

ФИЗИКА. МАТЕМАТИКА. ТЕХНИКА

Саякбаева Б.Б., Турдалиева А.А., Орозобаков А.Т., Орозобаков Т.О.

**ОБ ОДНОМ МЕТОДЕ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ ДИФРАКЦИИ
ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЛН НА ПРЕПЯТСТВИЯХ**

Sayakbaeva B.B., Turdalieva A.A., Orozobakov A.T., Orozobakov T.O.

**ABOUT A METHOD OF THE ELECTROMAGNETIC WAVES DIFFRACTION
PROBLEM SOLUTION**

УДК: 621.372:551.508.8

Показана возможность применения некоторых особенностей зон Френеля для решения задачи дифракции от бесконечной полуплоскости. Установлена зависимость угла опирающегося на половину первой выступающей над препятствием хорды сегмента от высоты препятствия, которая, в свою очередь, может применяться для определения дифракционного множителя ослабления напряженности поля при наличии на трассе клиновидного препятствия.

A possibility of some Frenel zones application for the diffraction problem solution from infinite half plane is shown. The dependence was established of the angle, bearing on a half of the first chord of segment, protruding over the obstacle, on the obstacle is height, which, in turn, can be applied for definition of diffraction propagation factor of the field intensity at available spheroid obstacle on the path.

В связи с несоответствием между физическим явлением дифракции электромагнитных волн на препятствиях и его математической моделью простейшие задачи дифракции не имеют замкнутого решения для расчета напряженности поля в приемных пунктах [1].

Дифракцию обычно представляют как огибание электромагнитными волнами какого-либо препятствия. Поскольку препятствие играет лишь роль пассивного затеняющего объекта [1], то считают, что в формировании поля в приемных пунктах участвуют в основном только 8÷10 центральных зон Френеля [2], выступающих над препятствием. Вместе с тем известно [3,4], что скалярное волновое поле в точке наблюдения приближенно равно значению поля излучаемого центральной частью первой выступающей над препятствием зоны Френеля.

При равномерном облучении электромагнитными волнами края вершины полуплоскости амплитуды волн рассеянные краями последней, приходящей в точке наблюдения, зависят от зоны Френеля расположенной вдоль вершины полуплоскости [5]. Результирующую амплитуду поля можно представить в следующем виде:

$$\Pi = \frac{\Pi_1}{2} + \left(\frac{\Pi_1}{2} - \Pi_2 + \frac{\Pi_3}{2} \right) + \left(\frac{\Pi_3}{2} - \Pi_4 + \frac{\Pi_5}{2} \right) + \dots \quad (1)$$

где Π_n - амплитуда волн создаваемая соответствующей n -ной зоной Френеля.

В случае точечного излучения $\Pi_1 \approx \Pi_2 \approx \dots \Pi_n$

Тогда $\Pi = \frac{\Pi_1}{2}$. Это означает, что результирующая амплитуда рассеянных волн от вершины полуплоскости есть результат действия вторичных виртуальных источников расположенных на центральной половине первой зоны Френеля вступающей над препятствием.

Как известно, зоны Френеля обладают следующими особенностями: пространственные границы зон описывают поверхность эллипсоидов вращения с фокусами в точках передачи и приема; в плоскости сечения, перпендикулярной направлению распространения радиоволн, зоны представляют собой концентрические кольца с радиусами, возрастающими пропорционально \sqrt{n} - числу зон (n – целое натуральное число); площади всех зон (площади колец) равны между собой и т.д.

Одной из особенностей зон Френеля является и то, что касательная проведенная к n -й зоне, отсекает сегмент в $n+1$ -й зоне, хорда которого всегда равна диаметру первой зоны Френеля. Этими замечательными свойствами зон Френеля можно воспользоваться для решения некоторых задач дифракции электромагнитных волн на препятствиях.

В частности, попытаемся решить задачу дифракции электромагнитных волн на бесконечной полуплоскости расположенной перпендикулярно к направлению распространения волн.

Согласно принципа Френеля-Кирхгофа напряженность поля в приемной точке, в указанных выше условиях, определяется по формуле [6]

$$E(B) = i \frac{Q}{\lambda} \int_{S_0} \frac{e^{-ik(\rho+r)}}{\rho r} \overline{\cos(n, r^0)} ds \quad (2)$$

где λ - длина волны, $K = 2\pi/\lambda$ - волновое число, ρ и r - соответственно расстояния от точки излучения до текущей точки на плоскости интегрирования S_0 и от последней до точки наблюдения, n - внутренняя нормаль, r^0 - единичный вектор по направлению к r . Так как в реальных горных условиях расстояние между излучателем и точной наблюдения всегда велико по сравнению с длиной волны, т.е. $k\rho \gg 1$ и $kr \gg 1$, то $\overline{\cos(n, r^0)} \approx 1$,

примем точку пересечение плоскости препятствия и прямой соединяющей приемо-передающие пункты за начало декартовой системы координат, тогда

$$\begin{aligned} \rho &= \rho_0 + \frac{Y^2 + Z^2}{2\rho_0} + \dots \\ r &= z_0 + \frac{Y^2 + Z^2}{2r_0} + \dots \end{aligned} \quad (3)$$

где Y и Z координаты текущей точки в плоскости интегрирования.

