

Еремянц В.Э., Аканов Д.К.

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ ОЦЕНКА МОМЕНТА СОПРОТИВЛЕНИЯ  
НА РАБОЧЕМ ОРГАНЕ ЖЕРНОВОЙ МЕЛЬНИЦЫ

V.E. Eremyants, D.K. Akanov

EXPERIMENTAL EVALUATION OF RESISANCE POINT ON  
A WORKING ORGAN OF A BURR MILL

УДК: 621.01

В статье изложен метод, позволяющий на основе совместного рассмотрения динамической модели машины и экспериментальной диаграммы процесса её выбега после отключения, определить момент сил сопротивления, действующий на рабочий орган. На примере анализа процесса выбега жерновой мельницы ММП-50 проведена оценка достоверности результатов, получаемых по предлагаемому методу.

In a paper the method permitting on the basis of combined consideration a dynamic model of the machine and the experimental diagram of it running out process after shutting down to determine the moment of resistance forces acting on a working organ. On an example of analysis of process of a running out the MMP-50 burr mill the estimation of veracity of results receivable by proposed method were performed.

При создании новой машины, выборе параметров её трансмиссии и приводного двигателя необходимо знать величину и закон изменения момента сил сопротивления на рабочем органе машины. Для жерновых мельниц с вертикальным расположением жернова такая информация в литературных источниках отсутствует, что затрудняет обоснование рациональных параметров привода мельницы.

Теоретический расчет момента сил сопротивления на рабочем органе мельницы при размоле зерна должен учитывать много различных по физической природе факторов и представляет собой весьма сложную задачу, решение которой требует длительного времени. Учитывая потребность практики в быстром получении таких результатов, в данной работе решалась задача приближенной оценки момента сил сопротивления на рабочем органе жерновой мельницы.

Для решения поставленной задачи вначале на основе экспериментальных исследований получалась диаграмма изменения угловой скорости жернова мельницы при её выбеге. По этой диаграмме находилось время выбега жернова. Затем составлялась динамическая модель машины и решением уравнений её движения находилась функция, описывающая изменение угловой скорости жернова при выбеге. После подстановки в эту функцию известного времени выбега, определялся момент сил сопротивления, действующий на жернов в процессе работы машины.

Объектом исследования являлась жерновая мельница ММП-50 с вертикальным расположением жернова. Её конструктивная схема показана на рис. 1. Для повышения достоверности получаемых результатов в экспериментах использовались два разных приводных электродвигателя машины:

а) двигатель 4A112M4У3 мощностью 5,5 кВт с номинальной частотой вращения вала  $n_n = 1446$  об/мин (угловой скоростью  $\omega_n = 151,4$  с<sup>-1</sup>) и номинальным моментом  $M_n = 36,3$  Нм;

б) двигатель 4AC100S4У3 мощностью 3,2 кВт с номинальной частотой вращения вала  $n_n = 1437$  об/мин (угловой скоростью  $\omega_n = 150,5$  с<sup>-1</sup>) и номинальным моментом  $M_n = 21,3$  Нм.

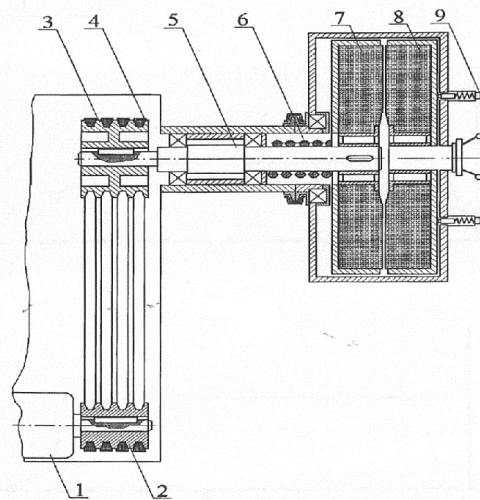


Рис. 1. Конструктивная схема жерновой мельницы ММП-50.

