

Кожошов Т.Т., Абдрахманов С.А., Джаналиев Н.Р., Осмонканов А. М.

О ПРЕДЕЛЬНОЙ НАГРУЗКЕ ДЛЯ ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ ПРУЖИНЫ РАСТЯЖЕНИЯ, ОБЛАДАЮЩЕЙ ЭФФЕКТОМ ПАМЯТИ ФОРМЫ

T.T. Kozhoshov, S.A. Abdrakhmanov, N.R. Dzhanaliev, A.M. Osmonkanov

ABOUT A MAXIMUM LOAD FOR THE CYLINDRICAL SPRING OF A STRETCHING POSSESSING EFFECT OF MEMORY OF THE FORM

УДК: 539.-371; 621.7.014.2

В данной работе теоретически определяются предельные нагрузки для цилиндрических пружин растяжения, обладающих эффектом памяти формы, после которого начинаются неупругие деформации.

This is work are defined theoretically maximum loads for the cylindrical springs of a stretching possessing effect of memory of the form after which begin not elastic deformations.

Обычные пружины по своей сути, в основном, проектируются и изготавливаются для работы в упругой области деформирования [1]. Но с появлением материалов, обладающих нетрадиционными свойствами, в частности, обладающих эффектом памяти формы, появилась возможность использования их работы за пределами упругости [2-6]. Причем, как раз наличие неупругих деформаций в элементах из таких материалов обеспечивает феномен работы пружин.

В данной работе теоретически определяются предельные нагрузки для цилиндрических пружин растяжения, обладающих эффектом памяти формы, после которого начинаются неупругие деформации. Они при деформировании, в большинстве случаев, получают большие осевые перемещения, в связи с этим данная задача рассматривается в нелинейной постановке.

Пусть цилиндрическая пружина диаметром D_0 , изготовлена из проволоки с памятью формы, диаметром d , и имеет i витков и она нагружена продольной осевой (растяжение или сжатие) нагрузкой P . Основные параметры пружины определим тремя независимыми величинами: диаметром – D , углом подъема оси винтового бруса – α , и длиной оси рабочей части винтового бруса l . При изотермическом нагружении пружины будем считать $l=const$.

Через указанные параметры определяются следующие характеристики пружины:
число рабочих витков

$$i = \frac{l \cos \alpha}{\pi D}, \quad (1)$$

высота рабочей части пружины

$$H = l \sin \alpha. \quad (2)$$

Максимальное значение полярного угла, отсчитываемого от некоторой оси, перпендикулярной оси пружины

$$\psi = \frac{2l}{D} \cos \alpha, \quad (3)$$

кривизна (χ) и кручение (ω) винтовой линии

$$\chi = \frac{2 \cos^2 \alpha}{D}, \quad \omega = \frac{\sin 2\alpha}{D}. \quad (4)$$

При расчете пружин, нагруженной осевой продольной силой P , из внутренних усилий будем учитывать только крутящий и изгибающий моменты в поперечном сечении витка. Очевидно, что они будут равны

$$M_{кр} = \frac{PD}{2} \cos \alpha, \quad M_{из} = -\frac{PD}{2} \sin \alpha. \quad (5)$$

Здесь рассматривается свободное крепление концов пружины, при этом торцы пружины могут свободно поворачиваться вокруг её оси.

Известно, что при деформировании пружины, её осадка λ равна изменению высоты пружины ΔH , а угол поворота одного торца относительно другого θ равен изменению центрального угла $\Delta \psi$. На основании формул (2) и (3) можно записать:

$$\lambda = H - H_0 = l(\sin \alpha - \sin \alpha_0), \quad (6)$$

$$\theta = \psi - \psi_0 = 2l \left(\frac{\cos \alpha}{D} - \frac{\cos \alpha_0}{D_0} \right), \quad (7)$$

здесь α_0, H_0, ψ_0 - начальные значения этих величин.

