

Шаршеналиев Ж.Ш., Джамбоева И.А., Куланбаева Т.Т.

**АДАПТИВНАЯ СТАБИЛИЗАЦИЯ СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ
С ОСОБЕННОСТЯМИ В ДИНАМИКЕ**

Z.Sh. Sharshenaliev, I.A. Dzhamboeva, T.T. Kulanbaeva

**ADAPTIVE STABILIZATION OF MANAGING
SYSTEM WITH FEATURES IN DYNAMICS**

УДК: 62-50

Предложен закон адаптивного управления, обеспечивающий стабилизацию объекта с особенностями в динамике.

There is a law of adaptive control. It ensures stabilization of an object with features in dynamics.

Введение

Особый интерес при создании высококачественных систем автоматического управления представляет решение задачи управления сложными объектами, имеющими свои особенности в динамике и в том числе проблема их стабилизации.

Такая необходимость возникает при учете таких особенностей, как разнотемповость [1,2], наличие операторного полинома в числителе передаточной функции объекта [3], при оптимизации и стабилизации сложных динамических систем [4].

Различные алгоритмы стабилизирующего управления и адаптивной стабилизации рассмотрены во многих работах, в частности в работах [4,5,6].

В данной работе предлагается адаптивная стабилизация системы с объектом, имеющим операторный полином в числителе передаточной функции, что и обуславливает особенности его динамики. Как указано в [2] при релейном характере входного сигнала определенные некоторые фазовые координаты такого объекта изменяются скачкообразно, что значительно влияет на процесс перерегулирования и усложняет синтез замкнутой системы.

Постановка задачи

Рассмотрим объект управления (ОУ), структурная схема, которого представлена на рис. 1.

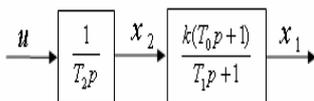


Рис.1.

Передаточная функция ОУ может быть представлена в виде:

$$W(P) = \frac{B(P)}{A(P)}$$

где ;

$$B(P) = k(T_0P + 1)$$

$$A(P) = T_2P(T_1P + 1)$$

Наличие операторного полинома в числителе передаточной функции ОУ обуславливает его особенности в динамике.

Требуется синтезировать алгоритм управления $u(t)$, обеспечивающий стабилизацию объекта, при $|y(t)| < \varepsilon$ указанного объекта, при этом: $t \geq t_1$

Синтез закона стабилизации

Рассматривается система вида: $y = \frac{b(p)}{a(p)}u$

где

$$b(p) = kT_0P + k;$$

$$a(p) = T_2P(T_1P + 1).$$

Выберем закон управления вида:

$$u = \alpha(p)\bar{u} \quad (2)$$

где $\alpha(p)$ – гурвицев полином степени $p-1=n-m-1$. Для нашего объекта $n=2, m=1$, следовательно, $p-1=1$ и $\alpha(p)=\alpha_0$ – новое, принятое условно для решения задачи управление.

Тогда модель (1) примет вид

$$y = \frac{k(T_0P + 1)\alpha_0}{T_2P(T_1P + 1)}\bar{u} \quad (3)$$

где $k\alpha_0(T_0P + 1)$ – гурвицев полином; относительная степень модели (3) равна единице ($n - m = 1$).

Вследствие того, что относительная степень модели (3) равна единице, ее можно отнести к классу строго минимальных фазовых систем.

Выберем закон управления вида:

$$\bar{u} = -(\mu + k)y \quad (4)$$

где $\mu > 0$ и коэффициент $k > 0$.

Однако закон управления (2) не может быть реализован, из-за невозможности измерить производные переменной $y(t)$. Преобразуем (2) следующим образом:

$$u = -\alpha_0(\mu + k)\tilde{y} \quad (5)$$

где коэффициенты и полином выбираются таким образом, что полином должен быть гурвицевым (этот полином получаем после некоторых математических преобразований из модели (3)); σ – функция, которая формируется аналогично алгоритму оценки вида, приведенной в [5]:

$$\begin{cases} \dot{\xi}_1 = \sigma \xi_2 \\ \dot{\xi}_2 = \sigma(-k_1 \xi_1 - k_2 \xi_2 + k_1 y) \end{cases}, \quad (6)$$

$$\tilde{y} = \xi_1 \quad (7)$$

Где – $\sigma > \mu + k$

k_i – коэффициенты, рассчитываемые из соотношения асимптотической устойчивости модели (6)

при $y=0$.

