Сулайманова С.М.

КРАЕВАЯ ЗАДАЧА ПРЕССОВАНИЯ ПРУТКА С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ СВЕРХПЛАСТИЧНОСТИ

УДК: 621.77 - 422.2:621.7.011

Рассматривается аналитическое решение технологической задачи прессования прутка в изотермических условиях, в частности в диапазоне температур сверхпластичности. Определен явный вид разрешающей функции. В зависимости от разрешающей функции определены поле скоростей перемещений и деформаций, компоненты напряжений и вычислены удельные усилия.

The analytical decision of a technological problem of pressing round bar in isothermal conditions, in particular in a range of temperatures of the superplasticity is considered. The obvious kind of resolving function is certain. The field of speeds and deformations, components of pressure depending on resolving function are certain, specific efforts are calculated.

1. Поставка задачи. Технологические процессы обработки металлов давлением сопровождаются возникновением развитых пластических деформаций. Традиционные методы формоизменения основаны, как правило, на мощном силовом воздействии на штампуемый материал. Использование сверхпластичности по существу впервые создает возможность применить уникальные свойства металлов и сплавов, заключающиеся в резком снижении сопротивления деформированию в определенных термомеханических режимах.

Математическая формулировка и решение технологических задач с использованием сверхпластичности встречается с серьезными трудностями. В конкретных технологических процессах объемного деформирования наличие сверхпластичности можно установить лишь косвенным путем. Очаг деформации не удается, как правило, полностью перевести в сверхпластическое состояние из-за неоднородности полей температур и скоростей деформаций. Изотермические условия в оптимальном, с точки зрения сверхпластичности, температурном режиме вносят определенные упрощения, поскольку ответственность за осуществление эффекта перекладывается на поле скоростей деформаций. В соответствие со скоростными ограничениями в очаге деформации появляются, помимо сверхпластической, области высокотемпературной ползучести и термопластичности. Последнее подчеркивает необходимость формулировки условий реализации эффекта и разработки моделей, адекватно отражающих опытные данные[1]. В качестве примера использования предложенных в [1] соотношений рассматривается аналитическое решение изотермической задачи прямого прессования алюминиевого прутка круглого сечения в условиях сверхпластичности.

Методами горячего прессования в настоящее время изготавливается достаточно широкий сортамент изделий: прутки диаметром 0,003...0,25 *м*, трубы диаметром 0,02...0,56 *м* (с толщиной стенки (1,5...5) ·10⁻³ *м*) и самые разнообразные профили [2].

Прессование чаще применяют [2] для обработки цветных металлов и, реже, стали, причем прессуются и слитки, и деформированный металл. Указанный процесс обусловлен сравнительно низкими значениями температуры обработки и требуемых усилий. Использование сверхпластичности открывает новые возможности в изготовлении прутков, в том числе с ультрамелкозернистой структурой. При этом не исключается вероятность прессования слитков.

Рассмотрим задачу установления энергосиловых и кинематических параметров процесса изотермического горячего прессования круглого прутка с использованием сверхпластичности.

В качестве определяющих принимаются [3] соотношения упругопластических процессов малой кривизны

$$\sigma_{ij} - \delta_{ij}\sigma_0 = \frac{2\sigma_u}{3\dot{\varepsilon}_u}\dot{\varepsilon}_{ij},\tag{1.1}$$

где σ_{ij} , $\dot{\mathcal{E}}_{ij}$ - компоненты тензоров напряжений и скоростей деформаций; σ_0 - среднее напряжение;

 σ_{u} , $\dot{\varepsilon}_{u}$ - интенсивности напряжений и скоростей деформации.

Зависимость между интенсивностями напряжений и скоростей деформаций, представима [1] в виде

$$\sigma_u = 1 + m_0 (\dot{\varepsilon}_u - 1)^3 + \beta (\dot{\varepsilon}_u - 1).$$
(1.2)

Здесь β - управляющий параметр, который при изотермическом деформировании остается постоянной величиной, причем при сверхпластичности β<0.