- 1 – приводной электродвигатель; 2, 3 – ведущий и ведомый шкивы; 4 – ремень; 5 – трансмиссионный вал; 6 – транспортирующий шнек; 7 – вращающийся жернов; 8 – неподвижный жернов; 9 – прижимной механизм.

Передаточное отношение ременной передачи равно 3,12.

В экспериментах проводился размол пшеничного зерна при следующих режимах работы мельницы:

- при отсутствии подачи измельчаемого материала в мельницу (холостой режим работы);

- при средней подаче измельчаемого материала, равной 50–70 кг/час;
- при высокой подаче измельчаемого материала, равной 130–150 кг/час.

При проведении экспериментальных исследований на вал двигателя и вал жернова устанавливались датчики угловой скорости, сигнал с которых регистрировался самописцем. Таким образом, получались диаграммы изменения угловой скорости валов машины в период её разбега, установившегося движения и выбега. В дальнейшем для оценки момента сопротивления на жернове использовались диаграммы изменения угловой скорости жернова в процессе его выбега.

В качестве примера на рис. 2 приведены экспериментальные диаграммы изменения угловой скорости жернова за один цикл движения машины с двигателем мощностью 5,5 кВт при различной величине подачи зерна. Масштаб этих диаграмм по оси времени составляет 0,04 с/мм, а по оси угловой скорости – 10,3 с<sup>-1</sup>/мм. Аналогичные диаграммы были получены и при использовании приводного двигателя мощностью 3,2 кВт. Для каждого режима работы было записано от пяти до десяти таких диаграмм, по которым определялось среднее значение времени выбега  $t_b$  жернова. Эти значения представлены в табл. 1.

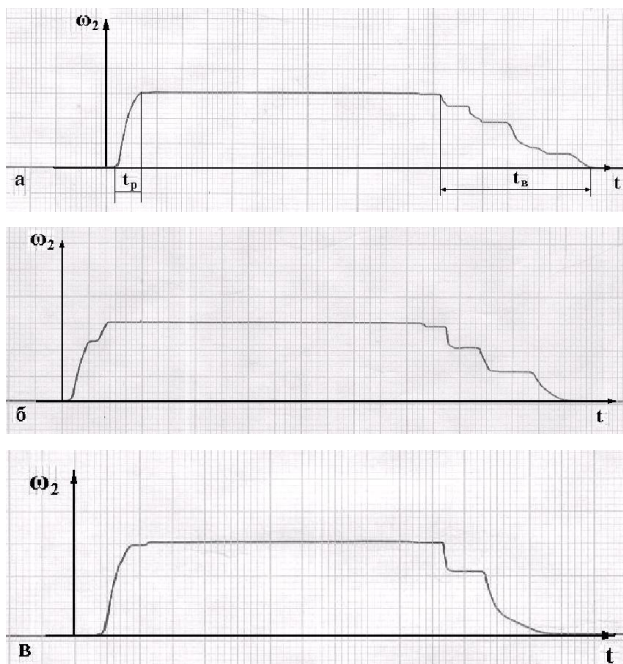


Рис. 2. Диаграммы изменения угловой скорости жернова при холостом режиме работы (а), средней подаче (б) и высокой подаче (в) измельчаемого материала.

Из представленных диаграмм видно, что при холостом режиме работы машины средняя угловая скорость жернова при его выбеге уменьшается по закону, близкому к линейному (рис. 2а). При этом

происходит некоторое колебание скорости относительно среднего значения. Такой же характер изменения угловой скорости жернова наблюдается и при средней подаче измельчаемого материала, равной 50–70 кг/час (рис. 2б). Такое изменение скорости выбега характерно для постоянного момента сил сопротивления движению жернова.

С увеличением подачи материала до 130–150 кг/час уменьшение средней скорости выбега носит уже экспоненциальный характер, что характерно для случая, когда момент сил сопротивления движению жернова зависит от его угловой скорости. Но в первом приближении и в этом случае ещё можно аппроксимировать зависимость уменьшения средней скорости от времени линейной функцией.

