

Тукембаев Ч.А., Свиденко В.Н.

СУБЛИМАЦИЯ И КРИСТАЛЛИЗАЦИЯ В ЯВЛЕНИИ  
АЙТМАТОВА-ТАЖИБАЕВА

УДК: 551.24:530.1+539.67

*В работе определено, что в напряженно-деформированном состоянии первая  $E'$  и вторая  $E''$  производные модуля Юнга соответствуют двум разным фазовым переходам. Для  $E'$  сублимация обуславливает скорость звука в однородном газе и боковую волну на границе раздела фаз. Поэтому для  $E''$  в явлении Айтматова-Тажобаева аномальное сжатие материала вызвано охлаждением неоднородного газа внутри микрополостей, когда производная по направлению меняет знак, и кристаллизацией. Результат связан со статистикой Тсаллиса.*

**Ключевые слова:** нелинейность, модуль Юнга, неоднородность, фазовый переход, боковая волна.

*We have determined that the first  $E'$  and the second  $E''$  derivatives of Young's modulus correspond to two different phase transitions in the stressed-strained state. For  $E'$  the sublimation causes the speed of a sound in homogeneous gas, together with a lateral wave on phase boundary. Therefore for  $E''$  in the Aytmatov-Tajibaev phenomenon abnormal compression of a material is caused by the cooling of non-uniform gas inside of microcavities when the derivative along a direction changes a sign, and by the crystallization. The received result is connected with the Tcallis Statistics.*

**Key words:** nonlinearity, young's modulus, inhomogeneity, phase transition, lateral wave.

В напряженно-деформированном состоянии модуль Юнга  $E = \rho v^2$  зависит от собственных знакопеременных остаточных напряжений  $\pm \sigma_i$  – неотъемлемых свойств материала с плотностью  $\rho$ , которые принуждают образец, сжимаемый в продольной оси  $x$ , к сжатию в поперечных направлениях  $y$  и  $z$ . Аномалия вызвана сублимацией испытуемого вещества – появлением газовой фазы в микропустотах при расширении [1]. Собственное напряжение  $\pm \sigma_i$  одного знака с  $i$ -элементом объема<sup>1</sup>  $\pm dV_i(x, y, z)$ , что относит их к знаковым системам. Следующее за расширением

в  $v$   $f_c$   $sx$  аномальное сжатие, на наш взгляд, обусловлено охлаждением неоднородного газа, когда меняет знак скорость  $v$  в твердом теле, т.е. инверсией производной по направлению. Если формула открытия<sup>2</sup> [1] верна, то в напряженно-деформированном состоянии на границе раздела

двух фаз должны появиться скорость звука в газе и боковая волна<sup>3</sup> [2].

Тонкие измерения модуля Юнга [3-5] в ряде материалов указывают на зависимость модуля упругости от собственных напряжений  $\pm \sigma_i$  – носителей знакопеременной микропластической деформации в малых объемах. Явление [1] рассматриваем как систему с "медленной динамикой", неэкстенсивную систему с  $T$ -статистикой (Тсаллиса) [6, 7], анизотропную [8, 9] и структурно-неоднородную среду [10, 11], но микрополости считаем малыми неоднородностями  $\pm dV_i$  [12, 13]. Причем, нелинейные модули упругости Ландау 3 порядка, ошибочно принятые за основу в [10, 11], необходимо заменить модулями сжимаемости 3 порядка, а упругость брать линейной [14]. Такая замена диктуется тем, что прежде, чем материал начнет проявлять упругость, его надо, хотя бы, подвергнуть продольному сжатию по оси  $x$ .

Физико-математические методы [3-11] не объясняют аномальное сжатие. Они только указывают на анизотропию, характерную для знаковых систем и проявляющуюся в перемене знака справа и слева от точки перегиба, но точка перегиба в этих работах не исследовалась. Чтобы понять поведение вещества в явлении [1], необходимо изучить его состояние вблизи критической точки методом малого параметра М. Иманалиева, развитого для исследования фазовых переходов в [12], т.е. в точке перегиба. Тогда аномальное сжатие выражается в аналитической форме инверсией производной по направлению, как перемена знака волнового вектора  $k$  в точке перегиба. В этом, видимо, содержится разрешение вопроса о распределении кинетической энергии по объему в  $T$ -статистике, обобщающей статистику Больцмана-Гиббса [7].