Соотношения (1.1), (1.2) пригодны [1] для исследования технологических процессов высокотемпературного формообразования полуфабрикатов из промышленных алюминиевых сплавов, включая режимы сверхпластичности.



Рис. 1. Схема прессования круглого прутка в конической матрице.

Укажем, что в зависимостях (1.1), (1.2) составляющие напряжений и скоростей деформаций

приняты отнесенными соответственно внутренним параметрам состояния $\sigma^*, \dot{\varepsilon}^*$ [1]. В основу подстановки задачи положено исследование течения металла в коническом сходящемся канале, считающееся радиальным [4].

Примем, как и в [5], сферическую систему координат $(r \alpha \phi)$, причем начало координат разместим в вершине конуса (рис. 1). Зависимости между декартовыми и сферическими координатами имеют вид

$$x = r \cos \alpha \cos \varphi; y = r \cos \alpha \sin \varphi, z = r \sin \varphi.$$
(1.3)

Условие радиальности течения металла приемлемо согласует экспериментальные и теоретические данные в случае длинных матриц [5]. При принятом допущении [4] дифференциальные уравнения равновесия в сферической системе координат запишутся так

$$\frac{\partial \sigma_{\rho}}{\partial \rho} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial \tau_{\rho\alpha}}{\partial \alpha} + \frac{1}{\rho} \Big[2\sigma_{\rho} - (\sigma_{\alpha} + \sigma_{\phi}) + \tau_{\rho\alpha} \text{ctg}\alpha \Big] = 0;$$

$$\frac{\partial \tau_{\rho\alpha}}{\partial \rho} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial \sigma_{\alpha}}{\partial \alpha} + \frac{1}{\rho} \Big[3\tau_{\rho\alpha} + (\sigma_{\alpha} - \sigma_{\phi}) \text{ctg}\alpha \Big] = 0.$$
(1.4)

где $\sigma_{\rho}, \sigma_{\alpha}, \sigma_{\phi}, \tau_{\rho\alpha}$ - компоненты тензора напряжений; $\rho = r/R_0$, где R_0 – радиус контейнера (рис.1).

Составляющие скоростей деформаций и перемещений связаны соотношениями

$$\dot{\varepsilon}_{\rho} = \frac{\partial \upsilon_{\rho}}{\partial \rho}; \quad \dot{\varepsilon}_{\phi} = \dot{\varepsilon}_{\alpha} = \frac{\upsilon_{\rho}}{\rho}; \quad \dot{\gamma}_{\rho\alpha} = \frac{1}{\rho} \frac{\partial \upsilon_{\rho}}{\partial \alpha}.; \tag{1.5}$$

причем $\dot{\varepsilon}_{\rho}$, $\dot{\varepsilon}_{\alpha}$, $\dot{\varepsilon}_{\varphi}$, $\dot{\gamma}_{\rho\alpha}$ - скорости деформаций, а компонента скорости радиального перемещения (v_{ρ}) принята отнесенной к величине $\dot{\varepsilon}^* R_0$.

Условие несжимаемости материала в скоростях будет иметь вид

$$\dot{\varepsilon}_{\rho} + \dot{\varepsilon}_{\phi} + \dot{\varepsilon}_{\alpha} = 0. \tag{1.6}$$

К статическим (1.4) и геометрическим (1.5) уравнениям добавим определяющие соотношения (1.1). Зависимость между интенсивностями напряжений и скоростей деформаций представлена формулой (1.2), причем [5] имеем

$$\sigma_{u} = \left[\left(\sigma_{\rho} - \sigma_{\alpha} \right)^{2} + 3\tau_{\rho\alpha}^{2} \right]^{1/2}; \dot{\varepsilon}_{u} = 3^{-1/2} \left[\frac{4}{3} \left(\dot{\varepsilon}_{\rho} - \dot{\varepsilon}_{\phi} \right)^{2} + \dot{\gamma}_{\rho\alpha}^{2} \right]^{1/2}.$$
(1.7)

Граничные условия будем формулировать в процессе решения задачи.

2. Основное уравнение задачи.