На основании формул (4) изменение кривизны и кручения равны

$$\Delta \chi = \chi - \chi_0 = \frac{2 \cos^2 \alpha}{D} - \frac{2 \cos^2 \alpha_0}{D_0}, \quad (8)$$

$$\Delta \omega = \omega - \omega_0 = \frac{\sin 2\alpha}{D} - \frac{\sin 2\alpha_0}{D_0}. \quad (9)$$

В этом случае, на основании закона Гука, изменения кручения и кривизны витка пружины связаны с усилиями следующими формулами

$$\Delta \omega = \frac{M_{кр}}{C}, \quad \Delta \chi = \frac{M_{из}}{B}. \quad (10)$$

Здесь $C = G_i J_K, B = E_i J_b$ - жесткости проволоки на кручение и изгиб;

$J_K = J_p$ - полярный момент инерции, J_b - осевой момент инерции относительно бинормали \vec{b} ; E_i и G_i - соответственно модуль продольной упругости и модуль сдвига в мартенситном состоянии.

Из формул (8), (9) и (10) с учетом равенств (5) получаем следующие уравнения

$$\left. \begin{aligned} \frac{\cos^2 \alpha}{D} - \frac{\cos^2 \alpha_0}{D_0} &= -\frac{PD}{4B} \sin \alpha \\ \frac{\sin 2\alpha}{D} - \frac{\sin 2\alpha_0}{D_0} &= \frac{PD}{2C} \cos \alpha \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

Решив последние уравнения относительно P и D , с учетом формул (1), (6) и (7), получаем характеристики пружины в следующей параметрической форме:

$$P = \frac{4B}{D_0^2} \sin(\alpha - \alpha_0) \frac{\cos^2 \alpha_0}{\cos \alpha} \frac{\frac{B}{C} \cos \alpha \cos \alpha_0 + \sin \alpha \sin \alpha_0}{\left(\frac{B}{C} \cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha \right)^2}, \quad (12)$$

$$D = D_0 \frac{\frac{2B}{C} \cos^3 \alpha + \sin \alpha \sin 2\alpha}{\frac{2B}{C} \cos \alpha \cos^2 \alpha_0 + \sin \alpha \sin 2\alpha}, \quad (13)$$

$$\lambda = \frac{\pi D i_0}{\cos \alpha_0} (\sin \alpha - \sin \alpha_0), \quad (14)$$

$$\theta = \frac{2\pi D_0 i_0}{\cos \alpha_0} \left(\frac{\cos \alpha}{D} - \frac{\cos \alpha_0}{D_0} \right). \quad (15)$$

В последних формулах параметром, характеризующим систему, выступает угол подъема пружины α . Задав угол подъема $\alpha > \alpha_0$, можно определить необходимые параметры пружины и действующие на него нагрузки в пределах упругих деформаций.

Учитывая, что при растяжении пружины, нормальные напряжения малы считаем, что переход материала из упругого в неупругое состояние происходит при достижении касательного напряжения величины $\tau_{\sigma_0}^i$, называемого пределом фазовой текучести материала в мартенситном состоянии.

Пусть при некоторой осевой нагрузке $P_{\sigma\sigma}^i$ максимальные касательные напряжения достигнут величины предела фазовой текучести материала $\tau_{\sigma\sigma}^i$, тогда при нагрузках $P > P_{\sigma\sigma}^i$ пружина будет работать в неупругой области деформирования в мартенситном состоянии. Определим значение параметра $\alpha = \alpha_{\sigma\sigma}^i$, при котором заканчивается упругая работа пружины. Для этого приравняем величину момента значению крутящего момента соответствующего переходу материала из упругого состояния в неупругое, которое равно

$$M_{\sigma\sigma}^i = \tau_{\sigma\sigma}^i \frac{\pi d^3}{16}$$

С учетом (5) получим следующее уравнение

$$P(\alpha)D(\alpha)\cos\alpha = 2M_{\sigma\sigma}^i, \quad (16)$$

где значения P и D определяются выражениями (12) и (13).