Цель работы – решение вопроса о существовании боковой волны на границе раздела двух фаз и аномального сжатия в явлении Айтматова-Тажобаева, когда производная по направлению меняет знак.

Потому, как обнаружены три резонансные частоты на 1, 3 и 5 гармониках, в [3] считают, что аномалия модуля Юнга квадратично зависит не только от температуры, а обусловлена двумя уровнями в кварцевом стекле из-за наличия гидроксильных групп ОН. Но кратные гармоники отвечают одному и тому же веществу, а

<sup>1</sup> Приращение  $dV$  может быть положительным или отрицательным.

<sup>2</sup> Айтматов И.Т., Тажибаев К.Т. Явление скачкообразного освобождения остаточных напряжений в горных породах // Диплом на научное открытие № 90 / Регистр от 29.04.1998 № А-109 (Россия).

<sup>3</sup> В сейсморазведке называется головной волной

собственные колебания ОН-групп порождены тем же веществом. Значит, резонансные частоты в опытах [3] отвечают появлению иной фазы того же самого вещества. Поэтому две частоты резонанса определяются двумя различными скоростями звука в двух разных фазах. Однако, в связи с аномалией модуля Юнга в [3] остался не выясненным вопрос: почему в опытах присутствует третья частота резонанса?

В [4] исследована зависимость модуля Юнга в режиме микропластических течений и обнаружено два пика поглощения звука – дублетный максимум, относительно точки сублимации CO<sub>2</sub>, равной 194.5 К. Влияние фазового перехода становится заметным вблизи тройной точки воды. Авторы полагают, что это вызвано изменениями фазового состояния адсорбированных молекул углекислого газа атмосферы. Появление дублетной структуры в наблюдаемом эффекте определяется разрывом связей С–С и С–О в молекуле CO<sub>2</sub>. Причем, интенсивности каждой из двух линий в максимуме зависят от предыстории образца, характера напряженного состояния и представлены акустическими измерениями модуля Юнга. В таких материалах должны существовать носители микропластических деформаций, подобно дислокациям в кристаллах, приходят к выводу в [4]. Однако CO<sub>2</sub> содержится в материалах в связанном виде и выделяется при фазовом переходе из его же химических соединений, что не связано с адсорбцией углекислого газа. Два пика поглощения звука в опытах обусловлены появлением газа внутри твердого тела. Один пик относится к твердому телу, а другой – к газу. Поэтому фазовый переход надо исследовать вблизи критической точки, так как два максимума всегда разделены точкой минимума и двумя точками перегиба, где применим метод малого параметра.

Измерение модуля Юнга атомно-силовым микроскопом в материалах с упруго-пластичными от природы свойствами указывает на его нелинейность [5] и без воздействия химических веществ, а при их воздействии модуль Юнга увеличивается на порядок. Даже линеаризация модели Герца, предложенная в этой работе, не затуманивала нелинейность модуля Юнга: он вырос скачком за 3 минуты. Поэтому данный метод измерения интересен для материалов любой природы, испытывающих внутри себя микропластические течения.

Данные [3, 4] указывают на существование "второй" скорости звука газа, относительно первой скорости  $v$  твердого тела, в связи с нелинейностью модуля упругости. Покажем, как модуль Юнга на нелинейном участке отражается на изменении фазовой скорости продольных волн в твердом теле  $v^2=E/\rho$ . Фазовую скорость  $v$  берем в квадрате с учетом закона сохранения энергии.  $E$  зависит от  $\rho$  и  $v$  в  $dV_i$  и выражается в объемной плотности кинетической энергии среды  $U_i=(\rho v^2/2)_i$ . Тогда волновой вектор  $k=\omega/v$  связывает частоту колебаний  $\omega$  и скорость  $v$  в виде сохранения энергии  $k^2=\omega^2/v^2>0$ , если  $v>0 \forall (+dV_i)$  в твердом теле, т.е. при расширении в направлениях  $y$  и  $z$  (см. рис.).