После подстановки (1.5) в (1.6) получаем дифференциальное уравнение для определения скорости радиального перемещения

$$\frac{\partial \upsilon_{\rho}}{\partial \rho} + 2\frac{\upsilon_{\rho}}{\rho} = 0. \tag{2.1}$$

Решение уравнения (2.1) следующее

$$\upsilon_{\rho} = -\frac{K(\alpha)}{\rho^2},\tag{2.2}$$

причем *К*(α) произвольная функция угла α, подлежащая определению.

Воспользовавшись (1.5), (2.2), можем записать формулы для безразмерных скоростей деформаций

$$\dot{\varepsilon}_{\rho} = \frac{2K(\alpha)}{\rho^{3}}; \quad \dot{\varepsilon}_{\alpha} = \dot{\varepsilon}_{\varphi} = -\frac{K(\alpha)}{\rho^{3}}; \quad \dot{\gamma}_{\rho\alpha} = -\frac{K'(\alpha)}{\rho^{3}}, \tag{2.3}$$

Зависимости (1.1) с учетом (2.3), а также (1.7) могут быть переписаны так

$$\sigma_{\rho} = \sigma_{0} + \frac{4}{3}T(\alpha, \rho)K(\alpha); \quad \sigma_{\alpha} = \sigma_{\phi} = \sigma_{0} - \frac{2}{3}T(\alpha, \rho)K(\alpha);$$

$$\tau_{\rho\alpha} = -\frac{1}{3}T(\alpha, \rho)K'(\alpha); \quad 3\sigma_{0} = \sigma_{\rho} + \sigma_{\alpha} + \sigma_{\phi};$$
(2.4)

$$T(\alpha, \rho) = (1 - m_0 - \beta) L^{-1/2} + \frac{3m_0 + \beta}{\rho^3} - \frac{3m_0 L^{1/2}}{\rho^6} + \frac{m_0 L}{\rho^9},$$

rge $L = L(\alpha) = \frac{1}{3} \Big[12K^2(\alpha) + K'^2(\alpha) \Big].$ (2.5)

Из соотношений (2.2)...(2.5) следует, что составляющие напряжений, скоростей деформаций и перемещений как функции координат (ρ, α) будут установлены, если станет известным явное выражение функции $K = K(\alpha)$, которую назовем разрешающей. Для определения указанной функции подставим в уравнения равновесия (1.4) напряжения (2.4). Найденные при этом значения $\partial \sigma_0 / \partial \rho$ и $\partial \sigma_0 / \partial \alpha$ продифференцируем соответственно по α и ρ и приравняем друг другу. После некоторых несложных, но громоздких преобразований, для определения разрешающей функции $K = K(\alpha)$ получим следующее дифференциальное уравнение

$$K'''(\alpha) + K''(\alpha)ctg\alpha + K'(\alpha)\left[6 - (1/\sin^2\alpha)\right] = 0$$
(2.6)

Путем двойной подстановки (2.6) приводится к гипергеометрическому уравнению, интегрирование которого дает

$$K(\alpha) = \frac{C_1}{2} \sin^2 \alpha - C_2 \left[(1 - \sin^2 \alpha) \ln tg \frac{\alpha}{2} + \frac{3}{2} \cos \alpha \right] + C_3.$$
 (2.7)

Входящие в (2.7) постоянные интегрирования должны быть установлены из граничных условий. На рассматриваемом этапе решения задачи имеем следующие два краевых условия

$$\tau_{\rho\alpha}\Big|_{\alpha=0} = 0; \ S = -\chi\tau_{\max}\Big|_{\alpha=\alpha^*},$$
(2.8)

где *S* – интенсивность сил трения на контакте матрицы и деформируемого материала ($\alpha = \alpha^*$), τ_{max} – максимальное касательное напряжение; χ –коэффициент пропорциональности, определяемый экспериментально [5].

Первое условие (2.8) равносильно в соответствии с (2.4) равенству K'(0) = 0. С учетом этого имеем $C_2 = 0$.

