Айнабеков А.И., Сулейменов У.С., Джумабаев А.А., Дутбаев Ж.Т.

КОЭФФИЦИЕНТ ИНТЕНСИВНОСТИ НАПРЯЖЕНИИ В ЗАДАЧЕ О ТРЕЩИНЕ ПРИ НАЛИЧИИ УСИЛИЙ, МОДЕЛИРУЮЩИХ ТОРМОЗНОЙ ЭЛЕМЕНТ В ВИДЕ ПРОВОЛОЧНОЙ ОБМОТКИ

УДК: 622.692.4.053:66.042.945

В работе в качестве конструктивного метода локализации протяженного распространения трещины рассматривается способ намотки на корпус оболочки проволочной обмотки.

Рассматриваются вопросы определения коэффициента интенсивности напряжений в задаче растянутой бесконечной пластины с узким разрезом, имитирующей трещину.

In job as a constructive method of localization of extended distribution of a crack the way of winding on the case of an environment of a wire winding is considered.

Is considered questions of definition of factor of intensity of pressure in a task of the stretched infinite plate with a narrow cut simulating a crack.

Одним из основных элементов народного хозяйства на данном этапе развития является трубопроводный транспорт газа. Несмотря на кажущуюся простоту трубопровод является сложной, дорогостоящей системой.

Практика эксплуатации магистральных газопроводов, все возрастающие на них аварий сохраняют актуальность проведения исследований сопротивляемости газопроводов разрушению и особенно изучению особенностей протяженных разрушений. Существуют две концепции предотвращения протяженных разрушений конструкций. Первая из них основана на применении сталей с улучшенными физико-механическими свойствами, заданной ударной вязкостью, что дает положительный результат для определенных эксплуатационных условии, марок сталей и размеров конструкций. Вместе с тем требования по вязкости разрушения труб во многих случаях могут оказаться, невыполнимы для существующих марок сталей. Вторая концепция связана с локализацией лавинных разрушений конструкции путем изменения траектории трещины или полной ее остановки использованием различных конструктивных элементов.

Среди множества видов конструктивных способов ограничения и локализации протяженных разрушений, наибольшей эффективностью обладает конструкция, представляющая собой обмотку из высокопрочной обмотки, наматываемой на корпус трубы с заданными натяжением, углом и шагом.

Основная идея подобной конструкции заключается в том, что с помощью предварительно растянутой обмотки изменяется интенсивность и траектория главных напряжений в вершине трещины, которое вызывает остановку или ветвление и искривление траектории самой трещины.

В связи с этим особую актуальность имеют вопросы теоретического описания механизма влияния обмотки на распространение (торможение) трещины в стенке трубопровода с позиции механики разрушения. При этом необходимо оценить влияние обмотки на коэффициент интенсивности напряжений на кончике трещины.

Модель оболочки с обмоткой будем рассматривать как бесконечную пластину с узким разрезом длиной $2l$, имитирующим трещину, и растянутой напряжениями σ вдоль оси y (рис.1). Примем $\sigma_y = \sigma = const$. В зоне трещины однородное поле напряжений неограниченно возрастает. При этом основное внимание обратим на рост напряжении в точке $x = l$, т.е. вблизи кончика трещины. Учитывая, что толщина пластины t (применительно к магистральным газопроводам) мала по сравнению с длиной трещины $l\ (t \le l)$, решим задачу в условиях обобщенного плоского напряженного состояния.

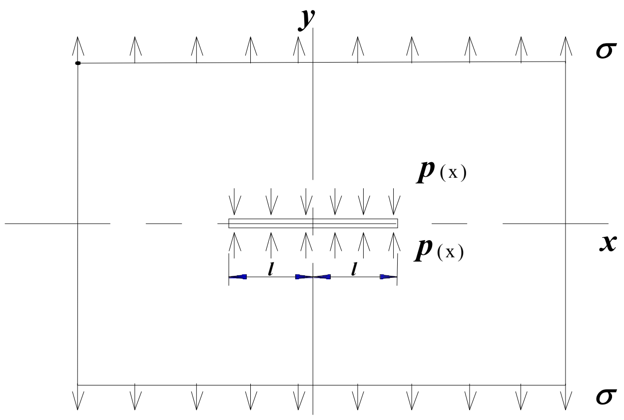

Рис. 1. Схема модели распределения напряжений в бесконечной пластине с трещиной

Как известно [1], решение плоской задачи в напряжениях может сведено к определению функции напряжений $f = f(x, y)$. Эта функция находится как решение бигармонического уравнения вида

$$\nabla^2\nabla^2 f(x,y) = \frac{\partial^4 f(x,y)}{\partial x^4} + 2\frac{\partial^4 f(x,y)}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 f(x,y)}{\partial y^4} = 0\,. \tag{1}$$

При этом напряжения определяются формулами:

$$\sigma_x = \partial^2 f(x,y)/\partial y^2; \qquad \sigma_y = \partial^2 f(x,y)/\partial x^2; \qquad \tau_{xy} = \tau = -\partial^2 f(x,y)/\partial x \partial y\,, \tag{2}$$