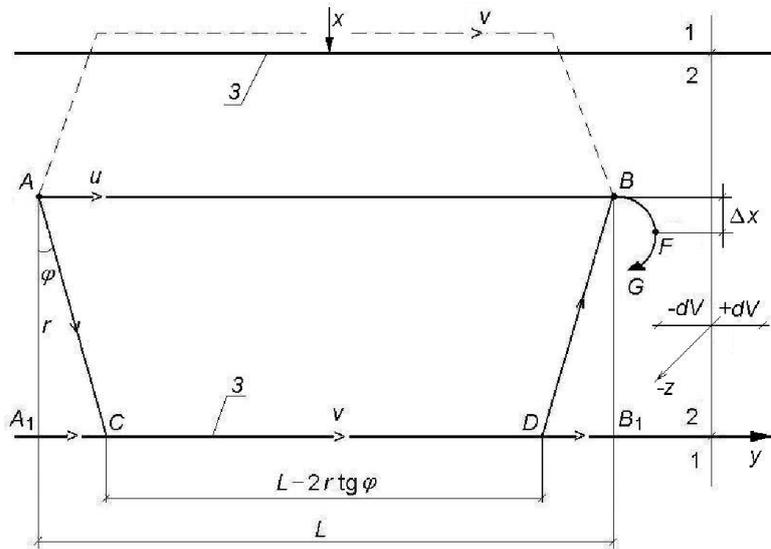


Рис. Боковая волна на границе раздела двух фаз.

На нелинейном участке при нагружении по оси  $x$  производная  $E$  по давлению  $p$  не равна нулю. В фиксированные моменты времени  $\omega=\text{const}>0$ . Тогда  $(k^2)'=(\omega^2 v^{-2})'=-2\omega^2 v^{-3}v'<0$  (дифференцируем по  $dp$ ) означает появление волны Римана в виде  $v^3$  [11]. Из второй производной волнового вектора

$$(k^2)'' = 6\omega^2 v^{-4} v'^2 - 2\omega^2 v^{-3} v'' = 2k^2 v^{-1} (3v^{-1} v'^2 - v'')$$

следует, что производная по направлению меняет знак, так как разность может быть больше, меньше или равной нулю. В точке поворота  $F$  (см. рис.)  $(k^2)''=0$ , а обратная величина  $1/(k)''=\sigma_{\text{тен}}$  – это есть поверхностное натяжение [Н/м].

Дважды дифференцируя  $\rho$  и  $E$  по  $dp$  в  $k^2=\omega^2\rho/E$ , получим

$$(k^2)' = \omega^2 \frac{d}{dp} \left( \frac{\rho}{E} \right) = \omega^2 \frac{\rho E' - E \rho'}{E^2} = \omega^2 \frac{u^{-2} E - \rho E'}{E^2}, \quad (1)$$

$$(k^2)'' = \omega^2 \frac{d}{dp} \left( \frac{\rho'E - \rho E'}{E^2} \right) = \frac{\omega^2}{E^3} (E^2 \rho'' + 2E'{}^2 \rho - 4E'E' \rho' - E''E \rho). \quad (2)$$

Аномальное сжатие возникает, если  $k^2 > 0$ ,  $(k^2)' < 0$ , но  $(k^2)'' < 0 \forall (-dV_i)$ , когда существуют производные  $v''$ ,  $E''$  и  $\rho''$ , для которых выполнены неравенства:

$$vv'' > 3v'^2; E(E''\rho + 4E'\rho') > E^2\rho'' + 2E'{}^2\rho.$$

Поэтому  $E$  и  $\rho$  твердого тела описываются кубической параболой, а она имеет точку перегиба. Производные  $\rho''$  и  $E''$  выражают сохранение момента импульса, согласно знаку вектора  $k$ , и указывают, что трансформируется в волну Римана волна в твердом теле, движущаяся со скоростью  $v$ , а затем волна в газовой фазе, скорость в которой  $u$ . Тогда при  $\Delta x \rightarrow 0$  аномальное сжатие по направлениям  $y$  или  $z$  возникает в точке  $G$  после поворота в точке  $F$  (см. рис.), где  $u < 0 \forall (-dV_i)$ , так как  $k < 0$  в неоднородном газе: разность в формуле (2) меньше нуля. А это приводит в  $T$ -термодинамике к перераспределению энергии  $U_i$  в микрополости.