Второе условие (2.8), если напомнить, что интенсивность сил трения равняется касательному напряжению $(S|_{\alpha=\alpha^*} = \tau_{\rho\alpha}|_{\alpha=\alpha^*})$, дает

$$C_3 = \frac{C_1}{2} \Psi\left(\alpha^*, \chi\right), \tag{2.9}$$

причем $\Psi = \Psi \left(\alpha^*, \chi \right)$ есть

$$\Psi = \frac{1}{3\chi} \left(1 - \chi^2 \right)^{1/2} \sin 2\alpha^* - \sin^2 \alpha^*.$$
(2.10)

Теперь для функции $K = K(\alpha)$ можем записать

$$K(\alpha) = \frac{C_1}{2} \left(\sin^2 \alpha + \Psi \right)$$
(2.11)

В формулу (2.11) входит неустановленная еще константа C_1 , для определения которой следует проанализировать поле скоростей деформаций.

3. Скорости перемещений и деформаций

Считаем [5], что очаг деформации ограничен конической поверхностью матрицы и двумя поверхностями разрыва скоростей, представляющих поверхности вращения (рис. 1). При этом полагаем, что на поверхности разрыва скоростей $\rho_K = \rho_K(\alpha)$ равнодействующая всех сил равна нулю, вследствие чего

$$\int_{0}^{\alpha} \sigma_{\rho} \Big|_{\rho = \rho_{K}} \rho_{K}^{2} \sin \alpha \cos \alpha \, \mathrm{d} \, \alpha = 0.$$
(3.1)

Здесь неопределенным является уравнение поверхности $\rho_K = \rho_K(\alpha)$, как, впрочем, и поверхности $\rho_0 = \rho_0(\alpha)$ (рис. 1), необходимых для вычисления безразмерного усилия прессования, определяемого так

$$F = -\int_{0}^{\alpha} \sigma_{\rho} \Big|_{\rho = \rho_{\sigma}} \rho_{0}^{2} \sin \alpha \cos \alpha \, \mathrm{d} \, \alpha \,. \tag{3.2}$$

Следуя [4], запишем уравнения поверхностей разрыва скоростей. На выходе из контейнера функция $\rho_0 = \rho_0(\alpha)$ имеет вид

$$\rho_{0} = \left\{ \frac{C_{1} \left[2 + 3\Psi - 3(1 + \Psi) \cos \alpha + \cos^{3} \alpha \right]}{3\upsilon_{0} \sin^{2} \alpha} \right\}^{1/2},$$
(3.3)

где $\Psi = \Psi \left(\alpha^*, \chi \right)$ определяется формулой (2.10).

Аналогично (3.3) получаем уравнение для поверхности разрыва скоростей на выходе из матрицы в форме

$$\rho_{K} = \left\{ \frac{C_{1} \left[2 + 3\Psi - 3\left(1 + \Psi\right)\cos\alpha + \cos^{3}\alpha \right]}{3\upsilon_{K}\sin^{2}\alpha} \right\}^{1/2}, \qquad (3.4)$$

причем U_0, U_K – соответственно нормированные средние скорости перемещения металла в контейнере и на выходе из матрицы.

Запишем теперь выражение для секундного объема материала

$$W_c = \iint_A \upsilon_\rho \,\mathrm{d}\,A\,\,,\tag{3.5}$$

где A – площадь сечения матрицы при произвольном $\rho \in]\rho_K$, $\rho_0[$, υ_{ρ} – как и выше, скорость радиального перемещения.

Далее считаем, что (3.5) проходит через поверхность разрыва скоростей $\rho_0 = \rho_0(\alpha)$. Подставим в (3.8) формулы (2.2), (2.11). Если учесть, что ν_0 рассматривается как средняя скорость течения металла на поверхности разрыва скоростей на границе контейнера и матрицы, то используя теорему о среднем, несложно получить значение постоянной C_1 и, как следствие, записать окончательное выражение для

определения разрешающей функции

$$K(\alpha) = \frac{3\upsilon_0}{2\overline{\Psi}} \left(\sin^2 \alpha + \Psi\right), \tag{3.6}$$

