

Асанова С.М.

**ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫЕ СЕТИ ПЕТРИ ДЛЯ НАХОЖДЕНИЯ
ДЕРЕВА КРАТЧАЙШИХ ПУТЕЙ И РАСЧЕТА ПОТОКОРАСПРЕДЕЛЕНИЯ
В ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ СЕТЯХ**

S.M. Asanova

**COMPUTATIONAL PETRI NETS FOR FINDING OF THE
SHORTEST PATHS' TREE AND CALCULATION OF FLOW DISTRIBUTION
IN THE ELECTRIC NETWORKS**

УДК: 004.7: 621.31

В предлагаемой работе на основе аппарата вычислительных сетей Петри [2,3] разработан структурноподобный и удобный, с позиции модификации, интерпретации и реализации на ЭВМ, алгоритм одновременного решения задач: нахождение дерева кратчайших путей на графах электрических сетей, расчет потокораспределения, оценка нижней границы потерь мощности. Данный алгоритм позволяет производить параллельные вычисления на нескольких ЭВМ, и за счет этого увеличивать его быстрдействие. Используется для решения задачи оптимизации структуры сети.

In the proposed work on the base of computational Petri nets apparatus there was worked out the structural like and convenient algorithm of simultaneous solution of tasks from the position of modification, interpretation and realization on computer: finding of the shortest paths' tree on graphs of the electric networks, calculation of flow distribution, assessment of low level of power losses. The given algorithm allows to carry out parallel calculations on several computers and due to this to increase speed of these calculations.

В настоящей работе процедура поиска дерева кратчайших путей, т.е. алгоритм Дейкстры [1], интерпретируется в несколько иной форме, а именно - как дискретный динамический процесс преобразования и обработки информационных маркеров и управления их движениями от вершин к сопряженным им вершинам по соответствующим дугам ориентированного графа с целью разрешения конфликтов за лидерство в вершинах их прибытия, оцениваемое по длине пройденного пути. На основе такой интерпретации и работ [2,3] строится вычислительная сеть Петри (ВСП) для нахождения дерева кратчайших путей (ДКП) и потокораспределения (ПР) на его участках при заданных нагрузках во всех узлах электрических сетей и оценки нижней границы (ОНГ) потерь мощности.

Изложение материала ведется по следующей схеме: описание электрических сетей, для которых строятся ВСП для нахождения ДКП, ПР и ОНГ; постановка задачи нахождения ДКП, ПР и ОНГ; позиции ВСП для описания динамики на графах электрических сетей; ВСП для отдельных участков графа электрических сетей; ВСП для «Арбитра» сети, выполняющей функцию управления потоком; ВСП для расчета потокораспределения и ОНГ потерь мощности.

1) Описание электрических сетей, для которых строятся ВСП для нахождения ДКП, ПР и ОНГ (пример электрической сети показан на рис. 1):

- список узлов питания (УП): $I_{уп} = \{УП_1, УП_2, \dots, УП_{n_{уп}}\}$ и номинальное напряжение $U_{ном}$ сети, где $n_{уп}$ - количество узлов питания;
- список узлов нагрузки (УН): $I_{ун} = \{УН_1, УН_2, \dots, УН_{n_{ун}}\}$ и соответствующие им мощности нагрузки: $\{(P_i^э, Q_i^э) | i \in I_{ун}\} = \{(P_{ун_1}^э, Q_{ун_1}^э), (P_{ун_2}^э, Q_{ун_2}^э), \dots, (P_{ун_{n_{ун}}}^э, Q_{ун_{n_{ун}}}^э)\}$, где $P_i^э, Q_i^э$ - соответственно активная и реактивная мощности нагрузки в узле $i \in I_{ун}$; $n_{ун}$ - количество узлов нагрузки сети;

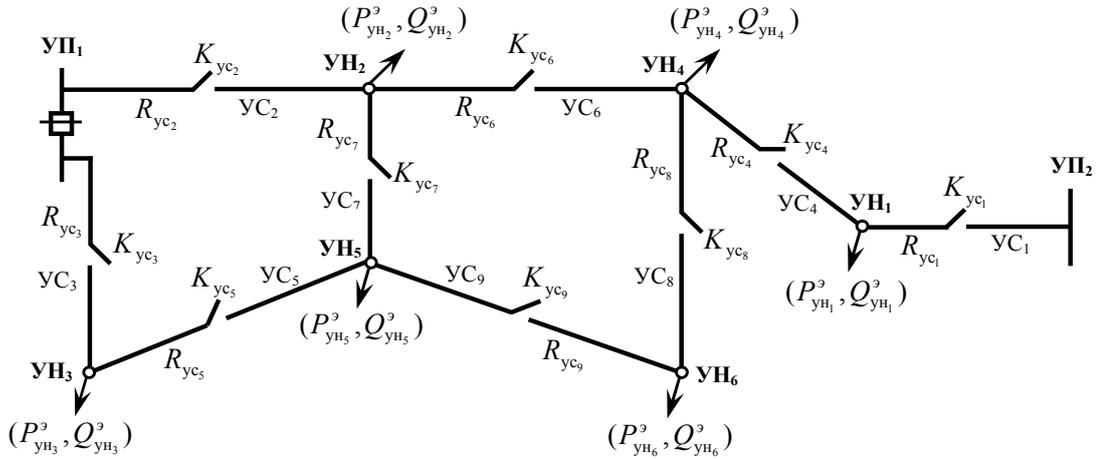


Рис. 1. Схема электрической сети.

- список участков сети (УС), т.е. линий электропередачи (ЛЭП) между смежными узлами: $I_{yc} = \{УС_1, УС_2, \dots, УС_{n_{yc}}\}$ и соответствующие им активные сопротивления: $\{R_j \mid j \in I_{yc}\} = \{R_{yc_1}, R_{yc_2}, \dots, R_{yc_{n_{yc}}}\}$, потоки мощности: $\{(P_j^3, Q_j^3) \mid j \in I_{yc}\} = \{(P_{yc_1}^3, Q_{yc_1}^3), (P_{yc_2}^3, Q_{yc_2}^3), \dots, (P_{yc_{n_{yc}}}^3, Q_{yc_{n_{yc}}}^3)\}$, и состояние коммутационных аппаратов (КА): $\{K_j \mid j \in I_{yc}\} = \{K_{yc_1}, K_{yc_2}, \dots, K_{yc_{n_{yc}}}\}$, $K_j \in \{0, 1\}$, $\forall j \in I_{yc}$, где R_j – активное сопротивление j -го участка сети; n_{yc} – количество участков сети; P_j^3, Q_j^3 – соответственно активная и реактивная мощности, протекающие через участок сети $j \in I_{yc}$; K_j – состояние коммутационного аппарата j -го участка сети

$$K_j = \begin{cases} 0, & \text{если КА разомкнут,} \\ 1, & \text{если КА замкнут.} \end{cases}$$

2) Постановка задачи нахождения ДКП, ПР и ОНГ. При формулировке задачи о кратчайшем пути, принятая мера «длины» зависит от смысла той проблемы, для решения которой формулируется данная задача. Поскольку задача о кратчайшем пути, рассматриваемая здесь, является подзадачей задачи нахождения оптимальной разомкнутой сети по критерию минимума электрических потерь, то, согласно [4], в качестве меры «длины» каждого j -го участка сети принимается величина $l_j = R_j / U_{ном}^2$.