После всех этих предположений формулу (2) можно представить в следующем виде:

$$E(B) = \frac{i}{\lambda} \int_{U=-\infty}^{\infty} \int_{V=-\infty}^{\infty} e^{-i\frac{k}{2}(Y^2+Z^2)\left(\frac{1}{\rho_0}+\frac{1}{r_0}\right)} dydz \quad (4)$$

Вводя новые переменные интегрирования, формулу (3) можно представить в виде:

$$E(B) = \sqrt{\frac{i}{2}} Q \frac{e^{-ik(\rho_0+r_0)}}{\rho_0 + r_0} \int_{U_0=-\infty}^{\infty} \int_{V_0=-\infty}^{\infty} e^{-i\frac{\pi}{2}(U^2+V^2)} dudv \quad (5)$$

где величина $Q \frac{e^{-ik(\rho_0+r_0)}}{\rho_0 + r_0}$ выражает поле в свободном пространстве, а подынтегральная часть

учитывает влияние полуплоскости на напряженность поля электромагнитных волн в приемной точке.

Определяя это влияние как дифракционный множитель ослабления напряженности поля окончательно будем иметь

$$\begin{aligned} F(U) &= \frac{1}{\sqrt{2}} \int_{U_0}^{\infty} e^{-i\frac{\pi}{2}U^2 du} = \frac{1}{\sqrt{2}} \left(\int_{U_0}^{\infty} \cos \frac{\pi}{2} U^2 du - i \int_{U_0}^{\infty} \sin \frac{\pi}{2} U^2 du \right) = \\ &= \frac{1}{\sqrt{2}} \left[\left(\int_0^{\infty} \cos \frac{\pi}{2} U^2 du - \int_0^{U_0} \cos \frac{\pi}{2} U^2 du - i \left(\int_0^{\infty} \sin \frac{\pi}{2} U^2 du - \int_0^{U_0} \sin \frac{\pi}{2} U^2 du \right) \right) \right] \end{aligned} \quad (6)$$

или выражение для $F(U)$ можно записать в виде:

$$F(U) = \frac{1}{\sqrt{2}} \left\{ \left[\frac{1}{2} - c(u_0) \right] - i \left[\frac{1}{2} - s(u_0) \right] \right\} \quad (7)$$

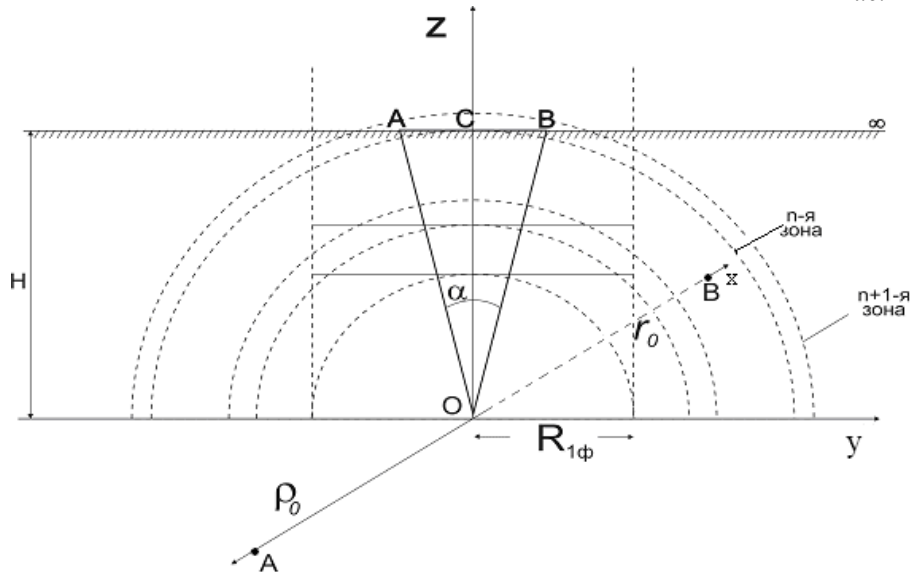
где $c(u_0) = \int_0^{u_0} \cos \frac{\pi}{2} u^2 du$ и $s(u_0) = \int_0^{u_0} \sin \frac{\pi}{2} u^2 du$ - табличные интегралы Френеля, u_0 - аргумент