причем $\Psi = \Psi(\alpha^*, \chi)$, дается формулой (2.10), а для $\overline{\Psi} = \overline{\Psi}(\alpha^*, \chi)$ получаем

$$\overline{\Psi} = \frac{\sin^2 \alpha^* + 3\Psi}{\sin \alpha^*} = 2 \left(\frac{\sqrt{1 - \chi^2}}{\chi} \cos \alpha^* - \sin \alpha^* \right).$$
(3.7)

Компоненты скоростей перемещений и деформаций теперь представимы следующими зависимостями

$$\upsilon_{\rho} = -\frac{3\upsilon_{0}}{2\rho^{2}\overline{\Psi}} \left(\sin^{2}\alpha + \Psi\right); \quad \dot{\varepsilon}_{\rho} = \frac{3\upsilon_{0}}{\rho^{3}\overline{\Psi}} \left(\sin^{2}\alpha + \Psi\right);$$
$$\dot{\varepsilon}_{\alpha} = \dot{\varepsilon}_{\phi} = -\frac{3\upsilon_{0}}{2\rho^{3}\overline{\Psi}} \left(\sin^{2}\alpha + \Psi\right); \quad \dot{\gamma}_{\rho\alpha} = -\frac{3\upsilon_{0}}{4\rho^{3}\overline{\Psi}} \sin 2\alpha.$$
(3.8)

4. К определению компонент напряжений

Интегрированием первого дифференциального уравнения равновесия (1.4) с привлечением соотношений (2.4), (2.5) можно установить поле напряжений, соответствующее процессу формообразования. Формулы для составляющих напряжений приведем в окончательном виде, удобном для дальнейшего использования. Имеем

$$\begin{aligned} \sigma_{\rho} &= \frac{1}{3} \Biggl\{ (1 - m_{0} - \beta) L^{-1/2} \Biggl[\Biggl[\left(-\frac{1}{2} \frac{L'K'}{L} + \varphi \right) \ln \frac{\rho}{\rho_{k}} - 6K \Biggr] \Biggr\} + \\ &+ \frac{1}{3} \Biggl[-\frac{3m_{0} + \beta}{3} \varphi \Biggl(\frac{1}{\rho^{3}} - \frac{1}{\rho_{k}^{3}} \Biggr) + 6 (3m_{0} + \beta) \frac{K}{\rho_{k}^{3}} + \frac{m_{0}}{2} L^{1/2} \Biggl(-\frac{1}{2} \frac{L'K'}{L} + \varphi \Biggr) \times \\ &\times \Biggl(\frac{1}{\rho^{6}} - \frac{1}{\rho_{k}^{6}} \Biggr) - 18m_{0} L^{1/2} \frac{K}{\rho_{k}^{6}} - m_{0} L \Biggl(\frac{L'K'}{L} + \varphi \Biggr) \Biggl(\frac{1}{\rho^{9}} - \frac{1}{\rho_{k}^{9}} \Biggr) + 6m_{0} L \frac{K}{\rho_{k}^{9}} \Biggr]; \end{aligned}$$
(4.1)
$$\sigma_{\alpha} = \sigma_{\varphi} = \frac{1}{3} \Biggl[(1 - m_{0} - \beta) L^{-1/2} \Biggl(-\frac{1}{2} \frac{L'K'}{L} + \varphi \Biggr) \ln \frac{\rho}{\rho_{k}} - \\ &- \frac{3m_{0} + \beta}{3} (\varphi + 18K) \Biggl(\frac{1}{\rho^{3}} - \frac{1}{\rho_{k}^{3}} \Biggr) + m_{0} L^{1/2} \Biggl(\frac{1}{2} \frac{L'K'}{L} + \varphi + 36K \Biggr) \times \\ &\times \Biggl(\frac{1}{\rho^{6}} - \frac{1}{\rho_{k}^{6}} \Biggr) - \frac{m_{0}}{9} L \Biggl(\frac{L'K'}{L} + \varphi + 54K \Biggr) \Biggl(\frac{1}{\rho^{9}} - \frac{1}{\rho_{k}^{9}} \Biggr) \Biggr]; \\ \tau_{\rho\alpha} = \frac{1}{3} \Biggl[- (1 - m_{0} - \beta) L^{-1/2} K' - (3m_{0} + \beta) \frac{K'}{\rho^{3}} + 3m_{0} L^{1/2} \frac{K'}{\rho^{6}} - m_{0} L \frac{K'}{\rho^{9}} \Biggr]. \end{aligned}$$

Здесь

$$\varphi(\alpha) = K'' + K' ctg\alpha - 12K, \qquad (4.2)$$

причем $L(\alpha), K(\alpha)$ определяются соответственно выражениями (2.5), (3.6), а для $\rho_k = \rho_k(\alpha)$ получено (3.4).