Если КА для всех участков сети замкнуты, т.е. $K_j = 1, \forall j \in I_{yc}$, то схемы электрических сетей в общем случае будут иметь сложнзамкнутую структуру. В таких сетях каждому i -му узлу нагрузки соответствует некоторое непустое множество B_i различных путей $z_i \in B_i$ от узлов питания до рассматриваемого узла нагрузки $i \in I_{ун}$. Здесь путь z_i – множество участков сети на пути от узла питания до i -го узла нагрузки, $z_i \subset I_{yc}$.

«Длина» пути z_i , идущего от узла питания до i -го узла нагрузки, определяется следующим образом: $L(z_i) = \sum_{j \in z_i} l_j = \sum_{j \in z_i} R_j / U_{\text{ном}}^2$, $z_i \in B_i$, $z_i \subset I_{\text{yc}}$, где $L(z_i)$ – «длина» пути z_i . Длину кратчайшего пути из множества путей B_i будем обозначать, как $L_{i \text{ min}}$.

С учетом вышеизложенного, можно сформулировать следующие задачи:

Задача 1. На основе исходной схемы электрической сети со сложноразомкнутой структурой, найти, путем размыкания отдельных ее участков, такую разомкнутую схему, которая обладала бы следующими свойствами: каждый i -й узел нагрузки может питаться только от отдельно взятого узла из множества узлов питания $I_{\text{уп}}$; каждый путь z_i , соединяющий i -й узел нагрузки с соответствующим ему узлом питания, является кратчайшим среди множества возможных путей B_i , $i \in I_{\text{ун}}$.

Данная задача является, по своей сути, задачей нахождения ДКП, решаемой в рамках теории графов.

Задача 2. Для разомкнутой схемы рассматриваемой электрической сети (см. задачу 1), при заданных мощностях, потребляемых в узлах нагрузки, найти потокораспределение на ее участках и оценки нижней границы потерь мощности.

3) Позиции ВСП для описания динамики на графах электрических сетей. Представим исследуемую электрическую сеть в виде графа. При этом узлам нагрузки и питания сопоставляются вершины (узлы) графа. Каждый участок электрической сети, для которого заведомо известно направление потока мощности, заменяется ориентированной ветвью (дугой), направление которой совпадает с направлением данного потока. Если же направление рассматриваемого участка сети заранее неизвестно, то такой участок заменяется неориентированной ветвью.

Граф электрической сети отражает только статическую топологию рассматриваемой сети. Для описания динамики на графах, в данном случае – процесса транспортировки электрических мощностей от узлов питания до узлов нагрузки по кратчайшим путям, здесь используется динамическая сеть – ВСП, описанная в [2,3].

Для построения такой ВСП вводятся в рассмотрение:

- позиции, необходимые для моделирования состояния каждой j -ой ветви графа электрической сети: q_j – позиция непрерывного (вещественного) типа, состояние $\mu(q_j)$ которой – длина пути от одного из узлов питания, представляющая собой сумму длин последовательности ветвей, образующих данный путь, последним элементом которой является j -ая ветвь; S_j – позиция символического типа, состояние $\mu(S_j)$ которой – список узлов нагрузки, для питания которых мощности от источника питания проходят через j -ый участок; $q_j^{P^3}$, $q_j^{Q^3}$ – позиции непрерывного (вещественного) типа, состояние $\mu(q_j^{P^3})$, $\mu(q_j^{Q^3})$ которых – соответственно, суммарная активная и суммарная реактивная мощности узлов нагрузок, для питания которых эти мощности проходят через j -ю ветвь, попавшую в состав ДКП; p_j^K – позиция дискретного (целочисленного) типа, состояние $\mu(p_j^K)$ которой равно состоянию КА j -го участка сети, т.е. $\mu(p_j^K) = K_j$; $d_{q_j}^R$ – позиция непрерывного (вещественного) типа, состояние $\mu(d_{q_j}^R)$ которой равно «длине» j -го участка сети, т.е. $\mu(d_{q_j}^R) = l_j = R_j / U_{\text{ном}}^2$.
- позиции, необходимые для моделирования состояния каждой i -ой вершины графа электрической сети: q_i – позиция непрерывного (вещественного) типа, состояние $\mu(q_i)$ которой – длина $L(z_i)$ кратчайшего пути z_i , соединяющего i -ый узел нагрузки с соответствующим ему узлом питания; S_i – позиция символического типа, состояние $\mu(S_i)$ которой – список имен позиций S_j всех тех j -ых ветвей графа, которые образуют кратчайший путь, соединяющий i -ый узел

нагрузки с соответствующим ему узлом питания; $S_i^{P^3}$, $S_i^{Q^3}$ – позиции символического типа, состояние $\mu(S_i^{P^3})$, $\mu(S_i^{Q^3})$ которых – списки имен позиций соответственно $q_j^{P^3}$, $q_j^{Q^3}$ всех тех j -ых ветвей графа, которые образуют кратчайший путь, соединяющий i -ый узел нагрузки с соответствующим ему узлом питания для передачи, соответственно, активной P_i^3 и реактивной Q_i^3 мощностей для данного i -го узла нагрузки; $q_i^{P^3}$, $q_i^{Q^3}$ – позиции непрерывного (вещественного) типа, состояние $\mu(q_i^{P^3})$, $\mu(q_i^{Q^3})$ которых – соответственно, активная и реактивная мощности, потребляемые в i -ом узле нагрузки, при $i \in I_{ун}$, и генерируемые в i -ом узле питания, при $i \in I_{уп}$; p_i^3 – позиция символического типа, состояние $\mu(p_i^3)$ которой – признак наличия (отсутствия) электрической энергии в i -ом узле нагрузки от соответствующего ему узла питания;