которые на бесконечности $x \to \infty, \quad y \to \infty$ должны удовлетворять условию, $\sigma_y = \sigma; \quad \sigma_x = \tau_{xy} = 0,$ а на каждом из берегов трещины –

$$\sigma_y = 0; \quad \tau_{xy} = 0, \text{ при } y = 0 \text{ и } -l \le x \le l \tag{3}$$

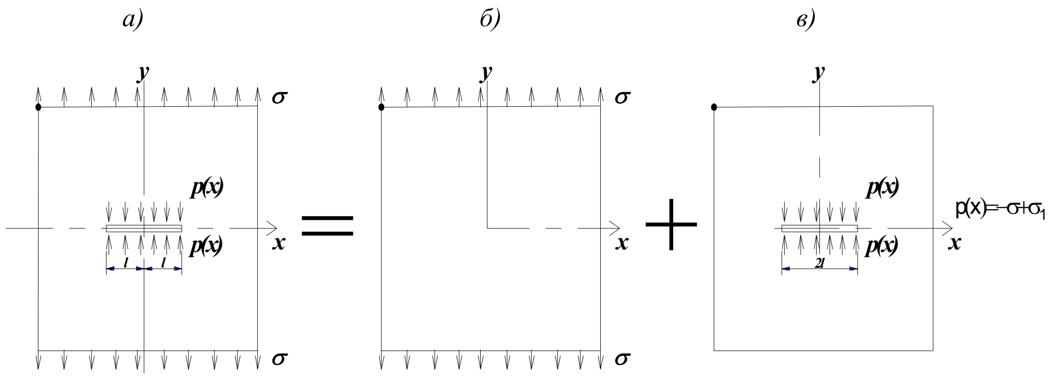

Рис. 2. Схема решения задачи с помощью принципа суперпозиции

Сформулированную краевую задачу, используя принцип суперпозиции, заменим суммой двух задач, в соответствии с рисунком 2.

На рисунке 2а, показана пластина с разрезом, нагруженная растягивающим напряжением и сжимающим действием обмотки. На рисунке 2б, рассматривается пластина без разреза, во всех точках которого растягивающие напряжения равны $\sigma_y = \sigma$. На рисунке 2в, показано действие напряжений $p(x)$, приложенных к берегам трещины, которые состоят из суммы расклинивающих напряжений σ и сжимающих напряжений обмотки σ_1, приложенных к берегам трещины.

Важным является модель 2в, которая дает распределение напряжений у трещины. При решении подобной задачи обычно переходят к функциям комплексного переменного $z = x + iy$ и $\bar{z} = x - iy$, где $i = \sqrt{-1},$ z и $\bar{z}$ - новые комплексные переменные.

По правилу дифференцирования функций сложного аргумента можно получить:

$$\frac{\partial f(x,y)}{\partial x}=\frac{\partial f(x,y)}{\partial z}\frac{\partial z}{\partial x}+\frac{\partial f(x,y)}{\partial \bar{z}}\frac{\partial \bar{z}}{\partial x}=\frac{\partial f(x,y)}{\partial z}+\frac{\partial f(x,y)}{\partial \bar{z}};\qquad(4)$$

$$\frac{\partial f(x,y)}{\partial y}=\frac{\partial f(x,y)}{\partial z}\frac{\partial z}{\partial y}+\frac{\partial f(x,y)}{\partial \bar{z}}\frac{\partial \bar{z}}{\partial y}=\left(\frac{\partial f(x,y)}{\partial z}-\frac{\partial f(x,y)}{\partial \bar{z}}\right)i.$$

Воспользуемся формулами Колосова - Мусхелишвили, где напряжения выражаются через функции комплексного переменного $\varphi(z)$ и $\psi(z)$ в виде

$$\begin{aligned}&\sigma_x+\sigma_y=4\operatorname{Re}[\varphi'(z)],\\&\sigma_y-\sigma_x+2i\tau_{xy}=2[\bar{z}\varphi''(z)+\psi'(z)],\\&2E(u+i\vartheta)=\aleph\varphi(z)-z\overline{\varphi'(z)}-\overline{\psi(z)}\end{aligned}\qquad(5)$$

где E - модуль упругости; $\aleph=3-4\mu$ для случая плоской деформации, $\aleph=\frac{3-\mu}{1+\mu}$ - для случая обобщенного плоского напряженного состояния; $\mu-$ коэффициент Пуассона.

По условиям симметрии применительно к рассматриваемой задаче касательное напряжение τ_{xy} равно нулю на оси x, нормальные напряжения σ_x,σ_y четны, а касательное напряжение τ_{xy} нечетно относительно y. Поэтому решение ищется в форме

$$\varphi'=\frac{1}{2}Z(z),\qquad \psi''=-\frac{1}{2}zZ'(z)\qquad(6)$$

При этом отысканию подлежит лишь одна функция $Z(z)$. Подставляя (6) в (5), получим

$$\begin{aligned}&\sigma_x=\operatorname{Re}Z-y\operatorname{Im}Z';\\&\sigma_y=\operatorname{Re}Z+y\operatorname{Im}Z';\\&\tau_{xy}=-y\operatorname{Re}Z';\\&u=\frac{1+\mu}{E}\left(\frac{\aleph-1}{2}\operatorname{Re}Z_1-y\operatorname{Im}Z\right);\\&v=\frac{1+\mu}{E}\left(\frac{\aleph+1}{2}\operatorname{Im}Z_1-y\operatorname{Re}Z\right)\end{aligned}\qquad(7)$$

где Z_1 - первообразная функции $Z(z)$, $Z_1=\int Zdz$; $\operatorname{Re}Z$ - действительная, $\operatorname{Im}Z$ -мнимая часть функции $Z(z)$.

