

Рудаев Я.И., Сулайманова С.М.

**ОБ ОПТИМИЗАЦИИ ПРОЦЕССА ПРЕССОВАНИЯ ПРУТКА ПРИ ИСПОЛЬЗОВАНИИ СВЕРХПЛАСТИЧНОСТИ**

УДК: 539.3;539.374

*Рассматривается пример оптимизации технологического процесса прессования алюминиевого прутка в режимах сверхпластичности. Установлены энергосиловые и кинематические характеристики, отвечающие изготовлению полуфабриката с качественными структурными показателями.*

*The example of optimization technological process pressure of aluminum round bar in regimes superplasticity is considered. It was established the energypower and kinematic characteristics corresponding to manufacturing of a semifinished item with qualitative structural parameters.*

Трудности, встречаемые при математической формулировке и решении технологических задач объемного формоизменения с применением сверхпластичности, обсуждены [1]. Поэтому целесообразной представляется возможность выработать технологическую стратегию [2] с обеспечением оптимальности некоторых Критериев.

Нельзя не согласиться с мнением [3], утверждающим, что из множества общепризнанных критериев оптимальности выбирается лишь один из них или априорно задается путь

Будем считать температуру процесса выбранной оптимально, т.е., по крайней мере, не выходящей за термический диапазон реализации эффекта сверхпластичности. Исключив температуру, обратим внимание на анализ поля скоростей деформаций, внешней характеристикой которого может служить средняя скорость прессования  $v_0$  – управляющая переменная [3].

В качестве целевой функции выбираем объем зоны сверхпластичности в очаге деформации. Будем считать, что указанный объем ( $W^{cn}$ ) при оптимальном сочетании силовых, термических и кинематических условий достигает максимума

$$W^{cn} = \iiint_{(W)} dW \rightarrow \max. \tag{1}$$

В сферических координатах (1.3) в [4] вместо (1) можем записать

$$\int_0^\alpha \rho^3 \cos \alpha d\alpha \rightarrow \max. \tag{2}$$

К условию (2) добавим ограничения на сверхпластическую область по скоростям деформаций. Для этого рассмотрим выражение для интенсивности скоростей деформаций

приведения их к единственному критерию.

Использование сверхпластичности способствует выдвигению нетрадиционных критериев оптимизации.

Так, на изменение силовых, термических и кинематических параметров процесса очага деформации откликается изменением объема и расположения области сверхпластичности, которая, понятно, составляет часть очага деформации. Иными словами, при таком подходе оптимизационная задача разбивается на две части. В первой из них определению подлежат условия, при которых объем зоны сверхпластичности будет максимальным. Вторая сторона задачи состоит в обеспечении оптимального расположения указанной зоны в очаге деформации.

В [4] рассмотрена краевая задача прессования прутка в термических условиях сверхпластичности. Определены поля напряжений, скоростей перемещений и деформаций, усилия прессования. Схематично процесс прессования прутка показано на рис.1.

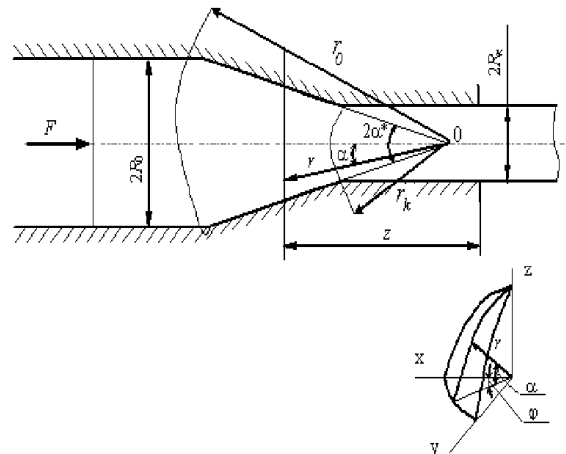


Рис. 1. Схема прессования круглого прутка в конической матрице.

$$\sigma_u = \left[ (\sigma_\rho - \sigma_\alpha)^2 + 3\tau_{\rho\alpha}^2 \right]^{1/2}; \quad \dot{\varepsilon}_u = 3^{-1/2} \left[ \frac{4}{3} (\dot{\varepsilon}_\rho - \dot{\varepsilon}_\alpha)^2 + \dot{\gamma}_{\rho\alpha}^2 \right]^{1/2}. \quad (3)$$

С учетом

$$\dot{\varepsilon}_\rho = \frac{2K(\alpha)}{\rho^3}; \quad \dot{\varepsilon}_\alpha = \dot{\varepsilon}_\varphi = -\frac{K(\alpha)}{\rho^3}; \quad \dot{\gamma}_{\rho\alpha} = -\frac{K'(\alpha)}{\rho^3},$$

где  $K=K(\alpha)$  - функция подлежащая определению, вторую формулу (3) можно переписать так

$$\dot{\varepsilon}_u = \frac{L^{1/2}}{\rho^3}. \quad (4)$$

Здесь [4]  $L = L(\alpha) = \frac{1}{3} [12K^2(\alpha) + K'^2(\alpha)]$ .