- общие, для всех ветвей графа, позиции, необходимые для реализации процесса управления движениями потоков мощностей (маркеров) от вершин к сопряженным им вершинам по соответствующим ветвям графа с целью разрешения конфликтов за лидерство в вершинах их прибытия: S_1^{Ap} – позиция символического типа, состояние $\mu(S_1^{Ap})$ которой – список имен позиций q_j всех тех j -ых ветвей графа, по которым совершаются пробные движения потоков мощностей; S_2^{Ap} – позиция символического типа, состояние $\mu(S_2^{Ap})$ которой – имя позиции q_j из списка $\mu(S_1^{Ap})$, состоянием $\mu(q_j)$ которой является наименьшая длина пути в сравнении с состояниями остальных позиций из данного списка; p^{Ap} – позиция дискретного (целочисленного) типа, состояние которой $\mu(p^{Ap}) \in \{0, 1\}$, где 1 – запретить поиск ДКП, а 0 – разрешить поиск ДКП;
- S_1^{KA} – позиция символического типа, состояние $\mu(S_1^{KA})$ которой – список имен позиций S_j^K всех тех j -ых ветвей графа, которые включены в состав ДКП;
- q^H – позиция непрерывного (вещественного) типа, состояние $\mu(q^H)$ которой – нижняя граница потерь мощности для полученного ДКП (оценка нижней границы нужна при оптимизации структуры разомкнутой электрической сети с помощью метода ветвей и границ);
- позиции логических констант $\lambda_i \in \Lambda = \{\lambda_0, \lambda_1\}$, где $\lambda_0 = 0$, $\lambda_1 = 1$ интерпретируются, соответственно, как «ложь», «истина».

Дополнительные позиции, необходимые для организации вычислительного процесса, будут введены и описаны ниже, при построении ВСП для нахождения ДКП и расчета потокораспределения.

4) ВСП для отдельных участков графа электрических сетей ВСП_{*j*}.

Ниже приводится ВСП _{(i_1, i_2)} , описывающая модель движения потока мощности по любой обобщенной дуге (i_1, i_2) ориентированного графа электрических сетей, полученного в результате замены неориентированных ветвей парами противоположно направленных дуг. Далее, на основе ВСП _{(i_1, i_2)} , строится ВСП_{*j*} для любого j -го участка графа электрических сетей.

Графическое изображение ВСП _{(i_1, i_2)} показано на рис. 2. ВСП _{(i_1, i_2)} , как видно из данного рисунка, состоит из вычислительных модулей $V(t_{j,1})$, $V(t_{j,2})$ переходов, соответственно, $t_{j,1}$, $t_{j,2}$.

Вычислительный модуль $V(t_{j,1})$, реализующий событие, соответствующее переходу $t_{j,1}$, состоит, в свою очередь, из следующих вычислительных элементов:

- структура вычислительного элемента $V_{\Lambda}(t_{j,1})$ для проверки условия активности и модификации состояния перехода $t_{j,1}$, предназначенного для моделирования события – «пробное движение потока мощности по j -ой дуге от вершины i_1 к вершине i_2 , если данный путь (i_1, i_2) свободен»: $V_{\Lambda}(t_{j,1}) = ((\lambda_1, t_{j,1}), (\omega_{\Lambda,1}, p^{Ap}, p_j^K, s_{i_1}, q_j, s_{i_2}))$, имеющая следующую интерпретацию: $t_{j,1}$ – переход, состояние которого $\gamma(t_{j,1}) \in \{0, 1\}$; $\omega_{\Lambda,1}$ – знак предикатной функции; $(\omega_{\Lambda,1}, p_j^K, s_{i_1}, q_j, s_{i_2})$ – структура интерпретируемой формулы для задания предикатной функции разметки логической дуги $(\lambda_1, t_{j,1})$:

$$F_{\Lambda}(\lambda_1, t_{j,1}) = \omega_{\Lambda,1}(\mu(p^{Ap}), \mu(p_j^K), \mu(s_{i_1}), \mu(q_j), \mu(s_{i_2})) = \begin{cases} 1, & \text{если } (\mu(p^{Ap}) = 0) \& (\mu(p_j^K) = 1) \& (\mu(s_{i_1}) \neq \varepsilon) \& \\ & (\mu(q_j) = 0) \& (\mu(s_{i_2}) = \varepsilon), \\ 0, & \text{в противном случае,} \end{cases}$$

где ε – пустая цепочка, при этом состояние $\gamma(t_{j,1})$ перехода $t_{j,1}$ модифицируется по следующей формуле: $\gamma(t_{j,1}) = G_{\Lambda, t_{j,1}}(F_{\Lambda}(\lambda_1, t_{j,1}), \lambda_1) =$

$$= \begin{cases} 1, & \text{если } F_{\Lambda}(\lambda_1, t_{j,1}) = \lambda_1, \text{ т.е. выполняется условие активности,} \\ 0, & \text{в противном случае;} \end{cases}$$