Закон управления (5) технически реализуемый, т.к. содержит измеряемые и известные сигналы. Подставим закон управления (5) в (1) и получаем:

$$y = \frac{k(T_0 P + 1)}{T_2 P(T_1 P + 1)} [-\alpha_0(\mu + k)\tilde{y}] \quad (8)$$

где – функция отклонений (сигнал рассогласования). С учетом этого модель (8)

$$y = \frac{k(T_0 P + 1)}{T_2 P(T_1 P + 1)} [-\alpha_0(\mu + k)y + \alpha_0(\mu + k)\varepsilon] = \frac{k\alpha_0(T_0 P + 1)}{T_2 P(T_1 P + 1)} [-\mu y - ky + (\mu + k)\varepsilon] \quad (9)$$

Дальнейшим преобразованием получим:
Обозначив

и , для $B(p) = k\alpha_0(T_0 P + 1)$ системы (10) получаем:

$$\dot{x} = Ax + b(-ky + (\mu + k)\varepsilon); \quad (11)$$

Теперь представим модель вход - выход (10) в виде модели в пространстве состояний:

$$\dot{x} = Ax + b(-ky + (\mu + k)\varepsilon); \quad (12)$$

$$y = C^T x, \quad (13)$$

где $x \in R^n$ – вектор переменных состояния модели (11); A, b и C – соответствующие матрицы перехода от модели вход-выход к модели вход – состояние – выход, причем в силу гурвицевости полинома $\gamma(p)$ и строгой минимальной фазовой модели (10) можно указать симметричную положительно определенную матрицу P .

Матрица P удовлетворяет двум следующим матричным уравнениям:

$$A^T P + PA = -Q_1, \quad Pb = C, \quad (14)$$

где $Q_1 = Q_1^T > 0$, причем значения матрицы Q_1 зависят от параметра μ и не зависят от параметра k .

Перепишем модель (6), (7) в векторно-матричной форме:

$$\dot{\xi} = \sigma(\Gamma \xi + dk_1 y); \quad (15)$$

$$\tilde{y} = h^T \xi, \quad (16)$$

$$\Gamma = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -k_1 & -k_2 \end{pmatrix}, \quad d = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad h = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix};$$

где соответствующие матрицы перехода от системы (6), (7) к модели (15), (16).

Введем в рассмотрение вектор отклонений:

$$\eta = hy - \xi \quad (18)$$

Тогда, с учетом (16) невязка примет вид:

$$\varepsilon = y - h^T \xi,$$

В силу структуры последнее выражение можно переписать следующим образом:

$$(19)$$

Для производной от получим:

$$\dot{\eta} = h\dot{y} - \dot{\xi}$$

С учетом (15) выражение (18) примет вид:

$$\begin{aligned} \dot{\eta} &= h\dot{y} - \sigma(\Gamma \xi + dk_1 y) = h\dot{y} - \sigma(\Gamma(hy - \eta) + \\ &+ dk_1 y) = h\dot{y} + \sigma\Gamma\eta - \sigma(dk_1 + \Gamma h)y \end{aligned} \quad (20)$$

Так как , $dk_1 + \Gamma h = 0$ выражение упрощается: (20)

$$\dot{\eta} = h\dot{y} + \sigma\Gamma\eta \quad (21)$$

$$\varepsilon = h^T \eta$$

(22)

где матрица Γ – гурвицева и удовлетворяет уравнению Ляпунова:

$$\Gamma^T N + N\Gamma = -Q_2 \quad (23)$$

где $N = N^T > 0$ и где $Q_2 = Q_2^T > 0$

Условия применимости закона управления (5) для стабилизации системы (1) приведены в [5].

Далее возникает вопрос о выборе коэффициентов k, μ, σ для этого введем следующее обозначение $\tilde{k} = \mu + k$

Возможным вариантом настройки параметра \tilde{k} является линейное увеличение коэффициента \tilde{k} до тех пор, пока не будет выполнено условие: $y(t) < \varepsilon$ при $t \geq t_1$.

Для реализации этой идеи целесообразно воспользоваться алгоритмом вида:

$$k(t) = \int_0^t \lambda(\tau) d\tau \quad (24)$$

где $\tilde{k} = \mu + k$, а функция рассчитывается следующим

$$\lambda(t) = \begin{cases} \lambda_0 n p u & |y(t)| > \varepsilon; \\ 0 n p u & |y(t)| \leq \varepsilon, \end{cases}$$

образом: где число $\lambda_0 > 0$ и область ε задает разработчик системы управления.