Производная  $\rho' = d\rho/dp = u^{-2}$  в формуле (1) сигнализирует о появлении газа 2 внутри твердого тела 1 (см. рис.), так как  $u$  – это скорость звука в однородном газе [2]. Далее, формальное дифференцирование  $u$  по  $dp$  дает неоднородный газ, но такой газ удерживается за счет поверхностного натяжения  $\sigma_{тен} = 1/(k)''$  границы раздела фаз внутри поверхности. О роли  $\sigma_{тен}$  в  $T$ -термодинамике см. в [6]. Значит, возгонка обуславливает возникновение двух скоростей звука  $v$  и  $u$  продольных волн в твердом теле и газе, а их регистрация говорит о фазовом переходе. Причем, скорость звука в газовой фазе  $u \ll v$  – скорости звука в твердом теле. Она образуется на нелинейном участке модуля Юнга, согласно  $E'$ , и указывает на появление газовой фазы 2 в твердом теле 1. А так как каждая из фаз отождествляется собственными колебаниями по соответствующим им скоростям звука, то регистрируются две разные частоты  $\omega_1$  и  $\omega_2$ . Генерация третьего колебания происходит на границе 3 (см. рис.) раздела двух фаз в боковой волне, аналитическое решение для которой дано в [13].

Точки  $A$  и  $B$  отстоят от границы 3 раздела фаз на расстоянии  $r$ . В газовой фазе 2 волна из точки  $A$  в точку  $B$  движется со скоростью  $u$  и пройдет расстояние  $L$  за время  $t_2 = L/u$ . На рисунке изображен кратчайший путь волны в газовой фазе в отличие от [2]. В твердом теле 1 волна проходит тоже расстояние  $L$  от точки  $A_1$  до  $B_1$  за время  $t_1 = L/v$ , а это много быстрее, чем для волны, движущейся в газовой фазе 2, так как  $v \gg u$ , а

потому  $t_1 < t_2$ . Боковая волна из точки  $A$  падает на поверхность 3 раздела двух фаз под углом  $\angle \varphi$  и движется, затем, внутри твердого тела 1 со скоростью  $v$ . Она проходит путь  $ACDB$ . Боковой волне, чтобы достигнуть точки  $C$ , а затем двигаться внутри твердого тела в точку  $D$ , сначала надо пройти расстояние  $r \sec \varphi$  в газовой фазе из  $A$  в точку  $C$ . Далее из  $D$  в точку  $B$ , между которыми расстояние, также, равно  $r \sec \varphi$ , волна вновь движется внутри газовой фазы. Это расстояние для боковой волны  $L_3 = L + 2r(\sec \varphi - \tg \varphi)$ . Боковая волна приходит в точку  $B$  быстрее, чем по газовой фазе, так как  $v \gg u$ . Путь боковой волны продублирован пунктиром.

Итак, появление новой фазы обуславливает генерацию трех колебаний на 3 частотах, которым соответствуют расстояния  $2L$  в разных фазах и  $2L_3$  для боковой волны. Три частоты это частота  $\omega_1$  в твердом теле, частота  $\omega_2$  колебаний в газовой фазе и частота  $\omega_3$  боковой волны. Именно боковая волна является причиной возникновения третьей частоты на границе раздела двух фаз. Ее движение вдоль границы раздела характеризует фазовый переход, поэтому боковая волна дает новое представление о фазовых переходах и акустических методах измерения модуля Юнга по сравнению с [3-5, 11].

В измерениях напряженно-деформированного состояния три частоты приобретают следующее значение. Вначале регистрация частоты  $\omega_1$  указывает о неизменности твердого тела. Регистрация частоты  $\omega_2$  сигнализирует о сублимации, а частоты  $\omega_3$  – о существовании поверхностного натяжения, которое обуславливает боковую волну. Затухание колебаний на побочных частотах дает сигнал об охлаждении, кристаллизации и переходе к аномальному сжатию в направлениях  $y$  и  $z$ .