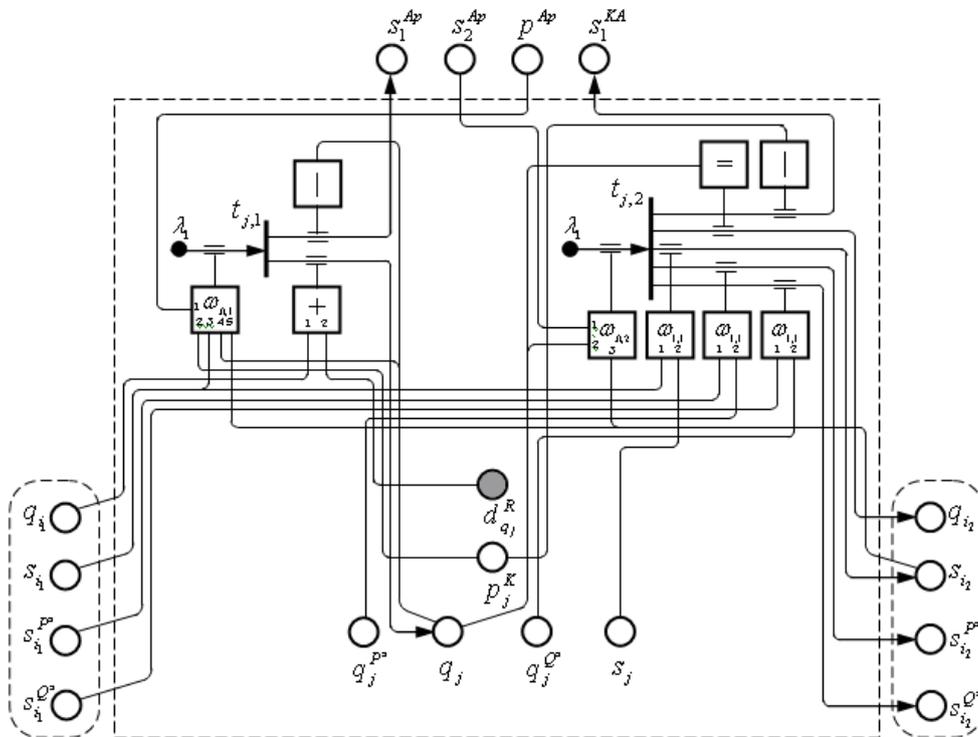


Рис. 2. ВСП_(i₁, i₂) для моделирования движения потока мощности по дуге (i_1, i_2) j -ой ветви графа электрической сети.

переход $t_{j,1}$ является активным, т.е. разрешенным на срабатывание, если $\gamma(t_{j,1}) = 1$, в противном случае, т.е. при $\gamma(t_{j,1}) = 0$, – пассивным;

- структура выходного вычислительного элемента $V(t_{j,1}, q_j)$ перехода $t_{j,1}$, предназначенного для модификации текущего состояния выходной позиции q_j данного перехода, $V(t_{j,1}, q_j) = ((t_{j,1}, q_j), (+, q_i, d_{q_j}^R))$, имеющая следующую интерпретацию: по состоянию $\gamma(t_{j,1})$ перехода $t_{j,1}$ распознается, сработает ли данный вычислительный элемент или нет; «+» – знак функции сложения; $(+, q_i, d_{q_j}^R)$ – структура интерпретируемой формулы для задания функции разметки выходной дуги $(t_{j,1}, q_j)$: $F(t_{j,1}, q_i) = +(\mu(q_i), \mu(d_{q_j}^R)) = \mu(q_i) + \mu(d_{q_j}^R)$, при этом состояние выходной позиции q_j модифицируется по следующей формуле: $\mu'(q_j) = F(t_{j,1}, q_j)$;
- структура выходного вычислительного элемента $V(t_{j,1}, s_1^{Ap})$ перехода $t_{j,1}$, предназначенного для модификации текущего состояния выходной позиции s_1^{Ap} , $V(t_{j,1}, s_1^{Ap}) = ((t_{j,1}, s_1^{Ap}), (|, q_j))$, имеющая следующую интерпретацию: по состоянию $\gamma(t_{j,1})$ перехода $t_{j,1}$ распознается, сработает ли данный вычислительный элемент, или нет; | – знак унарной функции, возвращающей имя позиции, в данном случае, q_j ; $(|, q_j)$ – структура интерпретируемой формулы для задания функции разметки выходной дуги $(t_{j,1}, s_1^{Ap})$: $F(t_{j,1}, s_1^{Ap}) = |(q_j) = q_j \circ "$ ", при этом состояние выходной позиции s_1^{Ap} модифицируется по следующей формуле: $\mu'(s_1^{Ap}) = \mu(s_1^{Ap}) \circ F(t_{j,1}, s_1^{Ap})$, где \circ - знак операции конкатенации; " " - знак пробела.

Далее, для краткости, описания вычислительных элементов даются без лишних комментариев, поскольку логика их описания аналогична описанию вышерассмотренных вычислительных элементов.

Вычислительный модуль $V(t_{j,2})$, реализующий событие, соответствующее переходу $t_{j,2}$, состоит из следующих вычислительных элементов:

- структура и интерпретация вычислительного элемента $V_{\Lambda}(t_{j,2})$ для проверки условия активности и модификации состояния перехода $t_{j,2}$, предназначенного для моделирования события – «захват вершины i_2 потоком мощности, прибывшим к данной вершине, если этот поток является «лидером» по длине пройденного пути от соответствующего узла питания до данной вершины i_2 »: $V_{\Lambda}(t_{j,2}) = ((\lambda_1, t_{j,2}), (\omega_{\Lambda,2}, s_2^{Ap}, q_j, s_{i_2}))$,

$$F_{\Lambda}(\lambda_1, t_{j,2}) = \omega_{\Lambda,2}(\mu(s_2^{Ap}), |(q_j), \mu(s_{i_2})) = \begin{cases} 1, & \text{если } (\mu(s_2^{Ap}) = |(q_j)) \& (\mu(s_{i_2}) = \varepsilon), \\ 0, & \text{в противном случае,} \end{cases}$$

$$\gamma(t_{j,2}) = G_{\Lambda, t_{j,2}}(F_{\Lambda}(\lambda_1, t_{j,2}), \lambda_1) = \begin{cases} 1, & \text{если } F_{\Lambda}(\lambda_1, t_{j,2}) = \lambda_1, \\ 0, & \text{в противном случае;} \end{cases}$$
- структура и интерпретация выходного вычислительного элемента $V(t_{j,2}, s_1^{KA})$ перехода $t_{j,2}$, предназначенного для модификации текущего состояния выходной позиции s_1^{KA} (имеет такую же структуру и интерпретацию, что и вычислительный элемент $V(t_{j,1}, s_1^{Ap})$):

$$V(t_{j,2}, s_1^{KA}) = ((t_{j,2}, s_1^{KA}), (|, p_j^K)), F(t_{j,2}, s_1^{KA}) = |(p_j^K) = p_j^K \circ " ",$$

$$\mu'(s_1^{KA}) = \mu(s_1^{KA}) \circ F(t_{j,2}, s_1^{KA});$$

- структура и интерпретация выходного вычислительного элемента $V(t_{j,2}, q_{i_2})$ перехода $t_{j,2}$, предназначенного для модификации текущего состояния выходной позиции q_{i_2} :

$$V(t_{j,2}, q_{i_2}) = ((t_{j,2}, q_{i_2}), (=, q_j)),$$

$$F(t_{j,2}, q_{i_2}) = =(\mu(q_j)) = \mu(q_j), \quad \mu'(q_{i_2}) = \mu(q_{i_2}) + F(t_{j,2}, q_{i_2});$$

