ЭСТЕТИКА

Болотбаев К.Б., Ураимхалилова А.Б.

“МАТЕМАТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ВОСПРИЯТИЯ ПРЕКРАСНОГО

Гармония означает “согласованность, соразмерность, единство частей и целого, обусловливающие внутреннюю и внешнюю форму предмета, события, явления, их совершенство”. Внешне гармония может проявляться в мелодии, ритме, симметрии, пропорциональности. Последние две характеристики относятся, прежде всего, к математике. Ведь математика – это не только стройная система законов, теорем и задач, но и уникальное средство познания красоты.

А красота многогранна и многолика. Она выражает высшую целесообразность устройства мира, подтверждает универсальность математических закономерностей, которые действуют одинаково эффективно в кристаллах и живых организмах, в атоме и во Вселенной, в произведениях искусства и научных открытиях.

Конечно, все законы красоты невозможно вместить в некоторые формулы. Изучая математику, мы открываем все новые и новые слагаемые самого прекрасного, приближаясь к пониманию, а в дальнейшем и к созданию красоты и гармонии.

Еще в те далекие времена мыслители твердили слова, приписываемые Платону: “Тот, кто не знает геометрии, не может входить в наш дом”.

Даже человек, мало знакомый с геометрией, легко выберет из предложенных ему фигур наиболее симметричных.

Симметрия принадлежит к числу широко и повсеместно распространенных явлений. Ее всеобщность служит эффективным инструментом познания природы. Симметрия – это проявление стремления материи к надежности и прочности.

Внимательное наблюдение обнаруживает, что основу красоты многих форм, созданных природой, составляет симметрия – от простейших форм до самых сложных форм.

Симметрия в строении животных – почти общее явление, хотя почто всегда встречаются исключения из общего правила, выражающиеся в асимметрическом положении той или другой части или того или другого органа.

Человек инстинктивно стремится к устойчивости, удобству, красоте. Поэтому нам кажется более привлекательными фигуры, у которых больше симметрий, чем у других. Работать с такими фигурами легче.

Самыми совершенными из фигур считаются круг и его пространственное положение – шар, эти фигуры обладает бесконечным множеством симметрий. Мы можем сконструировать фигуру заданного порядка.

Искусству конструирование можно научиться и у природы – создательницы организмов, геометрическому изяществу которых позавидует любой математик. Вот, например, простейшие морские организмы – радиолярии “золотой диск”. В них все приспособлено к морской среде обитания: отростки – для координации движения, колючки для защиты от морских хищников, форма – для сохранения устойчивости в воде. Радиолярии незаметны невооруженным глазом. Но если посмотреть в микроскоп, то откроется фантастическая природная геометрия симметрий разного порядка.

Приведем теперь пример использования различных геометрических симметрий в декоративно – прикладном искусстве. Чаще всего мы видим разные виды симметрий в розетках. Розетки – это круглые орнаменты, встречающиеся в резьбе по дереву, в настенной лепке, в вышивках, в корковых изделиях.

Основообразующей формой розетки служит круг. Для исполнения своего замысла художник разбивает круг на части, одной части рисует геометрическую фигуру, а потом с помощью симметрии повторяет в других частях круга.

Симметрия часто используется и в других видах искусства в том числе – в музыке. Ряд музыкальных форм строится симметрично. В этом отношении особо характерно рондо (rond – круг). В рондо музыкальная тема чередуясь эпизодами различного содержания, многократно повторяется.

В литературных произведениях существует симметрия образов, положений, мышления. В произведении А.С.Пушкина “Евгений Онегин” мы наблюдаем симметрию положений: Онегин, отвергнувший когда то любовь Татьяны, сам через несколько лет вынужден испытать горечь отвернутой любви.

Нагляднее всего видна симметрия в архитектуре, особенно блистательно использовали симметрию в архитектурных сооружениях древние зодчие. Причем древнегреческие архитекторы были убеждены, что в своих произведениях они руководствуется законами, которые управляет природой. Выбирая симметричные формы, художник тем самым выражал свое понимание природной гармонии как устойчивости, спокойствия и равновесия. Храмы, посвященные богам, и должны быть такими: боги вечны, их не волнует людские заботы.

Симметрия - страж покоя,
Асимметрия – двигатель жизни.

Восхищаясь рукотворной красотой орнаментов, воплощенных в предметах декоративно – прикладного искусства – коврах, гобеленах, вышивке – мы не задумывались о роли геометрии в создании этих произведений. Между тем сочетание таланта мастера и его геометрических умений занимает важное место в орнаментальном искусстве. Орнамент предназначен для украшения различных предметов и архитектурных сооружений.