Упомянутые скоростные ограничения представляются [1] в виде

$$\dot{\varepsilon}^* \left[ 1 - \left( -\frac{\beta}{3m_0} \right)^{1/2} \right] \leq \dot{\varepsilon} u \leq \dot{\varepsilon}^* \left[ 1 + \left( -\frac{\beta}{3m_0} \right)^{1/2} \right], \quad (5)$$

причем, как и выше,  $\beta$  - управляющий параметр (при сверхпластичности  $\beta < \Lambda$ ),

$\dot{\varepsilon}^*$  - внутренний параметр состояния, в изотермических условиях являющиеся постоянными,  $m_0$  - константа материала.

Неравенство (5), используя (4), можно привести к виду

$$\rho_l \leq \rho \leq \rho_n \quad (6)$$

причем

$$\rho_n = \left\{ \left[ 1 + \left( -\beta/3m_0 \right)^{1/2} \right]^{-1} \left( \frac{12K^2 + K'^2}{3} \right)^{1/2} \right\}^{1/3};$$

$$\rho_l = \left\{ \left[ 1 - \left( -\beta/3m_0 \right)^{1/2} \right]^{-1} \left( \frac{12K^2 + K'^2}{3} \right)^{1/2} \right\}^{1/3}, \quad (7)$$

а через  $\rho_n, \rho_l$  обозначены соответственно нижнее и верхнее значения нормированного радиуса  $\rho = r/R_0$ , ограничивающие область сверхпластичности.

При этом произвольная величина  $\rho \in ]\rho_l, \rho_n[$  может быть определена так

$$\rho = \frac{1}{\Pi} \left( \frac{12K^2 + K'^2}{3} \right)^{1/6}, \quad (8)$$

где  $\Pi \in \left] \left( 1 - \left( -\beta/3m_0 \right)^{1/2} \right); \left( 1 + \left( -\beta/3m_0 \right)^{1/2} \right) \right[$ .

Теперь можно утверждать, что получена задача вариационного исчисления, для решения которой в соответствии с (2), (8) необходимо построить функционал

$$\tilde{\Phi} = \int_0^{\alpha^*} (12K^2 + K'^2)^{1/2} \cos \alpha \, d\alpha. \quad (9)$$

Введя обозначение  $n = \sin \alpha$ , вместо (9) получим

$$\tilde{\Phi} = \int_0^{\sin \alpha^*} [12K^2(n) + K'^2(n)]^{1/2} \, dn. \quad (10)$$

Случай (10) относится к разряду, когда подынтегральная функция зависит только от  $K(n), K'(n)$ , т.е.

$$J = J(K, K') = [12K^2(n) + K'^2(n)]^{1/2}. \quad (11)$$

При этом первый интеграл уравнения Эйлера вычисляется сразу и имеет вид

$$J - K'J = C, \quad (12)$$

где  $C$  – произвольная постоянная интегрирования.

Теперь уравнение (12) с учетом (11) приводится к дифференциальному уравнению с разделенными переменными

$$K' - \frac{12}{C}K \left( K^2 - \frac{C^2}{12} \right)^{1/2} = 0. \quad (13)$$

Интеграл уравнения (13) с учетом  $n = \sin \alpha$  и краевого условия  $\tau_{r\alpha}|_{\alpha=0} = 0$  будет равен

$$K(\alpha) = \frac{C}{\sqrt{12} \cos(\sqrt{12} \sin \alpha)}. \quad (14)$$

Из (14) следует ограничение на величину угла  $\alpha = \alpha^{**}$ , образующего в радиальном направлении границу области сверхпластичности,

$$\alpha \leq \alpha^{**} = \arcsin \frac{\pi}{2\sqrt{12}}. \quad (15)$$

Таким образом, объем зоны сверхпластичности будет максимальным, если имеют место условия (5), (15).