- структура и интерпретация выходного вычислительного элемента $V(t_{j,2}, s_{i_2})$ перехода $t_{j,2}$, предназначенного для модификации текущего состояния выходной позиции s_{i_2} :

$$V(t_{j,2}, s_{i_2}) = ((t_{j,2}, s_{i_2}), (\omega_{1,1}, s_{i_1}, s_j)),$$

$$F(t_{j,2}, s_{i_2}) = \omega_{1,1}(\mu(s_{i_1}), |(s_j)) = \mu(s_{i_1}) \circ |(s_j) = \mu(s_{i_1}) \circ s_j \circ " ",$$

$$\mu'(s_{i_2}) = \mu(s_{i_2}) \circ F(t_{j,2}, s_{i_2}) = \mu(s_{i_1}) \circ s_j \circ " ";$$

- структуры и интерпретации выходных вычислительных элементов $V(t_{j,2}, s_{i_2}^{P_3})$, $V(t_{j,2}, s_{i_2}^{Q_3})$ аналогичны структуре и интерпретации $V(t_{j,2}, s_{i_2})$. Следовательно, на основе ВСП_(i₁,i₂) (рис. 2), можно построить ВСП_j для любых j-ых участков графа электрической сети следующим образом:

- если j-ая ветвь графа электрической сети является ориентированной от вершины i_1 к вершине i_2 , то ВСП_j есть ВСП_(i₁,i₂);
- если j-ая ветвь графа является неориентированной, то ВСП_j есть объединение ВСП_(i₁,i₂) и ВСП_(i₂,i₁), соответствующих двум противоположно направленным дугам (i_1, i_2) , (i_2, i_1) . Отметим, что ВСП_(i₁,i₂) и ВСП_(i₂,i₁) имеют одинаковые структуры и интерпретации лишь с той разницей, что ВСП_(i₁,i₂) описывает движение потоков мощностей P_j^3 , Q_j^3 по j-ой ветви от вершины i_1 к вершине i_2 , а ВСП_(i₂,i₁) - от вершины i_2 к вершине i_1 . При этом ВСП_(i₁,i₂) и ВСП_(i₂,i₁) функционируют совместно по логике «исключающее ИЛИ».

5) ВСП для «Арбитра» сети (ВСП_{Ap}). Функцией «Арбитра» сети является определение имени позиции q_j из обновленного списка $\mu(s_1^{Ap})$, состоянием $\mu(q_j)$ которой является наименьшая длина пути в сравнении с состояниями всех остальных позиций из данного списка, и запись имени этой позиции q_j в выходную позицию s_2^{Ap} с целью управления потоком в сети.

Графическое изображение ВСП_{Ap}, реализующая функцию «Арбитра», показано на рис. 3. ВСП_{Ap}, как видно из данного рисунка, состоит из вычислительных модулей $V(t_1^{Ap})$, $V(t_2^{Ap})$, $V(t_3^{Ap})$, $V(t_4^{Ap})$ переходов, соответственно, t_1^{Ap} , t_2^{Ap} , t_3^{Ap} , t_4^{Ap} .

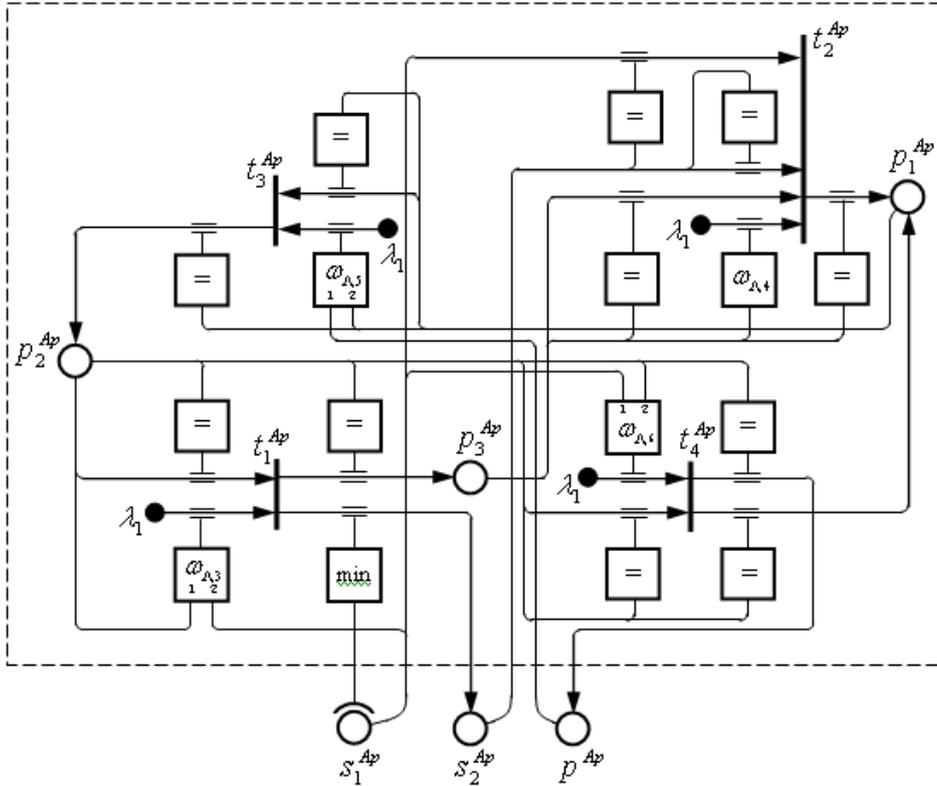


Рис. 3. ВСП_{Ap} для моделирования функции «Арбитра» сети

Вычислительный модуль $V(t_1^{Ap})$, реализующий событие, соответствующее переходу t_1^{Ap} , состоит из следующих вычислительных элементов:

- структура и интерпретация вычислительного элемента $V_{\Lambda}(t_1^{Ap})$ для проверки условия активности и модификации состояния перехода t_1^{Ap} , предназначенного для моделирования события «найти путь с минимальной длиной»: $V_{\Lambda}(t_1^{Ap}) = ((\lambda_1, t_1^{Ap}), (\omega_{\Lambda,3}, p_2^{Ap}, s_1^{Ap}))$,

$$F_{\Lambda}(\lambda_1, t_1^{Ap}) = \omega_{\Lambda,3}(\mu(p_2^{Ap}), \mu(s_1^{Ap})) = \begin{cases} 1, & \text{если } (\mu(p_2^{Ap}) = 1) \& (\mu(s_1^{Ap}) \neq \varepsilon), \\ 0, & \text{в противном случае,} \end{cases}$$

$$\gamma(t_1^{Ap}) = G_{\Lambda, t_1^{Ap}}(F_{\Lambda}(\lambda_1, t_1^{Ap}), \lambda_1) = \begin{cases} 1, & \text{если } F_{\Lambda}(\lambda_1, t_1^{Ap}) = \lambda_1, \\ 0, & \text{в противном случае,} \end{cases}$$