После выбора коэффициента регулятора в соответствии с соотношением (24) остается вопрос выбора коэффициента σ . Коэффициент σ можно настраивать аналогично настройке коэффициента \tilde{k} .

Выберем коэффициент σ равным:

$$\sigma = \sigma_0 \tilde{k}^2 \quad (25)$$

где $\sigma_0 > 0$.

Очевидно, что при таком расчете функции σ найдется такой момент времени t_1 , что условие теоремы [5] будет выполнено.

Таким образом, структурная схема системы, замкнутой обратной связью, обеспечивающая решение поставленной задачи может быть представлена в виде:

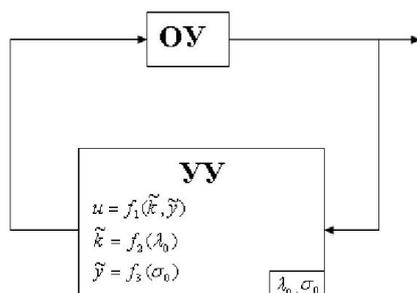


Рис.2.

где $\lambda_0 > 0, \sigma_0 > 0$.

Моделирование системы стабилизации

Моделирование полученного закона управления рассматривается на примере объекта (1) с параметрами: $k = 2, T_0 = 1.5c, T_1 = 2.5c, T_2 = 4c$

Передаточная функция ОУ с конкретными числовыми данными имеет вид:

$$W(P) = \frac{2(1.5P + 1)}{4P(2.5P + 1)} \quad (26)$$

Как видно из передаточной функции характеристический полином имеет один нулевой корень. Это значит, что система неустойчива.

Задача. Синтезировать закон управления $u(t)$, обеспечивающий выполнение условия: $|y(t)| < \varepsilon$

при $t \geq t_1$, т.е. ставится задача стабилизации системы управления с передаточной функцией (26).

Для решения задачи стабилизации необходимо проверить систему на управляемость и на наблюдаемость:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = -\frac{1}{T_1} x_1 + \frac{k}{T_1} x_2 + \frac{kT_0}{T_1 T_2} u \\ \dot{x}_2 = \frac{1}{T_2} u \end{cases}; \quad y = Cx.$$

Подставляя числовые данные, получим:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = -0.4x_1 + 0.8x_2 + 0.3u \\ \dot{x}_2 = 0.25u \end{cases} \quad (27)$$

Уравнение (27) представляется в общем виде:

$$\begin{cases} \varepsilon = h^T h y - h^T \xi = h^T (h y - \xi) = h^T \eta \\ \dot{x} = Ax + Bu \\ y = Cx \end{cases} \quad \text{где} \quad A = \begin{pmatrix} -0.4 & 0.8 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 0.3 \\ 0.25 \end{pmatrix}, \quad C^T = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Составляем матрицу управляемости:

$$K = (B:AB) \quad K = \begin{pmatrix} 0.3 & 0.08 \\ 0.25 & 0 \end{pmatrix}$$

Найдем ранг матрицы управляемости и вычислив определитель этой матрицы, сделаем вывод, что матрица управляемости является матрицей второго порядка и существует определитель этой матрицы второго порядка.

Следовательно, матрица управляемости является матрицей полного ранга. Это значит, что объект полностью управляем.

Составляем матрицу наблюдаемости:

$$H = (C^T : A^T C^T) \quad H = \begin{pmatrix} 1 & -0.4 \\ 0 & 0.8 \end{pmatrix}$$

Находим ранг матрицы наблюдаемости и сделаем вывод, что матрица наблюдаемости является матрицей второго порядка и существует определитель этой матрицы второго порядка. Следовательно, матрица наблюдаемости является матрицей полного ранга, т.е. объект полностью наблюдаем.

Применим синтезированный закон управления (5) для стабилизации неустойчивого объекта (26).

Выберем коэффициент $\alpha_0 = 10$, а область ε принимаем равным 0,1.

В соответствии со структурной схемой (рис.2) составляем компьютерную модель системы управления в пакете прикладных программ (ППП) MATLAB в библиотеке Simulink (рис. 3).