Функция $Z(z)$ должна быть найдена по граничным условиям (3) на берегах трещины и условию на бесконечности.

Условию $\sigma_y=\operatorname{Re}Z=-p(x)$ на берегах трещины, а также условиям затухания напряжений на бесконечности, в рассматриваемой задаче удовлетворяет решение в виде [2]

$$Z=\frac{1}{\pi\sqrt{z^2-l^2}}\int_{-l}^{l}\frac{p(\xi)\sqrt{l^2-\xi^2}}{z-\xi}d\xi\ .\qquad(8)$$

Для оценки распределения напряжений вблизи трещины переходим к полярной системе координат, положив $z-l=re^{i\theta}$ и разложим в ряд функцию $Z(z)$ по степеням r и найдем из (8)

$$Z=\frac{K_1}{\sqrt{2\pi(\pi-l)}}+....\qquad(9)$$

Учитывая, что на общее решение влияет именно первое слагаемое, рассматриваем лишь сингулярную часть ряда (9) и получим выражение для определения коэффициента интенсивности напряжений K_1.

Значение коэффициента интенсивности напряжений K_1, входящее в (9), зависит от распределения напряжений $p(\xi)$ по длине берегов трещины и определяется из выражения

$$K_1=\frac{1}{\sqrt{\pi l}}\int_{-l}^{l}p(\xi)\sqrt{\frac{l+\xi}{l-\xi}}d\xi\qquad(10)$$

При плотной намотке проволоки обмотки (шаг равен диаметру проволоки) на оболочки, в соответствии с [3], распределение сжимающих напряжений от обжатия обмоткой можно принять равномерно распределенной по длине оболочки. В связи с этим суммарные напряжения в растянутой пластине с трещиной и сжатой обмоткой запишем в виде

$$p(\xi) = \sigma + \sigma_1 \tag{11}$$

где σ - напряжения от однородного растяжения, σ_1 - напряжения от сжатия проволочной обмоткой.

Выражение (10) с учетом постоянства напряжений $p(\xi) = const$ примет следующий вид

$$K_1 = p\sqrt{\pi l} = (\sigma + \sigma_1)\sqrt{\pi l} \tag{12}$$

Напряжение σ определяется по котельной формуле, а напряжение в стенке от обжатия проволочной обмоткой σ_1 можно определить, используя выражение [3]

$$\sigma_1 = \frac{P \cdot r\left(1 + \mu\alpha_e \delta_2 / 2\delta_1\right)}{\delta_1 + \alpha_e \delta_2} + \sigma_{01}, \tag{12}$$

где $r-$ радиус оболочки, $\alpha_e = \frac{E_2}{E_1}$ – отношение модулей упругости материалов оболочки и обмотки, δ_1, δ_2 – соответственно толщина оболочки и обмотки, σ_{01} – кольцевые предварительные напряжения в оболочке.

Если учитывать угол навивки нити обмотки, то можно воспользоваться выражением из [4]

$$\sigma_1 = \frac{\frac{\mu pr}{\delta_1}\left(1 - \frac{1}{2\cos^2\gamma} + \frac{1}{\alpha_E \mu 2k\cos^2\gamma}\right) + \sigma_{01}\left(1 + \frac{\delta_1}{\alpha_E \delta_2}\right)}{1 + \frac{\mu}{k\cos^2\gamma}} \tag{13}$$

где k - параметр напряженного состояния, равный отношению продольных и кольцевых напряжений в стенке оболочки; γ - угол навивки нити обмотки, градус; μ - коэффициент Пуассона; p - расчетное давление в оболочке.

Полученное выражение позволяет рассчитывать коэффициент интенсивности напряжении при различных конструктивных параметрах проволочной обмотки, включая механические характеристики материалов, толщин оболочки и обмотки. Вместе с тем, регулируя этими параметрами можно достичь оптимальных значений коэффициента и получить простой метод оценки влияния обмотки на напряженное состояние в вершине трещины.

Литература:

1. Александров А.В., Потапов В.Д. Основы теории упругости и пластичности. – М.: ВШ, 1990.
2. Седов Л.И. Методы подобия и размерности в механике. – М.: Наука, 1981. – 447с.
3. Беленя Е.И., Астряб С.М., Рамазанов Э.Б. Предварительно напряженные металлические листовые конструкции. – М.: Стройиздат, 1979.
4. Айнабеков А.И., Сулейменов У.С., Жанабай Н.Ж. Влияние геометрических параметров обмотки на напряженное состояние цилиндрических оболочек // Наука и образование Южного Казахстана. – 2007, №1 (60)., с.142-146.