

*Маткеримов Т.Ы.*

**МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ТРАНСПОРТНОГО ПРОЦЕССА В ГОРНОДОБЫВАЮЩЕЙ ОТРАСЛИ**

*T.Y. Matkerimov*

**MATHEMATICAL MODELLING OF THE TRANSPORT PROCESS AT THE MINING INDUSTRY**

УДК: 629.017.113

*Статья посвящена анализу транспортного процесса при перевозке грузов горной промышленности на основании которой составлено математическое моделирование по видам маршрутов.*

*This clause is devoted to the analysis of transport process by transportation agricultural conveyances based on which mathematical modeling by kinds of routes is made.*

Транспортный процесс автомобильных перевозок грузов представляет собой многократное повторение отдельных циклов. Каждый транспортный цикл - это законченный комплекс операций по доставке груза (вспомогательных и основных). Для обеспечения наиболее эффективного использования подвижного состава при рациональной организации автомобильных грузовых перевозок предусматривают параллельно-последовательное выполнение транспортных циклов. Этот принцип реализуют путем организации перевозок на множестве маршрутов.

В соответствии с принятой классификацией маршруты движения автомобилей при перевозках грузов подразделяются на кольцевые и маятниковые. Организация транспортного процесса зависит от маршрута движения автомобилей. Поэтому моделирование транспортного процесса производилось применительно к принятым маршрутам движения подвижного состава при перевозках грузов.

В качестве исходного положения при моделировании принято представление транспортного процесса как сетей (систем) массового обслуживания, учитывающих особенности различных вариантов организации перевозок грузов. Исходя из принятого представления, разработана система стохастических моделей транспортного процесса [1].

В зависимости от маршрута движения автомобилей при перевозке грузов могут быть использованы следующие модели (математические модели для стационарного состояния процесса).

Кольцевой маршрут: модель организации транспортного процесса - замкнутая сеть систем массового обслуживания.

Математическая модель:

$$P_{m^{(1)} - i_1, \dots, m^{(k)} - i_k, \dots, m^{(R)} - i_R} =$$

$$= \prod_{k=1}^R \delta_k^{m^{(k)} - i_k} \cdot \frac{\alpha_k^{i_k}}{(m^{(k)} - i_k)!} \left[ \sum_{m^{(k)}=0}^m \cdot \sum_{i_k=0}^{m^{(k)}} \prod_{k=0}^R \delta_k^{m^{(k)} - i_k} \frac{\alpha_k^{i_k}}{(m^{(k)} - i_k)!} \right]^{-1}$$

$$m^{(1)} + \dots + m^{(k)} + \dots + m^{(R)} = m,$$

$$0 \leq i_1 \leq m^{(1)}, \dots, 0 \leq i_k \leq m^{(k)}, \dots, 0 \leq i_R \leq m^{(R)},$$

$$m^{(k)} = \sum_{m^{(k)}=0}^m m^{(k)} S_{m^{(k)}} \sum_{m^{(k)}=0}^m \cdot \prod_{\ell=1}^{k-1} S_{m^{(\ell)}} \prod_{\ell=1}^R S_{m^{(\ell)}} \times \left[ \sum_{m^{(k)}=0}^m \cdot \prod_{k=1}^R S_{m^{(k)}} \right]^{-1}$$

$$S_{m^{(k)}} = \sum_{i_k=0}^{m^{(k)}} \delta_k^{m^{(k)}-i_k} \frac{\alpha_k^{i_k}}{(m^{(k)} - i_k)!};$$

$$\bar{i}_k = \sum_{i_k=0}^m i_k \sum_{m^{(k)}=i_k}^m \delta_k^{m^{(k)}-i_k} \frac{\alpha_k^{i_k}}{(m^{(k)} - i_k)!} \times$$

$$\times \sum_{m^{(k)}=0}^m \prod_{\ell=1}^{k-1} S_{m^{(\ell)}} \prod_{\ell=k+1}^R S_{m^{(\ell)}} \left[ \sum_{m^{(k)}=0}^m \prod_{k=1}^R S_{m^{(k)}} \right]^{-1},$$

