

Едилбаев Б.Т.

**МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССА  
РАСПРОСТРАНЕНИЯ ЗАГРЯЗНЯЮЩИХ ВЕЩЕСТВ В ОТРАБОТАННЫХ  
ГАЗАХ АВТОТРАНСПОРТНЫХ СРЕДСТВ**

*B.T. Edilbaev*

**MATHEMATICAL MODELING OF POLLUTANTS OF VEHICLES  
BURNT GAS SPREAD PROCESS**

УДК: 556.046.44.59

*В статье рассматривается математическое моделирование процесса распространения загрязняющих веществ в отработанных газах автотранспортных средств.*

*This article reviews mathematical modeling of pollutants of vehicles burnt gas spread.*

Количество отходящих газов автомобилей в основном определяется массовым расходом топлива автомобилями. Расход топлива и выбросы отработавших газов во время движения автомобиля зависят от режима работы двигателя, задаваемого водителем и дорожными условиями, которые через трансмиссию воздействуют на двигатель. Таким образом, задавая характеристиками дорог и изменяя параметры трансмиссии (ее передаточные числа), для данного режима движения можно достичь минимальных значений расхода топлива и выбросов отработавших газов.

Для достоверного анализа и прогноза экологической обстановки и определения оптимальных режимов эксплуатации автотранспорта необходимы математические модели, основанные на более глубоком уровне физического описания экологических систем.

Принципиально возможно построение математических моделей распространения примесей в атмосфере и других средах на основе полной системы уравнений механики сплошной среды. Вместе с тем, такой подход для решения инженерных задач в большинстве случаев экономически не оправдан и практически не реализуем, т.к. предполагает использование уникальной и дорогостоящей вычислительной техники. Необходимо иметь в виду, что и в таких моделях требуется предварительное знание многих харак-

теристик системы, которые могут быть определены только эмпирически. Представление о том, что при использовании более полных и физически содержательных моделей требуется меньше эмпирической информации не вполне корректно.

Сказанное подводит к выводу о том, что целесообразно развитие неких "компромиссных" моделей, которые имели бы ясное физическое обоснование и, в то же время, позволяли получать достоверные оценки ситуации с минимальными затратами средств и предварительных эмпирических исследований.

Впервые задача построения таких моделей была ясно сформулирована в работе [1]. В этой же работе было высказано предложение о необходимости развития моделей диффузионного типа для решения отмеченных задач. Ряд диффузионных моделей используется в настоящее время для оценки параметров распространения загрязняющих примесей в атмосфере [2]. Недостатком этих моделей является их целевой характер, т.е. направленность на решение узких задач при максимальном использовании большого объема эмпирических данных. Кроме того, многие из отмеченных моделей морально устарели, т.к. не учитывают возможности современной общедоступной вычислительной техники.

В настоящей работе предлагается диффузионная модель распространения выбросов отходящих газов, решающая, на наш взгляд, указанные проблемы.

Базовая математическая модель представлена уравнением, имеющим вид уравнения конвективной диффузии, но с эффективным коэффициентом диффузии:

$$I(x, y, z, t) + D_{эф} \left( \frac{\partial^2 C}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 C}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 C}{\partial z^2} \right) = \frac{\partial C}{\partial t} + V_x \frac{\partial C}{\partial x} + V_y \frac{\partial C}{\partial y} + V_z \frac{\partial C}{\partial z}, \quad (1)$$

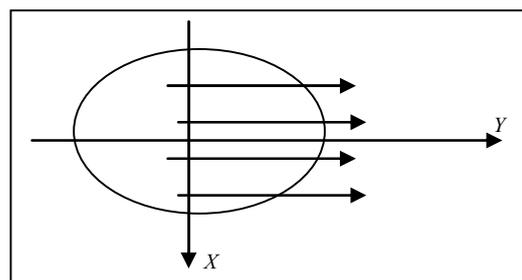
где  $I(x, y, z, t)$  - интенсивность источника выбросов;

$D_{эф}$  - эффективный коэффициент диффузии;

$C$  - концентрация примеси;

$V_x, V_y, V_z$  - компоненты вектора скорости воздушного потока;

$x, y, z$  - текущие координаты в системе координат с центром в источнике выбросов;  $t$  - время.