Таким образом, анализ полученных диаграмм показывает, что в первом приближении в динамической модели исследуемой машины можно считать момент сил сопротивления движению жернова постоянным.

В работе [1] на основе анализа упругих и инерционных характеристик элементов машины ММП-50 было получено, что её динамическая модель может быть представлена в виде двухмассовой системы (рис. 3).

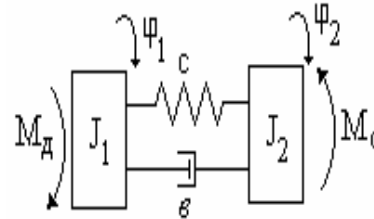


Рис. 3. Динамическая модель машины.

В этой модели первая масса с приведенным моментом инерции  $J_1$  моделирует подвижные части машины, расположенные до ременной передачи, а вторая – с приведенным моментом инерции  $J_2$  – части машины, расположенные после ременной передачи. Эти части связаны упругим элементом с приведенным коэффициентом жесткости  $c$ , учитывающим податливость ременной передачи, трансмиссионного вала и шпоночных соединений. Демпфирующая связь с приведенным коэффициентом вязкого сопротивления  $b$  моделирует силы трения в машине.

Параметры этой модели следующие [1]:

$$c = 537 \text{ Н/м}; J_2 = 982,4 \cdot 10^{-4} \text{ кгм}^2;$$

для двигателя мощностью 5,5 кВт:

$$J_1 = 190,7 \cdot 10^{-4} \text{ кгм}^2;$$

для двигателя мощностью 3,2 кВт

$$J_1 = 107,7 \cdot 10^{-4} \text{ кгм}^2.$$

Данная система имеет две степени свободы, и её движение описывается двумя обобщенными координатами

тами: углами поворота масс  $\omega_1$  и  $\omega_2$ . Уравнения движения этой модели в общем случае имеют вид:

$$J_1\dot{\varphi}_1 + b(\dot{\varphi}_1 - \dot{\varphi}_2) + c(\varphi_1 - \varphi_2) = M_0 \quad (1)$$

$$J_2\dot{\varphi}_2 + b(\dot{\varphi}_1 - \dot{\varphi}_2) + c(\varphi_1 - \varphi_2) = -M_0 \quad (2)$$

Где  $M_0$  – движущий момент, определяемый механической характеристикой двигателя.

Механическая характеристика асинхронного двигателя на рабочем участке может быть представлена в виде линейной:

$$M_0 = M_{00} - b_0 \varphi_1, \quad (3)$$

где коэффициенты, определяемые с учетом паспортных данных двигателя по формулам:

$$M_0 = \frac{M_n \omega_c}{\omega_c - \omega_n}; \quad b_0 = \frac{M_n}{\omega_c - \omega_n}. \quad (4)$$

В рассматриваемых случаях для двигателя мощностью 5,5 кВт:

$$M_{00} = 1010 \text{ Нм}, \quad M_0 = 6,428 \text{ Нм} \cdot \text{с};$$

для двигателя мощностью 3,2 кВт:

$$M_{00} = 506 \text{ Нм}, \quad b_0 = 3,221 \text{ Нм} \cdot \text{с}.$$

При выбеге машины  $M_0 = 0$ . Тогда, вводя новую переменную  $\varphi = \varphi_1 - \varphi_2$ , уравнения (1), (2) можно записать в виде:

$$J_1\dot{\varphi} + b\dot{\varphi} + c\varphi = 0 \quad (5)$$

$$J_2\dot{\varphi}_1 - J_2\dot{\varphi} - b\dot{\varphi} - c\varphi = -M_0 \quad (6)$$

Выражая из уравнения (5)  $\varphi_1$  и подставляя в уравнение (6), получим:

$$\ddot{\varphi} = 2h\dot{\varphi} + k^2\varphi = \frac{M_c}{J_2}, \quad (7)$$

где  $2h = b / J_n$ ;  $J_n = J_1 J_2 / (J_1 + J_2)$ .