Итак, при разделении вещества на твердую и газовую фазы микрополость заполняется газовой фазой того же вещества, из которого состоит материал. Из-за инверсии производной по направлению происходит переупаковка молекул неоднородного газа в зависимости от энергии молекул, а именно. На границе раздела фаз ионы образуют химическое соединение с иной плотностью, чем материал. Инверсия производной по направлению вносит перераспределение молекул химического соединения в микрополости и их смещение по границе раздела двух фаз. Молекулы в контакте с окружающим микрополостью твердым веществом охлаждаются и кристаллизуются, поэтому вещество сжимается, что приводит к аномальному сжатию в явлении Айтматова-Тажибаева. Именно так меняется атомно-молекулярная структура вещества при  $\Delta x \rightarrow 0$  из-за инверсии производной по направле-

ниям  $y$  и  $z$ . На месте микрополости получаем новое неоднородное твердое вещество в виде дислокации и смещения молекул. Это вытекает из аналитического решения [12-14], так как в  $T$ -статистике распределение энергии по объему  $U_i = (\rho v^2/2)_i$  отвечает знакам  $\pm dV_i(x, y, z)$  в каждом  $\pm k^2 = (\omega^2/v^2)_i$  в зависимости от направления скорости  $v$ , а точнее  $u$ .

**Благодарности** сотрудникам Института геомеханики и освоения недр НАН КР д.т.н. К.Т. Тажибаеву, к.т.н. Б.А. Чукину, к.ф.-м.н. А.А. Аманалиеву и к.т.н. Э.А. Ким за полезные замечания при обсуждении работы.

**Литература:**

1. Айтматов И.Т., Тажибаев К.Т. Проявление остаточных напряжений в деформации горных пород при их нагружении // Физика и механика разрушения горных пород / Ин-т физики и механики разрушения горных пород Академии наук Киргизской ССР. Фрунзе: Илим, 1987. С. 134-164.
2. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Гидродинамика. М.: Наука, 1988. 736 с.
3. Лунин Б.С., Торбин С.Н. О температурной зависимости модуля Юнга чистых кварцевых стекол // Вестник Моск. ун-та. Сер. 2. Химия. 2000. Т. 41, № 3. С. 172-173.
4. Кардашев Б.К., Буренков Ю.А., Смирнов Б.И. и др. Внутреннее трение и модуль Юнга углеродной матрицы для биоморфной керамики карбида кремния // Физика твердого тела. 2005. Т. 47, вып. 5. С. 860-864.
5. Лебедев Д.В., Чукланов А.П., Бухараев А.А. и др. Измерение модуля Юнга биологических объектов в жидкой среде с помощью специального зонда атомно-силового микроскопа // Письма в ЖТФ. 2009. Т. 35, вып. 8. С. 54-61.
6. Наймарк О.Б., Баяндин Ю.В., Леонтьев В.А. и др. О термодинамике структурно-скейлинговых переходов при пластической деформации твердых тел // Физическая мезомеханика. 2005. Т. 8. № 5. С. 23-29.
7. Зарипов Р.Г. Самоорганизация и необратимость в неэкстенсивных системах / Ин-т механ. и Машиновед. КНЦ РАН. Казань: Изд-во "Фэн", 2002. 251 с.
8. Стефанов Ю.П. Численное моделирование процессов деформации и разрушения геологических сред // Автореф. дис. ... докт. физ.-мат. наук / Ин-т физики прочности и материаловедения СО РАН. Томск, 2008. 31 с.
9. Свешникова Е.И. Нелинейные квазиперечные волны в слабоанизотропных упругих средах // Автореф. дис. ... докт. физ.-мат. наук / Московский гос. ун-т им. М.В. Ломоносова. М., 2008. 33 с.
10. Corwin E.I., Jaeger H.M., Nagel S.R. Structural signature of jamming in granular media // Nature. 2005. Vol. 435. P. 1075-1078.
11. Руденко О.В. Гигантские нелинейности структурно-неоднородных сред и основы методов нелинейной акустической диагностики // Успехи физических наук. 2006. Т. 176. № 1. С. 77-95.
12. Тукембаев Ч.А., Свиденко В.Н. Метод малого параметра в проблеме фазовых переходов // Исследования по интегро-дифференциальным уравнениям. Вып. 38. Бишкек: Илим, 2008. С. 145-154.
13. Тукембаев Ч.А. Определение условий возбуждения и срыва колебаний боковой волны // Там же. С. 155-159.
14. Тукембаев Ч.А. Линейные модули сжимаемости 3 порядка в кроссмодуляции и левых средах // Там же. Вып. 39. С. 192-201.

**Рецензент: к.ф.-м.н., доцент Осмонканов А.М.**