Остается неиспользованным граничное условие (3.1), которое подстановкой $\sigma_{\rho}|_{\rho=\rho_k}$ (4.1) и $K = K(\alpha)$ (3.6) приводится к кубическому уравнению

$$a_{0}(\alpha^{*}) + a_{1}(\alpha^{*})\mu + a_{2}(\alpha^{*})\mu^{2} + a_{3}(\alpha^{*})\mu^{3} = 0.$$
(4.3)

Здесь введено обозначение

$$\mu = \upsilon_0 \Lambda^3 \left(3\overline{\Psi} \right)^{1/2}, \quad (\Lambda = \rho_0 / \rho_k = (v_k / v_0)^{1/2}), \tag{4.4}$$

коэффициенты *a_i* уравнения (4.4) соответственно равны

$$a_{0}(\alpha^{*}) = -(1 - m_{0} - \beta) \int_{\cos^{2} \alpha^{*}}^{1} H_{1}(u) H_{2}(u) H^{-1/2}(u) du;$$

$$a_{1}(\alpha^{*}) = -(3m_{0} + \beta) \int_{\cos^{2} \alpha^{*}}^{1} H_{1}^{-1/2}(u) H_{2}(u) du;$$

$$a_{2}(\alpha^{*}) = -3m_{0} \int_{\cos^{2} \alpha^{*}}^{1} H_{2}(u) H^{-1/2}(u) H_{1}^{-2}(u) du;$$
(4.5)

$$a_{3}(\alpha^{*}) = m_{0} \int_{\cos^{2} \alpha^{*}}^{1} H_{2}(u) H(u) H_{1}^{-7/2}(u) du,$$

где $u = \cos^2 \alpha$, функции H(u), $H_1(u)$, $H_2(u)$ имеют вид

$$H(u) = 2u^{2} - (5 + 6\Psi)u + 3(1 + \Psi)^{2}; \quad H_{1}(u) = \frac{u^{3/2} - 3(1 + \Psi)u^{1/2} + 2 + 3\Psi}{1 - u}; \quad H_{2}(u) = u - 1 - \Psi, \quad (4.6)$$

а значение Ψ определяется формулой (2.10).

На рис. 2 пунктирными линиями (3,4) представлены результаты численного решения кубического уравнения (4.3) в виде графиков $v_0 \Lambda^3 \sim \alpha^*$. При конкретных расчетах было принято $m_0 = 0,3333$. При этом принято, что процесс прессования происходит в термических условиях сверхпластичности (β = -0,1561). Принятые для расчета числовые данные взяты для сплава АМг5 [1].

Соотношением (4.4) устанавливается зависимость скорости перемещения металла в контейнере от геометрических (α^*, Λ), технологических (χ) и термических (ξ) параметров процесса прессования.



5. Вычисление усилия прессования. Для вычисления силы прессования воспользуемся формулой (3.2), которая в соответствии с принятыми обозначениями представлена в безразмерной форме. После подстановки в (3.2) первой формулы (4.1), а также зависимости (3.6), для безразмерного усилия прессования получаем

Рис.2. Зависимость скорости прессования от угла α^* при β = - 0,1561; χ = 0,3 (кривые 2 и 4), (кривые 1 и 3) χ = 0,5.

$$F = \frac{1}{\overline{\Psi}} \Big[B_0 \Big(\Lambda, \alpha^* \Big) + B_1 \Big(\Lambda, \alpha^* \Big) \tilde{\lambda} + B_2 \Big(\Lambda, \alpha^* \Big) \tilde{\lambda}^2 + B_3 \Big(\Lambda, \alpha^* \Big) \tilde{\lambda}^3 \Big].$$
(5.1)