$$0 \leq i_k \leq m^{(k)}, \quad \sum_{k=1}^R m^{(k)} = m,$$

где  $P_{m^{(1)}-i_1, \dots, m^{(k)}-i_k, \dots, m^{(R)}-i_R}$  - вероятность того, что при установившемся транспортном процессе из  $m$  автомобилей, выполняющих перевозки, находится в пунктах выполнения вспомогательных (контрольных) операций и на участках дорог между этими пунктами;  $\alpha_k$  - доля времени движения (нахождения в пути) автомобиля на участке дорог между  $k-1$  и  $k$ -ой операциями в общем времени движения на маршруте;  $\delta_k$  - коэффициент загрузки средств производства, выполняющих  $k$ -ую вспомогательную операцию транспортного процесса, одним автомобилем;  $\alpha_k$  - интенсивность выполнения  $k$ -ой операции;  $\alpha_k$  - интенсивность движения на маршруте одного автомобиля;  $\bar{i}_k$  - среднее число автомобилей на участке дороги между пунктами выполнения  $k-1$  и  $k$  вспомогательных операций и на  $k$  операции;  $\bar{n}_k$  - среднее число автомобилей, накапливающихся в пункте выполнения  $k$  операции;

$$\tau_{no} = \frac{\bar{n}_0}{n} = 1 - (m - \sum_{i=0}^m iP_i) \frac{\alpha}{n}$$

где  $\bar{n}_0$  - среднее число автомобилей, ожидающих выполнения вспомогательной операции (средняя длина очереди);  $n$  - среднее число свободных, простаивающих из-за отсутствия автомобилей, перегрузочных установок (средств производства, выполняющих вспомогательную операцию транспортного процесса).

Математическая модель транспортного процесса на кольцевом маршруте позволяет проанализировать распределение автомобилей по операциям, степень загруженности транспортной сети и ее отдельных элементов. Исследованиями модели установлено, что главным фактором, определяющим распределение автомобилей по пунктам выполнения вспомогательных (контрольных) операций и участкам транспортной сети (дорог) между ними, является степень загрузки. В некоторых случаях модель транспортного процесса на кольцевом маршруте можно упростить, что очень важно для практики. Так, если в пунктах выполнения вспомогательных (контрольных) операций, за исключением одного, не образуются очереди ожидающих обслуживания автомобилей, то моделью транспортного процесса на кольцевом маршруте может быть замкнутая система массового обслуживания (маятниковый маршрут, вариант II) [2, 3,4]. Исследованиями показано, что эту же модель можно использовать и в тех случаях, когда загрузка одного из пунктов выполнения вспомогательных (контрольных) операций в 2-3 раза превышает загрузку остальных пунктов (т. е. ).

$$\alpha_k \geq (2-3) (\alpha_1, \dots, \alpha_R)$$

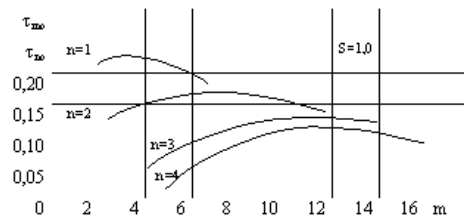
Результаты исследования модели транспортного процесса на маятнико-вом маршруте (вариант II) представлены на рис. 1 и 2.

По результатам исследования установлено, что простой средств произ-водства, выполняющих автомобильные перевозки грузов, составляют при 1-2 одновременно работающих перегрузочных установках 13-22 % рабочего времени смены.

Приведенные данные показывают, что разработанные модели имеют высокую степень адекватности реальному процессу автомобильных перевозок.

Маятниковый маршрут ( $\beta = 0,5$ ):

**вариант 1**, очередь ожидающих обслуживания автомобилей возможна в пунктах погрузки и разгрузки одновременно.



**Рис. 1.** Графики зависимости коэффициентов простоя автомобиля и перегрузочной установки от количества выполняющих перевозки грузов автомобилей при различном числе перегрузочных установок