Каждая эпоха, каждая национальная культура выработала свою систему орнамента – мотивы, формы, расположения на украшаемой поверхности. Поэтому часто по орнаменту можно определить, к какому времени и к какой стране относиться то или иное произведение искусства.

В орнаментах Древнего Египта наибольшее распространение нашли растительные мотивы, и среди них особенно часто встречались листья и цветы лотоса.

Классическими стали наиболее распространенные древнегреческие орнаменты – Леонард и Акант. В обоих этих орнаментах греки предстают перед нами прилежными учениками природы, которым они поклонялись.

Не будет преувеличением сказать, что нигде орнаментальное искусство не достигло такого расцвета и совершенного воплощения, как на мусульманском востоке. Для него характерно сочетание геометрических и растительных мотивов, так как Кораном было запрещено изображение людей и животных. Впоследствии, распространившись по Европе, этот вид орнамента получил название "Арабеска". В исламских странах арабеска безраздельно господствует во всех архитектурных декорациях.

Решение задач, связанных архитектурными орнаментами Средней Азии, убеждает в том, что геометрия занимала важное место в практической деятельности древних зодчих и мастеров - орнаменталистов. Они хорошо владели построениями измерениями и геометрическими доказательствами. В средние века на мусульманском востоке было распространено мнение, что геометрия очищается и совершенствует человеческий ум. Не может совершить ошибку человек, постоянно занимающийся геометрией.

Начав рассказ об архитектурном орнаменте, мы погрузились в мир геометрических построений, познакомились со способами геометрических преобразований и увидели, как геометрия служит созданию красоты и удобства, т.е. того, что объединяет одним словам – гармония.

В архитектурном строительстве тесно переплетена, строго уравновешена наука, техника и искусство. Гармоничное единство этих начал помогает создавать памятники, совершенство которых не подвластно времени. Египетские пирамиды, греческий Акрополь, римские акведуки, таинственные средневековые замки, восточные мечети и минораты, кружево готических соборов – яркие свидетельства мастерства ремесленника, вдохновения художника, логики ученого.

Начнем с египетских пирамид. Почему из всех геометрических тел именно пирамиду выбрали древнегреческие зодчие для того, что бы в веках прославить своих фараонов? Скорее всего, причина кроется в том, что такая конструкция – одна из самых устойчивых. Ведь с увеличением высоты пирамиды масса ее верхней части уменьшается, а это – главный принцип надежности постройки.

В пирамидах чувствуется надежность и устремленность ввысь. Они служили, символами величия и могущества фараонов, свидетельствами богатство страны.

Обнаружено, что пирамида способствует возникновению у человека особого психического возбуждения. В литературе описано много невероятных явлений, связанных с пребыванием у пирамиды Хеопса. Нас больше интересует геометрические отношения, которые скрыты в великом памятнике древней архитектуры.

Начиная рассказ о связи природы, математики и искусства, мы убедились в том, что для тех, кто стоял у истоков искусства, природа и человек были образцами для подражания. Завершая, мы вновь обратились к творениям природы, но таким, которых человек порой не замечает. Это насекомые: паук и пчела.

Экспоненциональная функция она играет важную роль в описании многих природных процессов. В курсе математического анализа изучается кривая, называемая цепной линей, которая в декартовой системе координат задается следующим уравнением:

В книге "Жизнь наука" Ж.Л.Фарбу дает наглядное описание цепной линии, утверждая, что число l начертано на паутине: "Выйдя из дома в туманное утро, рассмотрим внимательно сплетенную за ночь паутину. Усеянные крохотными капельками, ее липкие нити провисают под тяжестью груза, образуя цепные линии, и вся сеть становиться похожей на множества ожерелий, как бы повторяющих очертание невидимого колокола. Стоит лишь лучу солнца проникнуть сквозь туман, как паутина начинает перебиваться всеми светами радуги, превращаясь сверкающую гроздь бриллиантов, и число l предстает перед нами во всем своем великолепии".

Прочность и красота цепной линии под стать и другим математическим шедеврам - пчелиным ячейкам.

Геометрические способности пчел проявляются при построении сот. Если разрезать пчелиные соты плоскостью, перпендикулярной их ребром, то станет, видна сеть равных друг другу правильных шестиугольников, усложненных в виде паркета. “Почему пчелы строят соты именно так: они предпочли сеть правильных шестиугольников, а не правильных треугольников или квадратов, ведь их, проще сконструировать?”