Решением дифференциального уравнения (7) при  $h < k$  является функция:

$$\varphi = e^{-hi} (A_1 \sin \lambda t + A_2 \cos \lambda t) + \frac{M_c}{J_2 k^2}, \quad (8)$$

где  $\lambda = \sqrt{k^2 - h^2}$ . Постоянные интегрирования  $A_1$  и  $A_2$  находятся из начальных условий:

$$\varphi(0) = M_c / c, \quad \dot{\varphi}(0) = 0.$$

С учетом найденных постоянных, решение (8) принимает вид:

$$\varphi = \frac{M_c}{J_2 k^2} \left[ 1 + \frac{J_2}{J_1} e^{-hi} \left( \frac{h}{\lambda} \sin \lambda t + \cos \lambda t \right) \right]. \quad (9)$$

Записывая из уравнения (5):

$$\ddot{\varphi} = -\frac{b}{J_1} \dot{\varphi} - \frac{c}{J_1} \varphi,$$

подставляя в это выражение функцию (9) и интегрируя полученное уравнение при начальном условии  $\varphi_1(0) = \omega_y$  ( $\omega_y$  – угловая скорость вала двигателя в установившемся движении), найдем зависимость угловой скорости вала двигателя от времени:

$$\varphi_1 = \omega_1 = \omega_y - \frac{M_c}{\lambda(J_1 + J_2)} \left( \lambda t + \frac{J_2}{J_1} e^{-ht} \sin \lambda t \right). \quad (10)$$

Зависимость угловой скорости жернова от времени определится из соотношения  $\dot{\varphi}_2 = \dot{\varphi}_1 - \dot{\varphi}$ , которое после подстановки в него функций (9), (10) приводится к виду:

$$\varphi_2 = \omega_2 = \omega_y - \frac{M_c}{\lambda(J_1 + J_2)} \left( \lambda t - e^{-ht} \sin \lambda t \right). \quad (11)$$

Из полученных выражений видно, что при принятом постоянном моменте сопротивления на жернове угловые скорости валов машины в процессе её выбега уменьшаются по линейному закону, на который наложены затухающие гармонические колебания с собственной частотой системы. При этом амплитуда колебаний вала двигателя больше амплитуды колебаний жернова в  $J_2 / J_1$  раз.

Если пренебречь колебаниями жернова и оценивать время его выбега  $t_g$  по средней скорости, уменьшающейся по линейному закону, то, принимая в уравнении (11)  $\varphi_2 = 0$ , получим:

$$\omega_y - \frac{M_c t_g}{(J_1 + J_2)}. \quad (12)$$

Угловую скорость валов машины в установившемся движении найдем из следующих соображений. Для установившегося движения машины справедливо соотношение:  $M_0 = M_c$ .

Подставляя в него линеаризованную характеристику двигателя (3) и определяя из полученного выражения угловую скорость валов в установившемся движении, запишем:

$$\omega_y - \frac{M_{a0} - M_c}{b_0}. \quad (13)$$

Приравняв выражения (12), (13), найдем:

$$M_c - \frac{M_{a0}}{b_0 t_g / (J_1 + J_2)}. \quad (14)$$

Полученная формула позволяет по известным моментам инерции элементов модели, параметрам двигателя и времени выбега машины найти момент сил сопротивления на жернове мельницы. Определив момент сопротивления можно по формуле (13) найти угловую скорость жернова в установившемся режиме

движения и мощность, затрачиваемую на преодоление момента сил сопротивления:

$$N_c = M_c \omega \quad (15)$$

При подстановке в эти формулы исходных данных получены значения приведенных моментов сил сопротивления  $M_c$  и мощностей  $N_c$  на валу двигателя (табл. 1). Вычитанием из общих моментов и мощностей момента сопротивления  $M_{cx}$  и мощности

$N_{cx}$  при холостом ходе машины определялась мощность  $N_p$ , затрачиваемая на процесс измельчения зерна и приведенный к валу двигателя момент сопротивления  $M_p$ , соответствующий этой мощности. Затем умножением приведенного момента сил сопротивления на передаточное отношение от вала двигателя к валу жернова ( $u_p = 3,12$ ) находился момент сопротивления  $M_{ж}$ , действующий на жернов.