Перейдем теперь ко второй части оптимизационной проблемы, связанной с отысканием рационального расположения сверхпластической области. При этом будем предполагать, что конечной целью процесса прессования является получение высококачественного прутка с ультрамелкозернистой структурой. Поэтому сверхпластическую зону будем стремиться поместить так, чтобы исключить на выходе из матрицы скоростные условия, выходящие за рамки диапазона сверхпластичности. Поверхность разрыва скоростей перемещений здесь определяется уравнением

$$\rho_K = \left\{ \frac{C_1 [2 + 3\Psi - 3(1 + \Psi) \cos \alpha + \cos^3 \alpha]}{3v_K \sin^2 \alpha} \right\}^{1/2},$$

которое с использованием обозначений [4]

$$H(u) = 2u^2 - (5 + 6\Psi)u + 3(1 + \Psi)^2; \quad H_1(u) = \frac{u^{3/2} - 3(1 + \Psi)u^{1/2} + 2 + 3\Psi}{1 - u}; \quad (16)$$

$$H_2(u) = u - 1 - \Psi, \quad u(\alpha) = \cos^2(\alpha), \quad \Psi = \frac{1}{3\chi} (1 - \chi^2)^{1/2} \sin 2\alpha^* - \sin^2 \alpha^*.$$

может быть представлено в форме

$$\rho_k^2 = \frac{H_1(u)}{\Lambda^2 \bar{\Psi}}, \quad (17)$$

причем для  $\bar{\Psi}$  имеем  $\bar{\Psi} = \frac{\sin^2 \alpha^* + 3\Psi}{\sin \alpha^*} = 2 \left( \frac{\sqrt{1 - \chi^2}}{\chi} \cos \alpha^* - \sin \alpha^* \right)$ ,  $\chi$  - коэффициент пропорциональности,

устанавливаемый экспериментально [1].

Уравнение, ограничивающее область сверхпластичности по верхнему пределу скоростей, в соответствии с (7) и на основании [4] можно представить в виде

$$\rho_n^3 = \frac{\sqrt{3}v_0 H^{1/2}(u)}{\bar{\Psi} [1 + (-\beta/3m_0)^{1/2}]}, \quad (18)$$

где  $H(u)$  определяется первой формулой (16).

Условие пересечения поверхностей (17), (18) представляется равенством

$$\frac{H_1^3(u)}{H(u)} = \frac{\mu^2}{[1 + (-\beta/3m_0)^{1/2}]^2}, \quad (19)$$

причем для  $\mu$  получено [4]

$$\mu = v_0 \Lambda^3 (3\bar{\Psi})^{1/2}, \quad (20)$$

где  $\Lambda = \rho_0 / \rho_k = (v_k / v_0)^{1/2}$ .

Несложно показать, что оптимальным следует принять такое взаимное расположение поверхностей  $\rho_k(\alpha)$  и  $\rho_n(\alpha)$ , чтобы на продольной оси обеспечить выполнение условия

$$\rho_k(0) = \rho_n(0). \quad (21)$$

Равенство (21) по существу есть требование касания поверхностей  $\rho_k = \rho_k(\alpha)$ ,  $\rho_n = \rho_n(\alpha)$ . Поэтому положим в (19)  $\alpha = 0$  ( $u=1$ ). С учетом первой и второй формул (16) получим оптимальное значение параметра  $\mu = \mu_{opt}$  в виде

$$\mu_{opt} = \frac{3}{2\sqrt{2}} \left( \frac{\Psi}{\bar{\Psi}} \right)^{1/2} \Lambda^{-3} \left[ 1 + (-\beta/3m_0)^{1/2} \right]. \quad (22)$$

Теперь оптимальная скорость прессования, следуя (20) и (22) определится так

$$v_{opt} = \frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{2}} \frac{\sqrt{\Psi}}{\bar{\Psi}} \Lambda^{-6} \left[ 1 + (-\beta/3m_0)^{1/2} \right] \quad (23)$$

На рис. 2. пунктирными линиями (3,4) показаны графики зависимости оптимальной скорости ( $\mu_{opt}$ ) прессования от угла наклона матрицы ( $\alpha^*$ ).

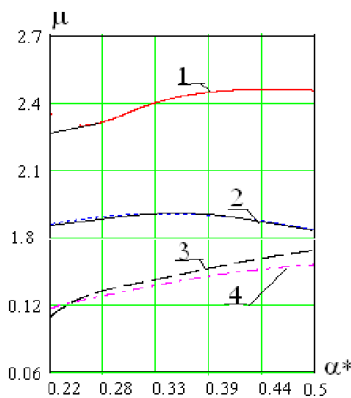
Как видно из представленных графиков скорость прессования при удовлетворении, кроме температурных, еще и скоростных условий сверхпластичности, необходимых для изготовления прутка с ультрамелким зерном, значительно снижается (примерно в 2,5...3,0 раза).