Корень уравнения (16) $\alpha = \alpha_{\sigma\sigma}^i$, определяет граничное значение угла подъёма пружины, после которого она начинает получать неупругие деформации.

Далее аналогичным путем найдем $P_{\sigma\sigma}^A$, соответствующий $\alpha = \alpha_{\sigma\sigma}^A$ для пружин растяжения в аустенитном состоянии. В этом случае нагрузка P и диаметр D также определяются формулами (12) и (13), где соответственно жёсткость проволоки на кручение и изгиб \tilde{N} и \hat{A} заменить на величину C_1 и \hat{A}_1 т.е. $C_1 = G_A J_K$, $B_1 = E_A J_b$.

Здесь E_A и G_A – соответственно модуль продольной упругости и модуль сдвига материала в аустенитном состоянии.

$$P_A(\alpha) = \frac{4B}{D_0^2} \sin(\alpha - \alpha_0) \frac{\cos^2 \alpha_0}{\cos \alpha} \frac{B_1 \cos \alpha \cos \alpha_0 + \sin \alpha \sin \alpha_0}{\left(\frac{B_1}{C_1} \cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha \right)^2}, \quad (17)$$

$$D_A(\alpha) = D_0 \frac{\frac{2B_1}{C_1} \cos^3 \alpha + \sin \alpha \sin 2\alpha}{\frac{2B_1}{C_1} \cos \alpha \cos^2 \alpha_0 + \sin \alpha \sin 2\alpha_0}. \quad (18)$$

Следовательно, с учетом формулы (5) получим следующее уравнение

$$P_A(\alpha)D_A(\alpha)\cos\alpha = 2\tau_{\sigma\sigma}^A \frac{\pi d^3}{16}, \quad (19)$$

где $\tau_{\sigma\sigma}^A$ – величины предела фазовой текучести материала в аустенитном состоянии.

Для получения графических характеристик пружины нами произведен расчет цилиндрической пружины, изготовленной из никелида титана, имеющего следующие параметры:

модуль продольной упругости $E_j = 8,5 \cdot 10^{10} \text{ Па}$ и $E_A = 20,5 \cdot 10^{10} \text{ Па}$,

модуль сдвига $G_M = 1,5 \cdot 10^{10} \text{ Па}$ и $G_A = 3 \cdot 10^{10} \text{ Па}$,

диаметр пружины $D_0 = 10 \cdot 10^{-3} \text{ м}$,

диаметр прутка $d_0 = 1 \cdot 10^{-3} \text{ м}$,

количество витков $i_0 = 10$.

На рис. 1. показаны графики P от λ характеризующие работу пружины как в мартенситном, так и в аустенитном состояниях. Решая совместно трансцендентные уравнения 12, 13 и 16, а также 17, 18 и 19 найдены значения α_{σ} и D_{σ} соответствующие началу перехода материала в неупругое состояние.

Получены значения предельных нагрузок соответствующие начальным углам подъема равным 2° и 10° , при работе пружины в мартенситном и в аустенитном состояниях. Эти значения соответственно равны: 3,52 и 3,62 Н, а также 7,04 и 7,27 Н.