Пусть скорость транспортного средства  $V_0$  направлена вдоль оси  $y$  и изменяется с высотой от 0 до некоторого постоянного значения (амплитуды)  $V_s$  на заданной высоте, а вертикальная составляющая конвективного потока принимается постоянной  $V_c$  и отождествляется в нашем случае с характерной скоростью осаждения частиц сажи (рис. 1). Такие представления вполне оправданы и соответствуют известным данным наблюдений.

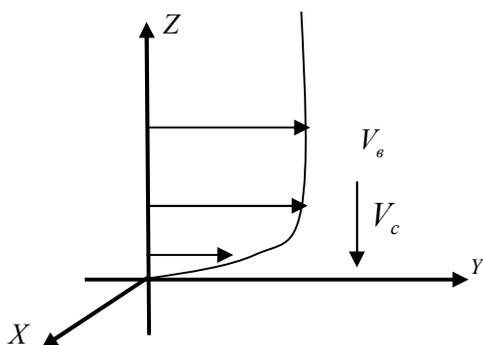


Рисунок 1 – Схема воздушных потоков в соответствии с моделью (1)

Тогда можно записать:

$$V_x = 0; \quad V_y = V_s \left( 1 - \exp\left(-\frac{z}{H^*}\right) \right); \quad (2)$$

$$V_z = V_c$$

Здесь:  $V_s$  – амплитуда горизонтальной составляющей скорости выброса;

$H^*$  – характерная высота выброса.

В нашем случае возможны две постановки исходных данных для рассматриваемой модели.

Первая: описать общий фон загрязнений при заданной интенсивности автотранспортного потока на участке магистрали.

Для решения этой задачи можно использовать стационарную модель:

$$D_{эф} \left( \frac{\partial^2 C}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 C}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 C}{\partial z^2} \right) = V_s \left( 1 - \exp\left(-\frac{z}{H^*}\right) \right) \frac{\partial C}{\partial y} + V_c \frac{\partial C}{\partial z} \quad (3)$$

с начальным условием

$$C(H^*) = C^*, \quad C(0) = 0 \quad (4)$$

Уравнение (3) можно переписать в виде:

$$D_{эф} \frac{H}{V_c} \left( \frac{\partial^2 C}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 C}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 C}{\partial z^2} \right) = \frac{H^*}{V_c} V_s \left( 1 - \exp\left(-\frac{z}{H^*}\right) \right) \frac{\partial C}{\partial y} + H^* \frac{\partial C}{\partial z}. \quad (5)$$

Тогда получаем безразмерное уравнение:

$$\bar{D}_{эф} \left( \frac{\partial^2 C}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 C}{\partial Y^2} + \frac{\partial^2 C}{\partial Z^2} \right) = \chi (1 - \exp(-Z)) \frac{\partial C}{\partial Y} + \frac{\partial C}{\partial Z}, \quad (6)$$

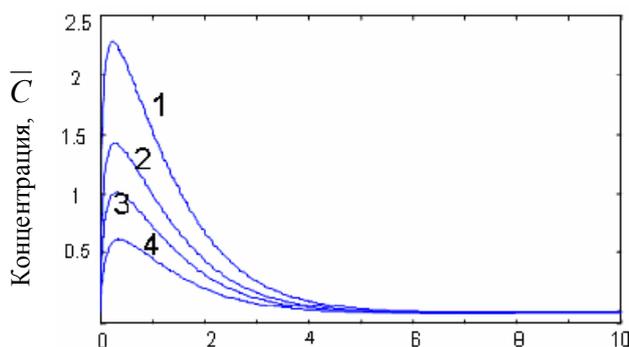
Где

$$\bar{D}_{эф} = \frac{D_{эф}}{H^* V_c}, \quad \chi = \frac{V_s}{V_c}, \quad k = \frac{\chi}{D_{эф}} \quad X = \frac{x}{H^*}, \quad Y = \frac{y}{H^*}, \quad Z = \frac{z}{H^*}.$$

Вторая постановка задачи связана с решением нестационарной задачи с учетом изменения интенсивности выброса в различных режимах работы двигателя при разгоне, торможении и остановке. При второй постановке задачи также асимптотически приходим к стационарной картине распределения концентрации загрязняющих

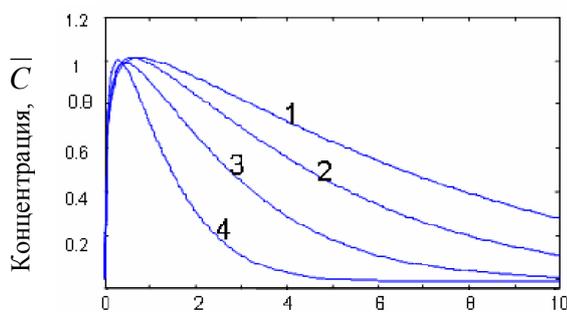
веществ на перекрестках и на участках движения между перекрестками.