интеграла Френеля, равный $\sqrt{2n}$, n - число зон Френеля, укладывающееся на высоты закрытия полуплоскости. Модуль дифракционного множителя ослабления напряженности поля равен

$$|F| = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{\left[\frac{1}{2} - c(u_0) \right]^2 + \left[\frac{1}{2} - s(u_0) \right]^2} \quad (8)$$

Рассматривая предлагаемый рисунок (Рис.1), видим что центральная часть АВ – половина хорды первого сегмента выступающей над полуплоскостью опирается на угол

Рис.1



$$\alpha = 2 \operatorname{arctg} \frac{CB}{OC} = 2 \operatorname{arctg} \frac{\frac{1}{2} R_{1\phi}}{R_{n\phi}} = 2 \operatorname{arctg} \frac{1}{2\sqrt{n}}$$

Здесь $AB = \frac{1}{2} R_{1\phi}$; $AC = CB = R_{1\phi}/4$; $OC = R_{n\phi}$ - высота закрытия полуплоскости.

Поскольку угол α меняется с изменением числа зон Френеля укладываемых на высоты закрытия полуплоскости, то переходя к полярной системе координат

$$Y = \rho \sin \alpha, \quad Z = \rho \cos \alpha$$

где ρ - полярный радиус, перепишем формулу (4) в следующем виде:

$$F(U) = \frac{1}{2i} \int_0^\alpha \int_0^\rho e^{i\frac{\pi}{2}\rho^2} \rho d\alpha d\rho \quad (9)$$

Производя некоторое преобразование, получим, что

$$F(U) = \frac{\alpha}{i} \int_0^\rho e^{i\frac{\pi}{2}\rho^2} \rho d\rho = \frac{1}{\pi} \operatorname{arctg} \frac{1}{\sqrt{2u_0}} e^{i\frac{\pi}{2}\rho^2} \quad (10)$$

Итак, в данном случае, модуль дифракционного множителя ослабления напряженности поля равен

$$|F| = \frac{1}{\pi} \operatorname{arctg} \frac{1}{\sqrt{2u_0}} \quad (11)$$

а фаза его

$$\arg F = e^{i\frac{\pi}{2}\rho^2} \quad (12)$$

Из формулы (11) следует, что при $n = 0$, т.е. когда точка наблюдения находится на линии геометрической тени, $|F| = 0,5$, а при $n \rightarrow \infty$ $|F| \rightarrow 0$

Следует отметить, что при $u_0 \rightarrow 0$ фаза множителя ослабления претерпевает постоянный сдвиг фаз равный $\pi/4$. Это объясняется тем, что хорда любого сегмента вступающей первой полной зоны Френеля над препятствием постоянна.

При $u \rightarrow 0$ высота хорды растет и стремится принять форму полукруга с радиусом первой зоны Френеля, а фаза множителя ослабления поля равна набегу фазы вдоль радиуса первой выступающей зоны Френеля минус набег фазы на высоту сегмента.

В таблице 1 приведены результаты расчетов дифракционного множителя ослабления электромагнитных волн для различных значений U_0 по формулам (8) и (11)

Таблица 1

U ₀	По формуле (8)	По формуле (11)
0,01	0,4957	0,4955
0,025	0,4876	0,4899
0,045	0,4665	0,4696
0,1	0,4524	0,4344
0,25	0,3443	0,3515
0,5	0,2858	0,2785
1,0	0,2026	0,1959
1,5	0,1328	0,1382
2	0,1103	0,1088
3	0,0658	0,0636
4	0,0566	0,0562

Как видно из этой таблицы результаты расчетов по формулам (8) и (11) при любых значения U₀ хорошо согласуется между собой. Поэтому при наличии на трассе клиновидного

препятствия с ровной верхней границей в пределах нескольких зон Френеля, вступающих над препятствием для расчета дифракционного множителя ослабления можно пользоваться простой тригонометрической формулой (11).

Литература:

1. *Фейнберг Е.Л.* Распространение радиоволн вдоль земной поверхности. – М.: Изд-во АН СССР, 1961.
2. *Калинин А.И.* Расчет трасс радиорелейных линий. М.: Связь, 1964.
3. *Борн М., Вольф Э.* Основы оптики. – М.: Наука, 1970.
4. *Ландсберг Г.С.* Оптика. – М.: Наука, 1976.
5. *Уфимцев О.Я.* Метод краевых волн в физической теории дифракции. – М.: «Советское радио», 1962.
6. *Черный Ф.Б.* Распространение радиоволн Изд. «Советское радио» Москва 1962.

Рецензент: к.ф.-м.н. Васильев И.А.