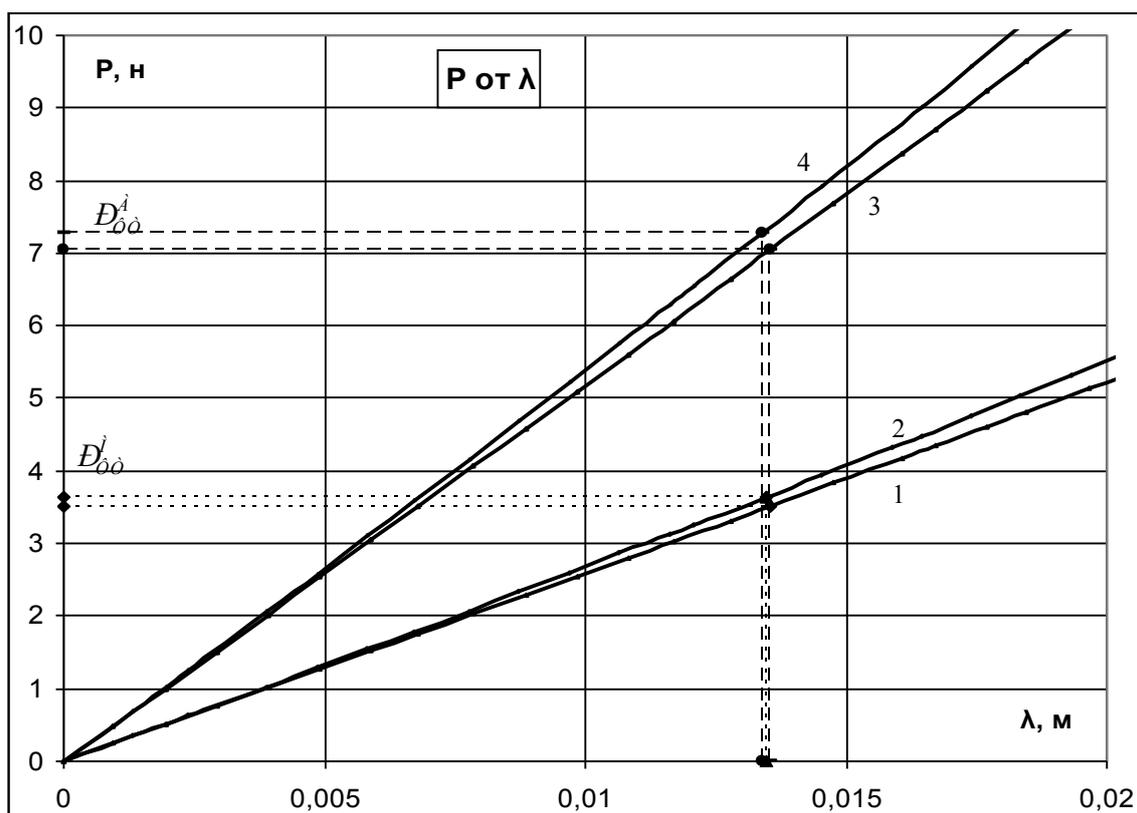


Рис. 1. Кривые зависимости P от λ : 1, 2 в мартенситном; 3, 4 в аустенитном состояниях.
Кривые 1 и 3 получены при начальном угле подъёма $\alpha_0 = 2^\circ$, а кривые 2 и 4 при $\alpha_0 = 10^\circ$.

Таким образом, расчеты показали, что для рассматриваемых начальных углов подъёма предельные нагрузки меняются незначительно, а их величины в аустенитном состоянии превосходят более чем два раза соответствующих значений в мартенситной области.

Литература:

1. Пономарев С.Д. и др. Расчет на прочность в машиностроении, Т-1, Машгиз, М.: 1956. -881 с.
2. Материалы с эффектом памяти формы. Т.4 Справочное издание под общей ред. Лихачева В.А., Санкт-Петербург, 1998,- 268с.
3. Абдрахманов С.А. Деформация материалов с памятью формы при термосиловом воздействии. Бишкек, Илим, 1991,-116с.
4. Лихачев В.А. и др. Эффект памяти формы. – Л.: Из-во ЛГУ, 1987, -216 с.
5. Мовчан А.А., Мовчан И.А. Модель нелинейного деформирования сплавов с памятью формы в активных процессах прямого превращения и структурного перехода. - Механика композиционных материалов и конструкций. М.: 2008, том 14, №1, с 75 – 87.
6. Ооцука К., Симудзу К., Судзуки Ю. Сплавы с эффектом памяти формы /Под ред. Фунакуба Х. Пер. с японск. – М. Металлургия. 1990. -224 с.

Рецензент: д. ф.-м.н., профессор Салиев А.Б.