На рисунках 2, 3 приведены некоторые результаты расчетов, проведенных с использованием пакета MATLAB'5 при значениях параметров:  $\bar{D}_{эф} = 10^{-4}$ ,  $k = 200; 150; 100; 60$ ,  $\bar{H}^* = 50$ .



Высота,  $H/H^*$   
1-  $k = 60$ ; 2-  $k = 100$ ; 3-  $k = 150$ ; 4-  $k = 200$

**Рисунок 2** – Изменение концентрации загрязнений по высоте при различной начальной концентрации на уровне  $H^*$



Высота,  $H/H^*$   
1-  $k = 60$ ; 2-  $k = 100$ ; 3-  $k = 150$ ; 4-  $k = 200$

**Рисунок 3** – Изменение концентрации загрязнений по высоте при различной скорости автотранспорта

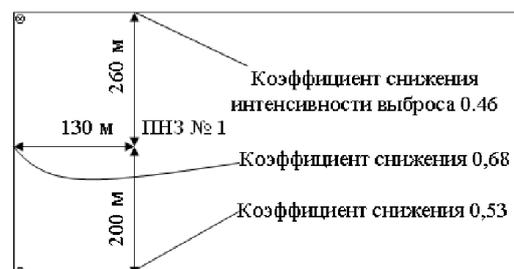
Хотя расчеты носят численно-экспериментальный характер, т.е. были осуществлены при условных соотношениях амплитуды скорости ветра и конвективной составляющей скорости воздушных масс, сравнение полученных результатов с известными опытными данными [3, 4] позволяет сделать вывод, что предложенная в настоящей работе модель более точно описывает качественные особенности рассеяния примеси, чем применяемые в настоящее время методики.

Предлагаемая модель использует минимум экспериментальных данных, которые достаточно просто могут быть получены при проведении расчетов. Авторы считают, что после апробации на различных объектах разработанная модель может быть включена в соответствующую мето-

дику расчета и рекомендована для практического использования.

Если принять высоту выброса  $H^*=0,4$  м, то высоте измерения концентрации  $z=1,5$  м соответствует безразмерная высота  $\bar{H} = z/H^*=3,8$ .

На рисунке 4 показаны коэффициенты снижения интенсивности выбросов, рассчитанные по данной модели для перекрестка улицы Сатпаева, проспектов Сейфуллина и Абая.



**Рисунок 4** – Результаты расчета концентрации автомобильных выбросов в атмосфере на перекрестке улицы Сатпаева, проспектов Сейфуллина и Абая

Используя эти графики можно рассчитывать концентрацию в точке выброса по данным измерений.

Таким образом, предложен подход к моделированию процесса распространения загрязняющих веществ в отработанных газах автотранспортных средств вдоль и поперек улицы, а также на искомом расстоянии от передвижного источника загрязнения. При этом появляется возможность для решения обратной задачи по оценке интенсивности выбросов от автомобильного потока на перекрестке улиц по данным загазованности в выбранной точке на некотором расстоянии.

#### Литература:

- 1 Розенберг Г.С., Шитиков В.К., Брусиловский П.М. Экологическое прогнозирование (Функциональные предикторы временных рядов). - Тольятти, 1994. - 182 с.
- 2 Букатова И.Л. Эволюционное моделирование и его приложения. - М.: Наука, 1979. - 232 с.
- 3 Методика расчета концентраций в атмосферном воздухе вредных веществ, содержащихся в выбросах предприятий. ОНД-86, ГОСКОМГИДРОМЕТ. – Л.: Гидрометеиздат, 1987. – 96 с.
- 4 Берлянд М.Е. Прогноз и регулирование загрязнения атмосферы.- Л.: Гидрометеиздат, 1985. – 272 с.

Рецензент: к.хим.н., профессор Абдылдаев Э.