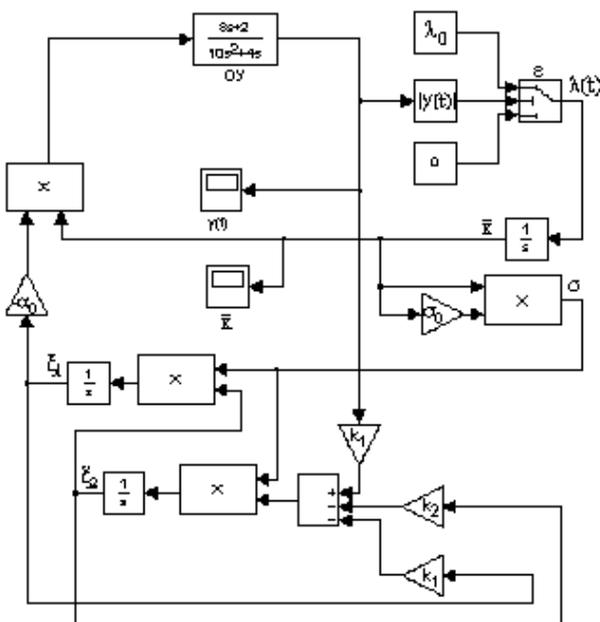


Рис.3. Компьютерная модель системы управления

Результаты моделирования полученные при различных значениях λ_0 и приведены на рис. 4-11.

Графики настройки параметра \tilde{k} при $\lambda_0 = 1$ и значениях $\sigma_0 = 5$ и $\sigma_0 = 50$, соответственно приведены на рис. 5 и рис. 7.

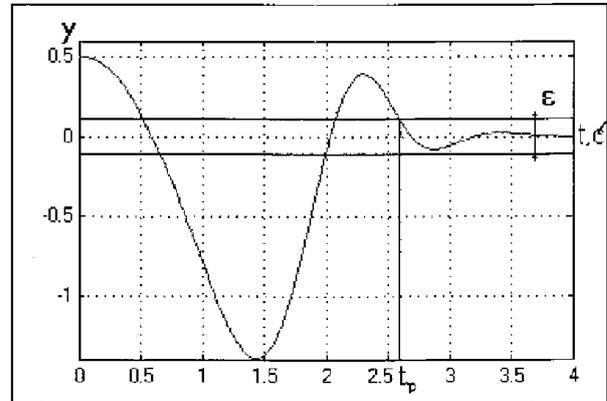


Рис.4. Переходной процесс по переменной $y(t)$ при $\lambda_0 = 1, \sigma_0 = 5$

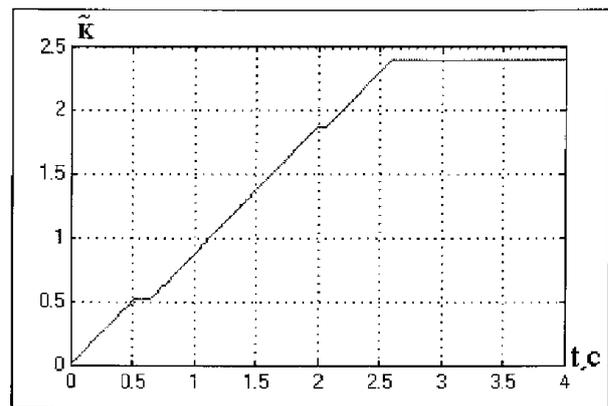


Рис.5. График настройки параметра \tilde{k} при $\lambda_0 = 1, \sigma_0 = 5$

Как видно из рис.4 переходной процесс системы управления входит в установленный коридор в течение 2,6 с и больше не выходит из него. Перерегулирование составляет 1,5.

Рис.5 показывает график настройки параметра \tilde{k} в зависимости от переходного процесса. Если значение переходного процесса превышает установленное значение ε , \tilde{k} линейно увеличивается, а когда переходной процесс достигает допустимого значения, \tilde{k} прекращает увеличиваться и сохраняет свое последнее значение и пока переходной процесс не

выходит за пределы установленного коридора, \tilde{k} остается постоянным.