где p_2^{Ap} - позиция дискретного типа, состояние которой $\mu(p_2^{Ap}) \in \{0, 1\}$;

- структура и интерпретация входного вычислительного элемента $V(p_2^{Ap}, t_1^{Ap})$ перехода t_1^{Ap} , предназначенного для модификации текущего состояния входной позиции p_2^{Ap} :

$$V(p_2^{Ap}, t_1^{Ap}) = ((p_2^{Ap}, t_1), (=, p_2^{Ap})),$$

$$F(p_2^{Ap}, t_1^{Ap}) = (\mu(p_2^{Ap})) = \mu(p_2^{Ap}), \quad \mu'(p_2^{Ap}) = \mu(p_2^{Ap}) - F(p_2^{Ap}, t_1^{Ap});$$

- структура и интерпретация выходного вычислительного элемента $V(t_1^{Ap}, p_3^{Ap})$ перехода t_1^{Ap} , предназначенного для модификации текущего состояния выходной позиции p_3^{Ap} :

$$V(t_1^{Ap}, p_3^{Ap}) = ((t_1^{Ap}, p_3^{Ap}), (=, p_2^{Ap})),$$

$$F(t_1^{Ap}, p_3^{Ap}) = (\mu(p_2^{Ap})) = \mu(p_2^{Ap}), \quad \mu'(p_3^{Ap}) = \mu(p_3^{Ap}) + F(t_1^{Ap}, p_3^{Ap}),$$

где p_3^{Ap} - позиция дискретного типа, состояние которой $\mu(p_3^{Ap}) \in \{0, 1\}$;

- структура и интерпретация выходного вычислительного элемента $V(t_1^{Ap}, s_2^{Ap})$ перехода t_1^{Ap} , предназначенного для модификации текущего состояния выходной позиции s_2^{Ap} :

$$V(t_1^{Ap}, s_2^{Ap}) = ((t_1^{Ap}, s_2^{Ap}), (\min, \& s_1^{Ap})),$$

$$F(t_1^{Ap}, s_2^{Ap}) = x \in \mu(s_1^{Ap})_{|\mu(x)=\min \mu(\& s_1^{Ap})}, \quad \mu'(s_2^{Ap}) = \mu(s_2^{Ap}) \circ F(t_1^{Ap}, s_2^{Ap}),$$

где, согласно [2,3], выражение $\& s_1^{Ap}$ - указатель на позиции из списка $\mu(s_1^{Ap})$, а $\mu(\& s_1^{Ap})$ - множество, элементами которого являются состояния позиций из списка $\mu(s_1^{Ap})$; выражение для функции разметки $F(t_1^{Ap}, s_2^{Ap})$ интерпретируется следующим образом: $F(t_1^{Ap}, s_2^{Ap})$ есть имя позиции x из списка $\mu(s_1^{Ap})$, состоянием $\mu(x)$ которой является наименьшая длина пути в сравнении с состояниями остальных позиций из данного списка.

Вычислительный модуль $V(t_2^{Ap})$, реализующий событие, соответствующее переходу t_2^{Ap} , состоит из следующих вычислительных элементов:

- структура и интерпретация вычислительного элемента $V_{\Lambda}(t_2^{Ap})$ для проверки условия активности и модификации состояния перехода t_2^{Ap} , предназначенного для моделирования события – «удалить имя позиции x , записанное в s_2^{Ap} , из списка позиций $\mu(s_1^{Ap})$ »:

$$V_{\Lambda}(t_2^{Ap}) = ((\lambda_1, t_2^{Ap}), (\omega_{\Lambda,4}, p_3^{Ap})),$$

$$F_{\Lambda}(\lambda_1, t_2^{Ap}) = \omega_{\Lambda,4}(\mu(p_3^{Ap})) = \begin{cases} 1, & \text{если } (\mu(p_3^{Ap}) = 1), \\ 0, & \text{в противном случае,} \end{cases}$$

$$\gamma(t_2^{Ap}) = G_{\Lambda, t_2^{Ap}}(F_{\Lambda}(\lambda_1, t_2^{Ap}), \lambda_1) = \begin{cases} 1, & \text{если } F_{\Lambda}(\lambda_1, t_2^{Ap}) = \lambda_1, \\ 0, & \text{в противном случае;} \end{cases}$$

- структура и интерпретация входного вычислительного элемента $V(s_1^{Ap}, t_2^{Ap})$ перехода t_2^{Ap} , предназначенного для модификации текущего состояния входной позиции s_1^{Ap} :

$$V(s_1^{Ap}, t_2^{Ap}) = ((s_1^{Ap}, t_2^{Ap}), (=, s_2^{Ap})),$$

$$F(s_1^{Ap}, t_2^{Ap}) = (\mu(s_2^{Ap})) = \mu(s_2^{Ap}),$$

$$\mu'(s_1^{Ap}) = G_{(s_1^{Ap}, t_2^{Ap}),=}(\mu(s_1^{Ap}), F(s_1^{Ap}, t_2^{Ap})) = \mu^{(-)}(s_1^{Ap}) \circ \mu^{(+)}(s_1^{Ap}),$$

где $\mu^{(-)}(s_1^{Ap}), \mu^{(+)}(s_1^{Ap})$ - соответственно левая, правая части списка $\mu(s_1^{Ap}) = \mu^{(-)}(s_1^{Ap}) \circ F(s_1^{Ap}, t_2^{Ap}) \circ \mu^{(+)}(s_1^{Ap})$ относительно элемента $F(s_1^{Ap}, t_2^{Ap}) = \mu(s_2^{Ap}) \in \mu(s_1^{Ap})$, записанного в s_2^{Ap} в результате срабатывания вычислительного элемента $V(t_1^{Ap}, s_2^{Ap})$ перехода t_1^{Ap} ;

- структура и интерпретация входного вычислительного элемента $V(s_2^{Ap}, t_2^{Ap})$ аналогичны структуре и интерпретации $V(s_1^{Ap}, t_2^{Ap})$;

- структура и интерпретация входного вычислительного элемента $V(p_3^{Ap}, t_2^{Ap})$ аналогичны структуре и интерпретации $V(p_2^{Ap}, t_1^{Ap})$;
- структура и интерпретация выходного вычислительного элемента $V(t_2^{Ap}, p_1^{Ap})$ аналогичны структуре и интерпретации $V(t_1^{Ap}, p_3^{Ap})$.

