, равным температуре пласта до начала разработки; $p_{пл}$ – пластовое давление, соответственно, а s^0 необходимо искать из условия $v_1|_{x=0}=F(s,\alpha)V|_{x=0}=Q$. Общий дебит скважины определим по формуле Дюпюи: $Q_ж=\dfrac{2\pi kh}{\mu B}\dfrac{(p_{пл}-p_{заб})}{\ln(r_{к.пит}/r_{скв})}=\eta(p_{пл}-p_{заб})$, где η - коэффициент потенциальной продуктивности скважины. Откуда для заданого дебита жидкости скважины определим

$p_{заб}=p_{пл}-\dfrac{Q_ж}{\eta}=p_{пл}-\dfrac{Q}{\eta F}$, где $Q_ж=V$.

Для решения системы (3), сначала, надо решить эллиптическую задачу для давления, при заданном значении насыщенности и температуры [1]. Потом находить температуру при заданной насыщенности и найденном значении давления и далее решить уравнение массопереноса.

Введем равномерную сетку $x_i=x_0+ih$, $i=\overline{0,N}$, где $h=const$ – шаг сетки $t^n=n\tau$, $n=0,1,2...$, здесь τ – шаг по времени. Функции s, θ, p в узлах (x_i,t^n) далее обозначаются s_i^n, θ_i^n, p_i^n соответственно. И, запишем разностный вид уравнения для давления из системы (3) для постоянного шага сетки h

$$\frac{1}{h}\left[K_{i+1/2}^n\frac{p_{i+1}^{l+1}-p_i^{l+1}}{h}-K_{i-1/2}^n\frac{p_i^{l+1}-p_{i-1}^{l+1}}{h}\right]=\frac{p_i^{l+1}-p_i^l}{\tau_{it}}, \tag{11}$$

где коэффициенты при разностных аналогах производных рассчитываются на n временном слое, здесь l – индекс итерации, τ_{it} — параметр итерации.

Условие остановки итерационного процесса можно записать в виде

$$\left|p_i^{l+1}-p_i^l\right|\le\varepsilon,\ l=0,1,2..., \tag{12}$$

где значение давления просчитывается в промежутке с начальной итерации $l=0$ до некоторого $l=l^*$, для которого выполняется условие (12), тогда для решения уравнений насыщенности и температуры подставляется значение давления при l^* слое итерации. Тем самым, численное решение получается решением уравнения, которые линейно на каждом итерационном слое $l+1$.

Аналогично запишем разностный аналог для уравнения насыщенности

$$m\frac{s_{1i}^{n+1}-s_{1i}^n}{\tau}=\frac{1}{h}\left[k_{oil\,i+1/2}\frac{p_{i+1}^{l^*}-p_i^{l^*}}{h}-k_{oil\,i-1/2}\frac{p_i^{l^*}-p_{i-1}^{l^*}}{h}\right] \tag{13}$$

где также коэффициенты при разностных аналогах производных рассчитываются на n временном слое и находятся для всех уравнений одинаково, т.е. значения на полуцелых узлах через целые узлы запишутся в виде

$$\begin{aligned}f_{i\pm1/2j}^n&=\frac{f_{i\pm1j}^n+f_{ij}^n}{2},\ \overline{K}_{i\pm1/2j}^n=\frac{\overline{K}_{i\pm1j}^n+\overline{K}_{ij}^n}{2},\\ f_{ij\pm1/2}^n&=\frac{f_{ij\pm1}^n+f_{ij}^n}{2},\ \overline{K}_{ij\pm1/2}^n=\frac{\overline{K}_{ij\pm1}^n+\overline{K}_{ij}^n}{2}.\end{aligned} \tag{14}$$

Конечно-разностное уравнение теплопереноса представлена в виде

$$\frac{\{c^{*n+1}\theta_i^{n+1}\}-\{c^{*n}\theta_i^n\}}{\tau}+\frac{(F_cV\cdot\theta)_{i+1}^n-(F_cV\cdot\theta)_{i-1}^n}{2h}+(F_cV)_i^n\frac{P_{i+1}^{l^*}-P_{i-1}^{l^*}}{2h}=\frac{1}{h}\left[\overline{\lambda}_{i+1/2}\frac{\theta_{i+1}^n-\theta_i^n}{h}-\overline{\lambda}_{i-1/2}\frac{\theta_i^n-\theta_{i-1}^n}{h}\right] \tag{15}$$

Общий алгоритм нахождения параметров задачи имеет вид

$$\begin{aligned}&p_i^{k+1}=p_i^k+\tau_{it}L_h^p\left(s_i^n,p_i^{k+1},v_i^n\right),\quad \theta_i^{n+1}=\theta_i^n+\tau L_h^\theta\left(\theta_i^{n+1},p_i^{l^*},v_i^{n+1}\right)\\ &s_{1i}^{n+1}=s_{1i}^n+\tau L_h^s\left(s_{1i}^n,p_i^{l^*},v_i^{n+1}\right),\quad s_{2i}^{n+1}=1-s_{1i}^{n+1},\end{aligned} \tag{16}$$

Которая решается неявным итерационным методом.

Численный расчет производился в среде Delphi и общий анализ поведения решения при сгущении сетки показал выгодность использования неравномерной сетки для решения системы (16), которая обусловлена точным и адекватным соответствием полученных результатов.

Механизм переноса тепла в нефтяном пласте за счет конвекции имеет одну весьма важную особенность: зона с иной температурой, перемещается в пласте со значительно меньшей скоростью, чем скорость движения воды в пористой среде.

Таким образом, на основе модели Бакли-Леверетта с учетом кинетики теплообмена получено подтверждение физического эффекта о влиянии температурного поля на приток нефти в ПЗП, что в свою очередь отражается на работе ШГНУ.

Список литературы

1. Антонцев С.Н., Папин А.А. Приближенные методы решения задач двухфазной фильтрации // ДАН СССР. - 1979. - Т. 247, №3,-С. 521-524.
2. Антонцев С.Н., Доманский А.В., Пеньковский В.И. Фильтрация в прискважинной зоне пласта и проблемы интенсификации притока - Новосибирск: Наука, 1989. - 190 с.
3. Nguetseng G. A general convergence result for a functional related to the theory of homogenization //SIAM J. Math. Anal. 1989. V. 20. P. 608-623.
4. Мейрманов А.М. Метод двух масштабной сходимости Нгуетсенга в задачах фильтрации и сейсмоакустики в упругих пористых средах // Сибирский математический журнал - Новосибирск, 2007. Том 48, № 3- С. 645-667.
5. Бочаров О.Б., Монахов В.Н. Краевые задачи неизотермической двухфазной фильтрации в пористых средах // Динамика сплошной среды. - 1988. - Вып. 86. - С. 47-59.
6. Бочаров О.Б Монахов В.Н. Неизотермическая фильтрация несмешивающихся жидкостей с переменными остаточными насыщенностями // Динамика сплошной среды. - 1988. - Вып. 88. - С. 3-

Рецензент: д.ф.-м.н. Муханбетжанов С.Т.