Таблица 1

Результаты расчета момента сил сопротивления, действующего на жернов.

Мощность двигателя, кВт	5,5			3,2		
	0	50–70	130–150	0	50–70	130–150
Величина подачи, $q$ , кг/час						
Время выбега, $t_{в}$ , с.	1,12	1,10	0,60	1,20	1,10	0,60
Момент сопротивления, приведенный к валу двигателя $M_c$ , Нм	16,2	18,1	29,8	13,9	15,1	27,0
Угловая скорость вала двигателя $\omega$ , с <sup>-1</sup>	154,6	154,3	152,5	152,8	152,4	148,7
Мощность на валу двигателя $N_c$ , кВт	2,50	2,79	4,55	2,12	2,30	4,02
$M_c - M_{cx}$ , Нм	0	1,9	13,6	0	1,2	13,1
$N_c - N_{cx}$ , кВт	0	0,29	2,05	0	0,18	1,90
Момент сопротивления, действующий на жернов, $M_{ж} = (M_c - M_{cx})u_p$ , Нм	0	5,93	42,43	0	3,74	40,91

При проведении экспериментальных исследований кроме записи диаграмм изменения угловых скоростей валов с помощью ваттметра типа Д-365 измерялась мощность, потребляемая электродвигателем. Результаты этих измерений показали, что двигатель с номинальной мощностью 5,5 кВт при работе без нагрузки (со снятым приводным ремнем) потребляет 2,5 кВт, а при высокой подаче измельчаемого материала (130–150 кг/час) 4,1–5,5 кВт. Двигатель с номинальной мощностью 3,2 кВт без нагрузки потребляет 2,2 кВт. Эти значения соответствуют значениям мощности  $N_p$ , приведенным в табл. 1, что подтверждает достоверность результатов, полученных предлагаемым методом.

Из данных, представленных в табл. 1, следует, что при высокой подаче измельчаемого материала значения моментов сил сопротивления, действующих на жернов, при использовании двигателей различной мощности, практически одинаковы. Их различие не превышает 4%, что лежит в пределах погрешности обработки экспериментальных диаграмм. Это подтверждает достоверность полученного значения момента сил сопротивления, который составляет 41–42 Нм. Для средней подачи измельчаемого материала расхождения в значениях момента сил сопротивления более существенны. Величина этого момента лежит в пределах 3,7–5,9 Нм при среднем значении 4,8 Нм.

Из полученных результатов следует, что с увеличением подачи измельчаемого материала момент сил сопротивления, действующих на рабочий орган мельницы, возрастает по нелинейному закону,

который в первом приближении может быть описан эмпирической формулой:

$$M_{ж} = aq^m \quad (16)$$

где  $q$  – подача измельчаемого материала;  $a, m$  – коэффициенты, зависящие от свойств измельчаемого материала. Если измерять подачу в кг/мин, то по полученным результатам для рассматриваемого в настоящей работе примера можно принять  $a = 4,8$  Нм (мин/кг)<sup>-2,5</sup>,  $m = 2,5$ .

Напомним, что в данной работе ставилась и решалась задача приближенной оценки момента сил сопротивления на рабочем органе жерновой мельницы. Полученные результаты могут быть уточнены в дальнейшем введением в динамическую модель машины момента сопротивления, описываемого зависимостью:

$$M_c = M_0 + b_2 \dot{\phi}_2 \quad (17)$$

где  $M_0$  – постоянная составляющая момента сопротивления;  $b_2$  – приведенный коэффициент вязкого трения, определяющий переменную составляющую момента, зависящую от скорости вращения жернова.

Кроме этого необходимо продолжение экспериментальных исследований с целью проверки и уточнения формулы (16), определения входящих в неё коэффициентов для различных обрабатываемых материалов.

#### Литература:

1. Аканов Д.К. Динамическая модель универсального станка ММП-50. // Вестник Иссык-Кульского университета, № 15, Каракол, 2005. с.181-186.