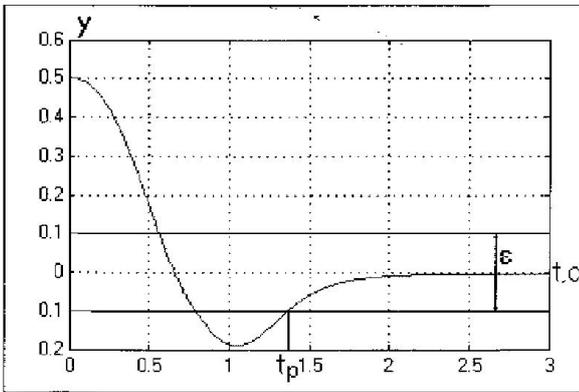


Рис.6. Переходной процесс по переменной $y(t)$ при $\lambda_0=1, \sigma_0=50$

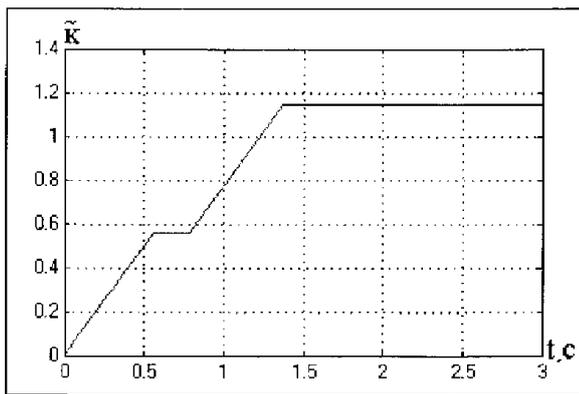


Рис.7. График настройки параметра \tilde{k} при $\lambda_0 = 1, \sigma_0 = 50$

На рис. 6 получен переходной процесс системы управления при $\lambda_0 = 1, \sigma_0 = 50$ т.е. переходные процессы, представленные на рисунках 4 и 6 получены при одинаковых значениях σ_0 , но при различных λ_0 . и при анализе двух переходных процессов идим, что при увеличении σ_0 качества системы улучшаются: время регулирования равно 1,36 сек, перерегулирование 0,2.

Рис.7 является аналогом рис.5. Настройка параметра на рис.7 производится в соответствии с переходным процессом, представленным на рис.6.

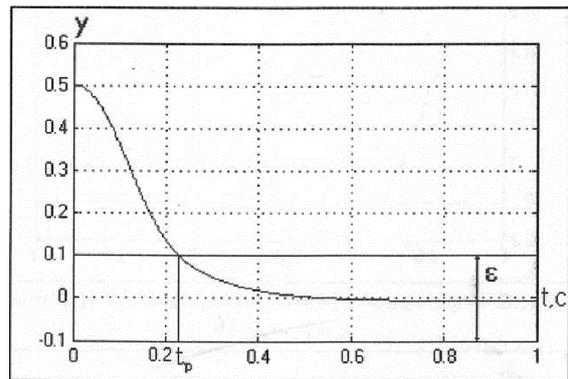


Рис.8. Переходной процесс по переменной $y(t)$ при $\lambda_0=1, \sigma_0=5$

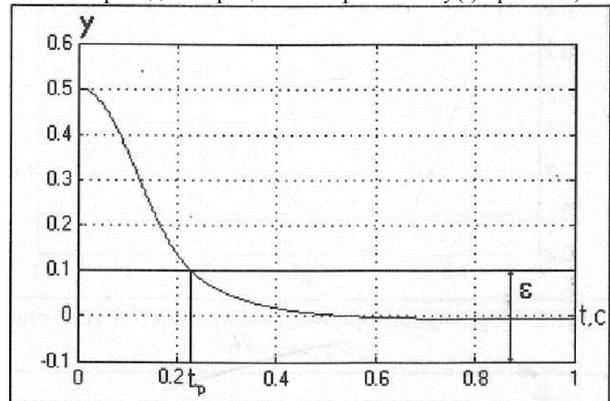


Рис.9. Переходной процесс по переменной $y(t)$ при $\lambda_0 = 10, \sigma_0 = 50$

На рис. 8-9 представлены переходные процессы системы управления при $\lambda_0 = 10$, но при различных σ_0 . Их анализ также показывает, что при увеличении σ_0 качества системы улучшаются. При $\lambda_0 = 1, \sigma_0 = 50$ система входит в допустимую зону за 0,53 сек и перерегулирование составляет 0,6. При $\lambda_0 = 1, \sigma_0 = 50$ система входит в установленный коридор за 0,23 сек и перерегулирование равно нулю.