На рис.3. показаны графики зависимостей усилия прессования от угла  $\alpha^*$  при  $\beta = -0,1564$ . При этом рис.3. *a* соответствует  $\Lambda = 1,5$ , а рис.3. *b* -  $\Lambda = 2,5$ .

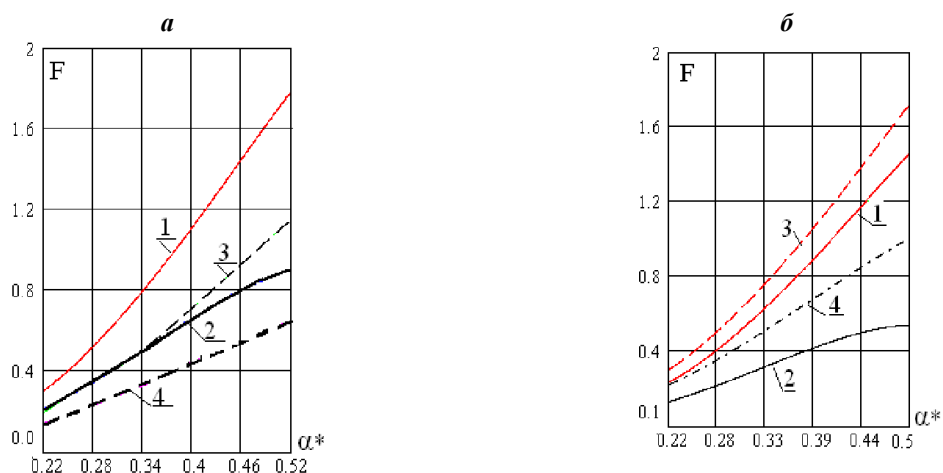
Анализ графических зависимостей, приведенных на рис. 3, показывает, что усилия прессования с введением оптимально расположенной области сверхпластичности снижаются сравнительно с полученными значениями из решения краевой задачи [4]. Увеличение  $\Lambda$ , при прочих равных условиях означающее удлинение конической части матрицы, приводит к значительному возрастанию усилия прессования. Так, усилия при  $\Lambda = 1,5$  возрастают примерно на порядок для более длинных матриц. Введение же сверхпластичности снижает усилие в 3...4 раза.

В заключение укажем, что конкретные расчеты проводились для параметров, соответствующих сплаву АМг5. Качественно решение не изменится и для других сплавов, проявивших сверхпластические свойства при сжатии.

Отметим также, что задача состоит из двух частей – постановки и решения граничной технологической задачи изотермического прессования прутка круглого сечения в конической матрице [4] и примера оптимизации процесса прессования при конечной цели – получить пруток с ультрамелкозернистой структурой. При этом показано, что удовлетворение только температурных условий реализации сверхпластичности без учета скоростного фактора не может отвечать принятой цели изготовления высококачественного продукта.



**Рис.2.** Зависимость скорости прессования от угла  $\alpha^*$  при  $\beta = -0,1561$ ;  $\chi = 0,3$  (кривая 1);  $\chi = 0,5$  (кривая 2); пунктирные линии соответствуют скоростям прессования с оптимизацией (кривая 3-  $\chi = 0,3$ ; кривая 4-  $\chi = 0,3$ ).



**Рис. 3.** Зависимость усилия прессования от угла  $\alpha^*$  при  $\beta = -0,1561$ ; а)  $\Lambda=1,5$ ;  $\chi=0,3$  (кривая 1);  $\chi=0,5$  (кривая 2); б)  $\Lambda=2,5$ ;  $\chi=0,3$  (кривая 1);  $\chi=0,5$  (кривая 2); пунктирные линии соответствуют усилиям прессования с оптимизацией (кривая 3 -  $\chi=0,3$ ; кривая 4 -  $\chi=0,5$ ).

#### Литература:

1. Рудаев Я.И. Введение в механику динамической сверхпластичности.- Бишкек: КРСУ, 2003. – 134с.
2. Кийко И.А., Морозов Н.А., Казаков В.Г. Принципы и методы адапционного математического моделирования и его применение в автоматизированных системах управления (АСУТП) обработки металлов давлением //ДАН СССР.- 1978. – т.241. - №2. - С.318 – 321.
3. Готлиб Б.М. Адаптивное управление процессами обработки металлов давлением. – М.: металлургия, 1986. – 144с.
4. Сулайманова С.М. Краевая задача прессования прутка с использованием сверхпластичности // Науки и новые технологии – №3. 2009.– С.