Зулпуев А.М.

РАСЧЕТ СТЕРЖНЕЙ ДЕФОРМИРОВАННОЙ СХЕМЫ ПО МЕТОДУ СОСРЕДОТОЧЕННЫХ ДЕФОРМАЦИЙ

A.M. Zulpuev

ACCOUNT OF CORES OF THE DEFORMED CIRCUIT ON A METHOD OF THE CONCENTRATED DEFORMATIONS

УДК:624.012.45+624.012.35

В данной статье рассматривается метод сосредоточенных деформаций применительно к расчету сжатых или растянутых упругих стержней постоянного или переменного сечения, загруженных по длине произвольной поперечной нагрузкой в плоскости симметрий их поперечных сечений.

In given abstract is considered the method of the concentrated deformations with reference to account of the compressed or stretched elastic cores of constant or variable section loaded on length by any cross loading in a plane of symmetry of their cross sections.

Влияние прогибов на несущую способность внецентренно-сжатых железобетонных стержневых элементов учитывается в действующих нормах по проектированию железобетонных конструкций [4] по приближенной методике с использованием понятия о расчетной длине, о коэффициенте увеличения начального эксцентриситета, об условной критической силе и других, в том числе эмпирических параметров,

Методическая условность и приближенность нормируемого подхода вызвали оживленную дискуссию в печати [1, 2, 3], из чего можно сделать вывод, что для дальнейшего совершенствования расчетов стержневых элементов по деформированной схеме необходимо искать новые теоретические и расчетно-вычислительные подходы, открываемые широким использованием ЭВМ.

Это касается не только хорошо изученных расчетных ситуаций (стержней постоянного сечения с четкими граничными условиями и простыми схемами загружения), но прежде всего таких случаев, для которых аналитические решения затруднительны (стержни с переменной по длине жесткостью, зависящей кроме того от уровня загружения, сложными схемами загружения и описания, в том числе многопролетные балки или многоэтажные колонны и рамы).

Здесь рассматривается метод сосредоточенных деформаций применительно к расчету сжатых или растянутых упругих стержней постоянного или переменного сечения, загруженных по длине произвольной поперечной нагрузкой в плоскости симметрии их поперечных сечений.

Сущность метода рассмотрим на примере консольного стержня постоянного сечения, загруженного продольной силой N_0 и поперечной силой Y_0 (рис.1).

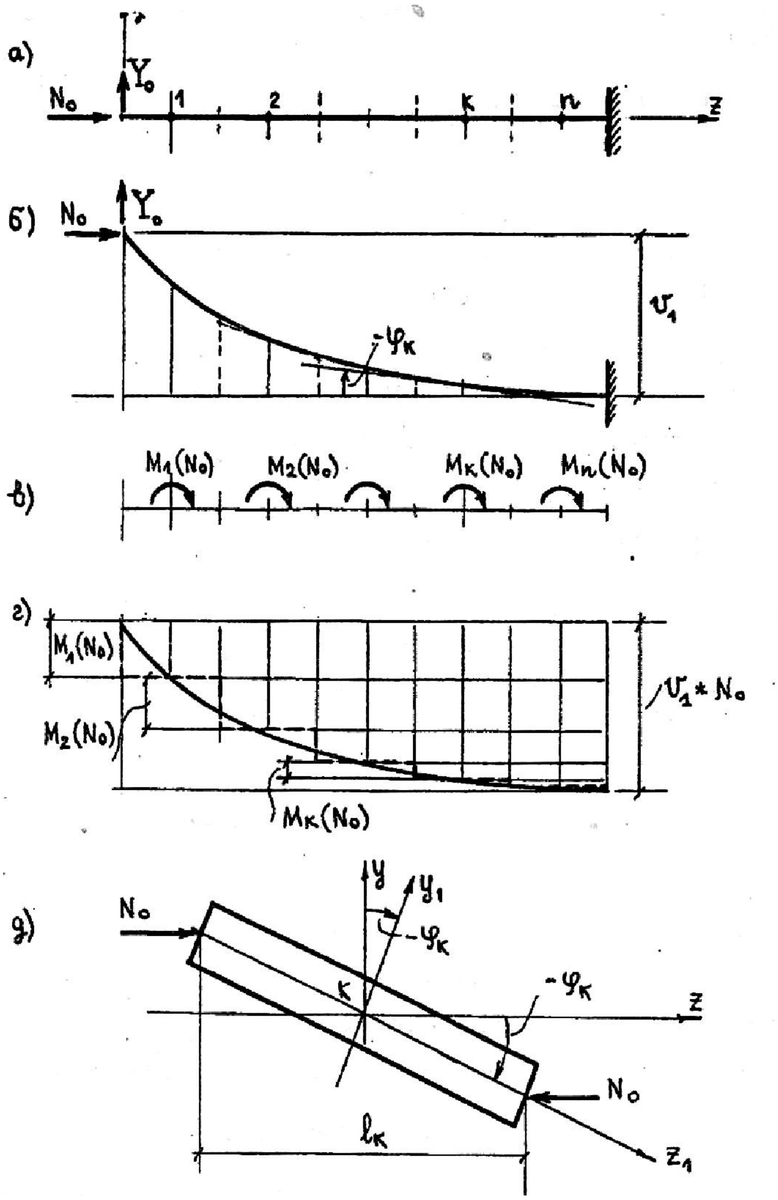

Рис. 1. Учёт деформирования расчётной схемы; а - исходное состояние, б - деформированное состояние, в - узловые дополнительные моменты, г - эпюра дополнительных изгибающих моментов, д - элемент МСД

В деформированном состоянии продольная сила N_0 вызывает дополнительный изгиб, который учитывается введением дополнительных изгибающих моментов, вычисляемых по формуле:

$$M_n(N_0) = - N_0(\varphi_k l_k \qquad (1)$$

где φ_k - угол поворота «к»-го элемента МСД,

l_k - длина «к»-го элемента МСД.