Вычислительный модуль $V(t_3^{Ap})$, реализующий событие, соответствующее переходу t_3^{Ap} , состоит из следующих вычислительных элементов:

- структура и интерпретация вычислительного элемента $V_{\Lambda}(t_3^{Ap})$ для проверки условия активности и модификации состояния перехода t_3^{Ap} , предназначенного для моделирования события–«модификация состояния выходной позиции p_2^{Ap} с целью создания условия для срабатывания перехода t_1^{Ap} при обновленном состоянии позиции s_1^{Ap} »:

$$V_{\Lambda}(t_3^{Ap}) = ((\lambda_1, t_3^{Ap}), (\omega_{\Lambda,5}, p^{Ap}, p_1^{Ap})),$$

$$F_{\Lambda}(\lambda_1, t_3^{Ap}) = \omega_{\Lambda,5}(\mu(p^{Ap}), \mu(p_1^{Ap})) = \begin{cases} 1, & \text{если } (\mu(p^{Ap}) = 0) \& (\mu(p_1^{Ap}) = 1), \\ 0, & \text{в противном случае,} \end{cases}$$

$$\gamma(t_3^{Ap}) = G_{\Lambda, t_3^{Ap}}(F_{\Lambda}(\lambda_1, t_3^{Ap}), \lambda_1) = \begin{cases} 1, & \text{если } F_{\Lambda}(\lambda_1, t_3^{Ap}) = \lambda_1, \\ 0, & \text{в противном случае;} \end{cases}$$

- структуры и интерпретации вычислительных элементов $V(p_1^{Ap}, t_3^{Ap})$, $V(t_3^{Ap}, p_2^{Ap})$ аналогичны структурам и интерпретациям, соответственно, $V(p_2^{Ap}, t_1^{Ap})$, $V(t_1^{Ap}, p_3^{Ap})$.

Вычислительный модуль $V(t_4^{Ap})$, реализующий событие, соответствующее переходу t_4^{Ap} , состоит из следующих вычислительных элементов:

- структура и интерпретация вычислительного элемента $V_{\Lambda}(t_4^{Ap})$ для проверки условия активности и модификации состояния перехода t_4^{Ap} , предназначенного для моделирования события–«модификация состояния выходной позиции p^{Ap} с целью создания условия для продолжения или завершения поиска ДКП»:

$$V_{\Lambda}(t_4^{Ap}) = ((\lambda_1, t_4^{Ap}), (\omega_{\Lambda,6}, s_1^{Ap}, p_2^{Ap})),$$

$$F(\lambda_1, t_4^{Ap}) = \omega_{\Lambda,6}(\mu(s_1^{Ap}), \mu(p_2^{Ap})) = \begin{cases} 1, & \text{если } (\mu(s_1^{Ap}) \neq \varepsilon) \& (\mu(p_2^{Ap}) = 1), \\ 0, & \text{в противном случае,} \end{cases}$$

$$\gamma(t_4^{Ap}) = G_{\Lambda, t_4^{Ap}}(F(\lambda_1, t_4^{Ap}), \lambda_1) = \begin{cases} 1, & \text{если } F(\lambda_1, t_4^{Ap}) = \lambda_1, \\ 0, & \text{в противном случае;} \end{cases}$$

- структура и интерпретация входного вычислительного элемента $V(p_2^{Ap}, t_4^{Ap})$ аналогичны структуре и интерпретации $V(p_2^{Ap}, t_1^{Ap})$;

- структуры и интерпретации выходных вычислительных элементов $V(t_4^{Ap}, p^{Ap})$, $V(t_4^{Ap}, p_1^{Ap})$ аналогичны структуре и интерпретации $V(t_1^{Ap}, p_3^{Ap})$.

6) **ВСП для расчета потокораспределения и оценки нижней границы потерь мощности (ВСП_{ПР и ОНГ})**. ВСП_{ПР и ОНГ} предназначена для расчета ПР и ОНГ, которые будут использованы при решении задачи оптимизации структуры электрических сетей с помощью метода ветвей и границ

(задача оптимизации в настоящей работе не рассматривается), и состоит из $n_{\text{ун}}$ вычислительных модулей, по одному вычислительному модулю $V(t_i)$ для каждого i -го узла нагрузки, где $i \in I_{\text{ун}}$, $n_{\text{ун}} = |I_{\text{ун}}|$. Графическое изображение $V(t_i)$, $\forall i \in I_{\text{ун}}$ показано на рис. 4.

Вычислительный модуль $V(t_i)$ состоит из следующих вычислительных элементов:

- структура и интерпретация вычислительного элемента $V_{\Lambda}(t_i)$ для проверки условия активности и модификации состояния перехода t_i :

$$V_{\Lambda}(t_i) = ((\lambda_1, t_i), (\omega_{\Lambda,3}, s_i, p_i^3)),$$

$$F(\lambda_1, t_i) = \omega_{\Lambda,3}(\mu(s_i), \mu(p_i^3)) = \begin{cases} 1, & \text{если } (\mu(s_i) \neq \varepsilon) \& (\mu(p_i^3) = 1), \\ 0, & \text{в противном случае,} \end{cases}$$

$$\gamma(t_i) = G_{\Lambda,t_i}(F(\lambda_1, t_i), \lambda_i) = \begin{cases} 1, & \text{если } F(\lambda_1, t_i) = \lambda_i, \\ 0, & \text{в противном случае;} \end{cases}$$

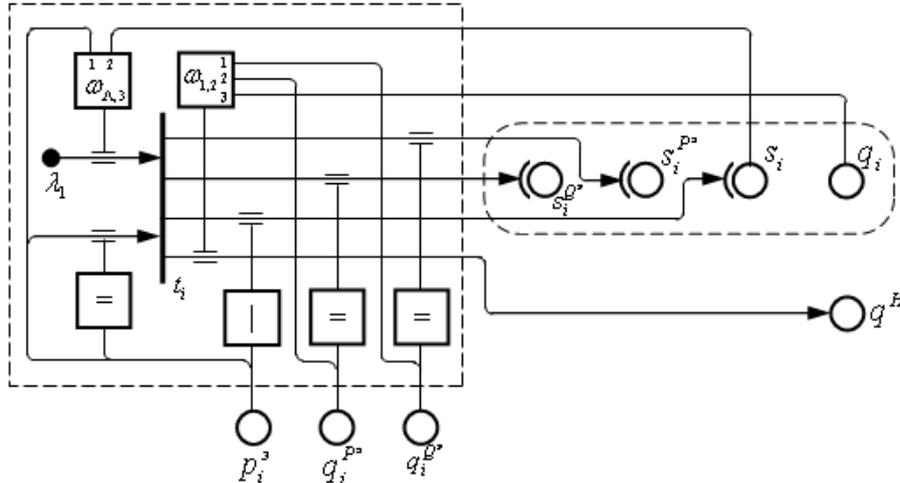


Рис. 4. ВСП_i для расчета потокораспределения

- структура и интерпретация входного вычислительного элемента $V(p_i^3, t_i)$ аналогичны структуре и интерпретации $V(p_2^{Ap}, t_1^{Ap})$;
- структура и интерпретация выходного вычислительного элемента $V(t_i, \& s_i^{P^3})$ перехода t_i , предназначенного для модификации состояния всех позиций x из списка $\mu(s_i^{P^3})$:

$$V(t_i, \& s_i^{P^3}) = ((t_i, \& s_i^{P^3}), (=, q_i^{P^3})),$$

$$F(t_i, \& s_i^{P^3}) = (\mu(q_i^{P^3})) = \mu(q_i^{P^3}),$$

$$\mu'(x) = \mu(x) + F(t_i, \& s_i^{P^3}), \quad \forall x \in \mu(s_i^{P^3}).$$

Срабатывание всех вычислительных элементов множества $\{V(t_i, \& s_i^{P^3}) \mid i \in I_{\text{ун}}\}$ дает для каждого j -го участка сети, попавшего в состав ДКП, суммарную активную мощность $\mu(q_j^{P^3})$ множе-

ства J_j узлов нагрузки, для питания которых эта мощность проходит через j -ю ветвь, т.е.:

$$\mu(q_j^{P^3}) = \sum_{i \in J_j} \mu(q_i^{P^3}), \quad \forall j \in I_{\text{ДКП}}, \text{ где } I_{\text{ДКП}} - \text{множество участков сети, попавших в ДКП};$$

- структура и интерпретация выходного вычислительного элемента $V(t_i, \& s_i^{Q^3})$ аналогичны структуре и интерпретации $V(t_i, \& s_i^{O^3})$.

Срабатывание всех вычислительных элементов множества $\{V(t_i, \& s_i^{Q^3}) | i \in I_{\text{УН}}\}$ дает суммарную реактивную мощность: $\mu(q_j^{Q^3}) = \sum_{i \in J_j} \mu(q_i^{Q^3}), \quad \forall j \in I_{\text{ДКП}};$

Таким образом, множества вычислительных элементов $\{V(t_i, \& s_i^{P^3}) | i \in I_{\text{УН}}\}$ и $\{V(t_i, \& s_i^{Q^3}) | i \in I_{\text{УН}}\}$ дают потокораспределение, соответственно, активных и реактивных мощностей узлов нагрузки сети по участкам ДКП;

- структура и интерпретация выходного вычислительного элемента $V(t_i, \& s_i)$ перехода t_i , предназначенного для модификации состояния всех позиций x из списка $\mu(s_i)$:

$$\begin{aligned} V(t_i, \& s_i) &= ((t_i, \& s_i), (|, p_i^3)), \\ F(t_i, \& s_i) &= |(p_i^3) = p_i^3 \circ " ", \\ \mu'(x) &= \mu(x) \circ F(t_i, \& s_i), \quad \forall x \in \mu(s_i). \end{aligned}$$

Срабатывание всех вычислительных элементов множества $\{V(t_i, \& s_i) | i \in I_{\text{УН}}\}$ дает для каждого j -го участка сети, попавшего в состав ДКП, список $\mu(s_j)$ позиций, составленный из элементов множества $\{p_i^3 | i \in J_j\}$. Множество списков $\{\mu(s_j) | j \in I_{\text{ДКП}}\}$ будет использовано при решении задачи обнаружения обрыва ветвей разомкнутой электрической сети (данная задача в настоящей работе не рассматривается).

- структура и интерпретация выходного вычислительного элемента $V(t_i, q^H)$ перехода t_i , предназначенного для модификации состояния выходной позиции q^H :

$$\begin{aligned} V(t_i, q^H) &= ((t_i, q^H), (\omega_{1,2}, q_i^{P^3}, q_i^{Q^3}, q_i)), \\ F(t_i, q^H) &= \omega_{1,2}(\mu(q_i^{P^3}), \mu(q_i^{Q^3}), \mu(q_i)) = (\mu(q_i^{P^3})^2 + \mu(q_i^{Q^3})^2) \cdot \mu(q_i), \\ \mu'(q^H) &= \mu(q^H) + F(t_i, q^H). \end{aligned}$$

Срабатывание всех вычислительных элементов множества $\{V(t_i, q^H) | i \in I_{\text{УН}}\}$ дает для ДКП оценку нижней границы потерь мощности $\mu(q^H)$.

Таким образом, ВСП для нахождения дерева кратчайших путей и расчета потокораспределения в электрических сетях получается в результате объединения ВСП для всех участков графа сети, ВСП для «Арбитра» сети и ВСП для расчета ПР и ОНГ потерь мощности.

Заключение. 1. С использованием аппарата вычислительных сетей Петри разработан структурноподобный и удобный, с позиции модификации, интерпретации и реализации на ЭВМ, алгоритм одновременного решения задач нахождения дерева кратчайших путей на графах электрических сетей, расчета потокораспределения и оценки нижней границы потерь мощности. 2. Разработанный алгоритм позволяет ускорить процесс моделирования за счет распараллеливания вычислительных процессов на нескольких ЭВМ.

Использование. Разработанный алгоритм будет использован при решении задач оптимизации структуры электрических сетей по критерию минимума потерь мощности с помощью метода ветвей и границ.

Литература:

1. Кристофидес Н. Теория графов. Алгоритмический подход. Издательство «Мир», М. – 1978 г.
 2. Асанов М.С., Асанова С.М., Сатаркулов К.А. Структурная модель вычислительных сетей Петри. Известия КГТУ. Бишкек – 2008 г., №13.
 3. Асанов М.С., Асанова С.М., Сатаркулов К.А. Вычислительные компоненты, язык описания и правила функционирования вычислительных сетей Петри. Известия КГТУ. Бишкек – 2008 г., №13.
 4. Нгуен Динь Хао. Метод выбора оптимальных мест размыкания электрических сетей. Изв. АН СССР. Энергетика и транспорт. 1986, №5.
-