Здесь положено

$$B_{0}(\Lambda,\alpha^{*}) = (1-m_{0}-\beta) \left\{ \begin{bmatrix} 1\\ \cos^{2}\alpha^{*} \end{bmatrix} H_{1}(u)H_{4}(u)H^{-1/2}(u)du - - \int_{\cos^{2}\alpha^{*}}^{1} (u^{2}-u)H_{1}(u)H_{3}(u)H^{-3/2}(u)du \end{bmatrix} \ln \Lambda + +3 \int_{\cos^{2}\alpha^{*}}^{1} H_{1}(u)H_{2}(u)H^{-1/2}(u)du \right\};$$

$$B_{1}(\Lambda,\alpha^{*}) = -\frac{3m_{0}+\beta}{3} \begin{bmatrix} (1-\Lambda^{3}) \int_{\cos^{2}\alpha^{*}}^{1} H_{4}(u)H_{1}^{-1/2}(u)du + +9\Lambda^{3} \int_{\cos^{2}\alpha^{*}}^{1} H_{2}(u)H_{1}^{-1/2}(u)du \end{bmatrix};$$

$$B_{2}(\Lambda,\alpha^{*}) = \frac{m_{0}}{2} \left\{ (1-\Lambda^{6}) \begin{bmatrix} \int_{\cos^{2}\alpha^{*}}^{1} (u^{2}-u)H_{3}(u)H^{-1/2}(u)du + + \int_{\cos^{2}\alpha^{*}}^{1} H^{1/2}(u)H_{4}(u)H_{1}^{-2}(u)du \end{bmatrix} + 18\Lambda^{6} \int_{\cos^{2}\alpha^{*}}^{1} H^{1/2}(u)H_{2}(u)H_{1}^{-2}(u)du \right\}; \quad (5.2)$$

$$B_{3}(\Lambda,\alpha^{*}) = -m_{0} \left\{ (1-\Lambda^{6}) \begin{bmatrix} \int_{\cos^{2}\alpha^{*}}^{1} (u^{2}-u)H_{3}(u)H^{-7/2}(u)du + + \int_{\cos^{2}\alpha^{*}}^{1} H(u)H_{4}(u)H_{1}^{-7/2}(u)du \end{bmatrix} + 3\Lambda^{9} \int_{\cos^{2}\alpha^{*}}^{1} H(u)H_{2}(u)H_{1}^{-7/2}(u)du \right\},$$

причем через λ обозначено

$$\tilde{\lambda} = \mu / \Lambda^3 , \qquad (5.3)$$

кроме этого,

$$H_3(u) = 4u - (5 + 6\Psi); \quad H_4(u) = 9u - (7 + 6\Psi)$$
 (5.4)

причем, как и выше, $\Lambda = \rho_0 / \rho_k$; H(u); $H_1(u)$; $H_2(u)$ определяются формулами (4.6), а для $\Psi, \overline{\Psi}$ получено (2.10), (3.7).

Таким образом, найдено решение граничной задачи прессования круглого прутка в конической матрице в изотермических условиях. Установлены явные выражения для скоростей перемещений и деформаций, определено поле напряжений и записана формула для вычисления усилия прессования. Следует отметить, что усилие существенным образом зависит от термомеханических параметров деформируемого материала, скорости прессования, условий на контакте материала и стенки матрицы.

Литература:

- 1. Рудаев Я.И. Введение в механику динамической сверхпластичности.- Бишкек: КРСУ, 2003. 134с.
- 2. Солнцев Ю.П., Веселов В.А., Демьянцевич др. Металловедение и технология металлов.-М.: Металлургия, 1988.- 572с.
- Кийко И.А. Пластическое течение металлов //Научные основы прогрессивной техники и технологии.- М.: Машиностроения, 1985.- с.102-133.
- 4. Соколовский В.В. Теория пластичности. М.: Высшая школа, 1969. 608с.
- 5. Малинин Н.Н. Технологические задачи пластичности и ползучести. М.: Высшая школа, 1979. 119с.