При достаточно частой разбивке исходного стержня на элементы МСД ступенчатая вписанно-описанная эпюра моментов М (N_0) по площади приближается к истинной эпюре моментов М (N_0), очерченной по форме прогибов продольной оси стержня (рис.1). Поскольку сами перемещения и углы поворота элементов МСД зависят от изгибающих моментов, то задача решается итерационным способом по специально составленному алгоритму, реализованному на ЭВМ:

- решается задача без учета изгибающих моментов М (N_0);

$$[R]\{\upsilon\}=\{P\}, \tag{2}$$

где: [R] - матрица внешней жесткости рассчитываемого стержня по МСД,
$\{\upsilon\}$ - вектор перемещений;
$\{P\}$ - вектор нагрузок;

- вычисляются прогибы и углы поворота элементов МСД $\{\upsilon\}$, а также внутренние силы $\{F\}$;
- формируется вектор узловых изгибающих моментов $\{M(N_0)\}$ на 1-ой итерации;
- решается система уравнений

$$[R]\{\upsilon\}=\{P\}+\{M(N_0)\}, \tag{3}$$

вновь формируется вектор узловых изгибающих моментов $\{M(N_0)\}$;
решение повторяется до тех пор, пока с требуемой точностью за установленное число итераций не будет достигнуто соотношение:

$$(\sum_m((\upsilon_{m,i}-\upsilon_{n,i+1})/(\upsilon_{m,i}+\upsilon_{m,i+1}))^2/m)^{0,5}\le\omega \tag{4}$$

где $\upsilon_{m,i}$ и $\upsilon_{m,i+1}$ - „m“-й элемент вектора перемещений $\{\upsilon\}$ на „i“ - й и „$(i+1)$“ – й итерациях; эти перемещения являются корнями матричного уравнения (3) ;

ω - некоторое малое число, назначаемое исходя из требуемой точности расчета; в условие (4) могут включаться не все, но лишь некоторые элементы вектора перемещений -{ υ } » например, прогибы стержней в серединах пролетов.

Условие (4) удовлетворяется, если стержень сохраняет устойчивость; в противном случае (4) не вы-пол-няется, процесс не сходится.

Если в стержне нет поперечной нагрузки, то первоначальное отклонение должно быть вызвано искусственно, например, введением очень малой поперечной нагрузки.

Рассмотрим числовой пример.

Консольный стержень загружен согласно рис. 1. При этом:
No = 653,33 кН; E = 2*10^4 МПа; поперечное сечение стержня $в*h=$ 0,1*0,2 м; длина $L=2$ м; $Y_0=10$ кН.

Расчет по методу сосредоточенных деформаций выполнен с разбивкой стержня на 8 элементов МСД при 3*8 =24 неизвестных метода перемещений.

Сопоставим результаты численного расчета с аналитическими.

Расчетом на ЭВМ при точности итерационного процесса ω =0,001 получен изгибающий момент в заделке М = 8,397 10^{-2} мН*м. Этот же момент по формуле составит

$$M = Y_0 * L * tg\alpha / \alpha = 1*10^{-2} * 2 * 5,7978/1,4 = 8,282*10^{-2}\ мН*м,$$

где параметр нагрузки $\alpha = L*(N_0/EJ)^{0,5} = 1,4.$

Расхождение $\Delta M = +1,3\%$

Прогиб на конце консольного стержня составил υ=9,797x10^{-2}м; по формуле [5]

$$\upsilon = Y_0 L^3 (tg\alpha / \alpha - 1) / EJ\alpha^2 =$$
$$= 1*10^{-2} * 2^2 * (5,7978/1,4 - 1)//1,333*1,4^2 = 9,6363\ \ 10^{-2}\ м$$

расхождение $\Delta\upsilon = +1,6\%$

Угол поворота на конце стержня согласно расчету по МСД равен $\varphi = -7,563*10^{-2}$, по формуле [5]

$$\varphi = -Y_0 L(1/\cos\alpha - 1)/EJ\alpha^2 =$$
$$= -1*10^{-2} * 2*(1/(-0,1699) - 1)/1,333*1,4^2 = 7,474*10^{-2};$$

Расхождение Δφ = +1,2%

Из этих сопоставлений изгибающих моментов, прогибов и углов поворота, полученных расчетом по МСД согласно разработанному алгоритму и вычисленных по имеющимся формулам можно говорить о практически достаточной точности расчетов.

Ли тература:

1. Гвоздев А.А., Чистяков Е.А. К вопросу о несущей способности гибких внецентренно сжатых стержней. //Бетон и железобетон. - 1981. - № 4. - С. 45.
2. Дроздов П.Ф. О расчете гибких железобетонных колонн. //Бетон и железобетон. - 1979. - № 12.
3. Мулин Н.М., Гуща Ю.П., Мамедов Т.Н. Прочность балок и их деформации в стадии, близкой к разрушению. // Новое о прочности железобетона. - М.: Стройиздат. - 1977. - С. 30-47.
4. СНиП 2.03.01-84. Железобетонные конструкции. Нормы проектирования. - М.: Стройиздат. - 1985. - 79 с.
5. Справочник проектировщика промышленных, жилых и общественных зданий и сооружений. Расчетно-теоретический. В двух книгах. Кн. 2. Под ред. А.А. Уманского. Изд. 2-е, прераб. и доп. - М., Стройиздат. - 1973. - 416 с.

Рецензент: д.т.н., профессор Маруфий А.Т.