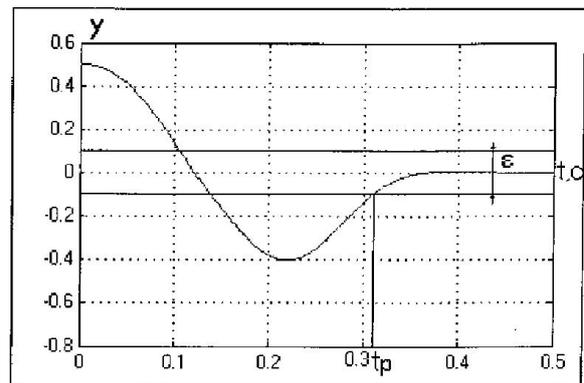


Рис.10. Переходной процесс по переменной $y(t)$ при $\lambda_0 = 25, \sigma_0 = 5$

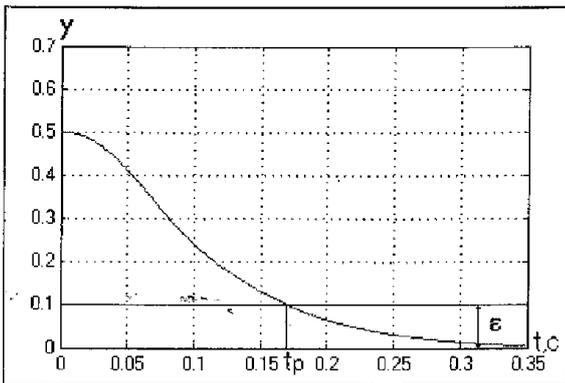


Рис.11. Переходной процесс по переменной $y(t)$ при $\lambda_0 = 25$, $\sigma_0 = 5$

На рис. 10-11 представлены переходные процессы системы управления при $\lambda_0=25$ но также при различных σ_0 . Сравним два переходных процесса. Первый процесс является колебательным, система устанавливается за время 0,31 сек. и за это время происходит одно колебание. Второй переходной процесс представляет собой непрерывно уменьшающуюся функцию, которая с течением времени стремится к нулю. Время регулирования для этого процесса составляет 0,17 сек.

Таким образом, по полученным переходным процессам можно сделать вывод, что выходная траектория системы $y(t)$ ограничена некоторой областью ϵ , которую задает проектировщик, а скорость сходимости переходного процесса зависит от скорости настройки коэффициентов регулятора \tilde{k} и a , которые в свою очередь зависят от λ_0 и σ_0 соответственно. При фиксированном значении λ_0 увеличение σ_0 приводит к улучшению быстродействия системы. Но при постоянном λ_0 увеличить значение σ_0 качества системы улучшаются значительно. Увеличивается быстродействие системы и значение перерегулирования уменьшается (это можно видеть из табл.1).

Таблица 1

$\sigma_0 = 5$	$\sigma_0 = 50$
----------------	-----------------

$\lambda_0 = 1$	$t_p = 2,6$ сек, $\sigma = 1,5$	$t_p = 1,36$ сек, $\sigma = 0,2$
$\lambda_0 = 10$	$t_p = 0,53$ сек, $\sigma = 0,6$	$t_p = 0,23$ сек, $\sigma = 0$
$\lambda_0 = 25$	$t_p = 0,31$ сек, $\sigma = 0,4$	$t_p = 2,6$ сек, $\sigma = 0$

Заключение

В данной работе разработан закон управления для стабилизации объекта управления с особенностями в динамике. Предложена схема стабилизации системы управления и получены переходные процессы при различных значениях входного сигнала. Анализируя показатели качества, полученных переходных процессов сделаны необходимые выводы, что данный метод является лучшим, чем обычные методы стабилизации.

Литература:

1. Шаршеналиев Ж., Гладкова О. Адаптивное управление разнотемповыми объектами с последствием // Известия вузов СССР, №8, 1991.
2. Шаршеналиев Ж. Адаптивное управление разнотемповыми объектами // Известия НАН КР, №2-3, Бишкек, 1997.
3. Кухаренко Н.В., Мусаэлян Э.Л. Оптимальная по быстродействию управление интегрально-дифференциальным объектом // Известия вузов, 2004, Т.47, №12.-С. 25 - 33.
4. Ма мыто в Дж., Шаршеналиев Ж. Аналитические методы оптимального стабилизирующего управления динамическими системами. - Бишкек: Илим, 2003.
5. Бобцов АА., Николаев НА. Адаптивная стабилизация нелинейной системы с ограниченными функциональными неопределенностями // Мехатроника, автоматизация, управление, 2004, №7.- С. 5 - 11 .
6. Мирошник И.В., Никифоров В.О., Фрадков А.Л. Нелинейная и адаптивная управление сложными динамическими системами.- СПб.: Наука, 2000.