Чтобы ответить на этот вопрос, необходимо предварительно выяснить, какими правилами многоугольниками можно заполнить плоскость так, чтобы не бело пропусков, т.е. уложить их в виде паркета.

Такими многоугольниками могут быть только правильные треугольники, квадраты и правильные шестиугольники. Действительно, сумма внутренних углов выпуклого n - угольника равна Сумме углов правильных n-угольников, сходящихся в одной вершине паркета, равна 360^0.

Тогда т.е.

$$1-\frac{2}{n}=\frac{2}{k}, \qquad \frac{2}{n}+\frac{2}{k}=1$$

где k – число углов, сходящихся в одной вершине. Отсюда

Угол правильного многоугольника меньше 1800, поэтому

По смыслу нашего рассуждения значения выражений

могут быть только целыми, поэтому 4 должно, делится нацело на n-2.

Но 4 делится только на 1,2 и 4 значит; n-2 может принимать только одно из этих трех значений.

Если n-2=1, то n=3;
Если n-2=2, то n=4;
Если n-2=4, то n=6.

Для того чтобы выяснить, почему пчела строит соты, перпендикулярное сечение которых есть правильный шестиугольник, а не правильный треугольник или квадрат, решаем следующую задачу.

Задача: даны три равновеликие друг другу фигуры правильный треугольник, квадрат и правильный шестиугольник. Какая из данных фигур имеет наименьший периметр?

Решение: S – Площадь каждой из названных фигур, a_3, a_n, a_6 – стороны соответствующего правильного n угольника.

Тогда:

площадь правильного треугольника $S=\frac{a_3^2\sqrt{3}}{4}$; площадь квадрата $S=a_4^2$; площадь правильного шестиугольника

$$a_3=2\sqrt{\frac{S}{\sqrt{3}}}, \qquad P_3=6\sqrt{\frac{S}{\sqrt{3}}}.$$

$$a_4=\sqrt{S}, \qquad P_4=4\sqrt{S}$$

$$a_6=\sqrt{\frac{2S}{3\sqrt{3}}}, \qquad P_6=6\sqrt{\frac{2S}{3\sqrt{3}}}$$

Для сравнения периметров фигур найдем их отношение

$$P_3:P_4:P_6=6\sqrt{\frac{S}{\sqrt{3}}}:4\sqrt{S}:6\sqrt{\frac{2S}{3\sqrt{3}}}=$$

$$=1:\frac{4\sqrt{S}}{6\sqrt{S/\sqrt{3}}}:\frac{6\sqrt{\frac{2S}{3\sqrt{3}}}}{6\sqrt{\frac{S}{\sqrt{3}}}}=$$

$$1:\frac{2\sqrt{S}\cdot\sqrt[4]{3}}{3\sqrt{S}}:\frac{\sqrt{2}\cdot\sqrt{S}\cdot\sqrt[4]{3}}{\sqrt{S}\cdot\sqrt{3}\cdot\sqrt[4]{3}}=$$

$$=1:\frac{2\sqrt[4]{3}}{3}:\sqrt{\frac{2}{3}}\approx 1:0{,}877:0{,}816$$

Из этого отношение видно что, из трех правильных многоугольников с одинаковой площадью наименьший периметр имеет правильный шестиугольник, мудрые пчелы экономят воск и время для построения сот. И еще одна интересная особенность. Пчелиные соты представляют собой пространственный паркет, поскольку они заполняют пространство так, что не остается просветов.

Приходится только удивляться необычной мудрости пчелы, которой ее наградила природа.

Открытие человеком, описанные выше природные закономерности, используется в архитектуре при постройке ультрасовременных зданий. Красивейшее здание, построенное в Москве недалеко от проспекта Вернадского, еще раз напоминают нам о пчелиных ячейках? Блестит на солнце громадная часть "пчелиной сотки", отчетливо видны покрывающие ее крышу ромб.

И невольно приходит мысль: "Наверное, Кыргызские архитекторы и зодчие также, должны при построении новых современных зданий заимствовать те же решения, которые относятся к архитектуре маленьким труженицам – пчел".

Литература:

1. Фарб Ж.Л. Жизнь наука.
2. Фаддеев Д.Н. Элементы высшей математики для школьников.
3. Гросман С., Тернер Дж. Математика для биологов.
4. Виленкин Н.Я., Шибасов П.Т., Шибасов З.Ф. За страницами учебника математики.
5. Вейль Г. Симметрия
6. Тарасов Л.В. Этот удивительный симметричный мир.