Модель организации транспортного процесса - замкнутая сеть систем массового обслуживания;  
Математическая модель:

$$P_{i_0, i, j_0, j} = \frac{\alpha_1^i \cdot \alpha_2^j}{i_0! j_0! 2^{m-i-j}} \left[ \sum_{i=0}^m \sum_{j=0}^{m-i} \frac{\alpha_1^i \cdot \alpha_2^j}{(m-i-j)!} \right]^{-1}, \quad (5)$$

$$P_{i,j} = \frac{\alpha_1^i \cdot \alpha_2^j}{(m-i-j)!} \left[ \sum_{i=0}^m \sum_{j=0}^{m-i} \frac{\alpha_1^i \cdot \alpha_2^j}{(m-i-j)!} \right]^{-1}, \quad (6)$$

$$0 \leq i \leq m, \quad 0 \leq j \leq m, \quad i + j \leq m;$$

где  $P_{i_0, i, j_0, j} (P_{m, i, j})$  - вероятность того, что из  $m$  автомобилей, выполняющих перевозки на маятниковом маршруте  $b = 0,5$ ,  $i$  находится в пункте погрузки и  $j$  - в пункте разгрузки, а  $j_0$  груженых и  $i_0$  порожних автомобилей - между указанными пунктами;

**вариант II**, очередь ожидающих обслуживания автомобилей только в пункте погрузки и разгрузки.

Модель организации транспортного процесса - замкнутая система массового обслуживания.

Математическая модель:

при  $n = 1$

$$P_i = \frac{m!}{(m-i)!} \alpha^i P_0, \quad (7)$$

при  $n > 1$

$$1 < i \leq n \quad P_i = \frac{m!}{i!(m-i)!} \alpha^i P_0, \quad (8)$$

$$n < i \leq m \quad P_i = \frac{m!}{n!(m-i)! n^{i-n}} \alpha^i P_0, \quad (9)$$

$P_0 = \left[ \sum_{i=0}^m P_i / P_0 \right]^{-1}$ , где  $P_i$  - вероятность того, что в пункте погрузки (разгрузки) находится  $i$  автомобилей.

При построении математической модели транспортного процесса (вариант II) получены оригинальные рекуррентные формулы для вычисления отношений, особенно удобные при выполнении расчетов на вычислительных машинах:

$$0 < i \leq n, \quad x_i = \frac{m-i+1}{i} \alpha \cdot x_{i-1}, \quad (10)$$

$$n < i \leq m, \quad x_i = \frac{m-i+1}{n} \alpha \cdot x_{i-1}. \quad (11)$$

Показателем, характеризующим рациональность построения транспортного процесса во времени, принят коэффициент простоя автомобиля

$$\tau_{m0} = \frac{m_0}{m} = \frac{1}{m} (1 + \alpha) \sum_{i=0}^m i P_i - \alpha \quad (12)$$

Из анализа результатов исследований следует, что изменение в транспортном процессе на данном маршруте соотношения автомобилей и перегрузочных установок (рис. 2а и 2б) дает возможность уменьшить простои рассогласования машин одной группы за счет увеличения простоев машин другой группы, но не устранить их полностью. Поэтому при решении задач рациональной организации транспортного процесса на заданном маршруте нельзя ограничиваться только введением коэффициента, учитывающего неравномерность прибытий автомобилей в пункт выполнения вспомогательной операции процесса. Необходимо учитывать издержки производства на простои автомобилей и погрузочно-разгрузочных машин, возникающие вследствие рассогласования их совместной работы.

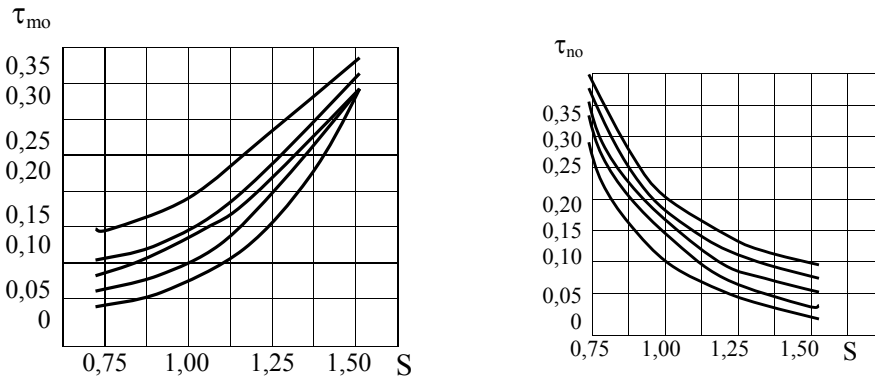


Рис. 2. Графики зависимости коэффициента простоя автомобиля (а) и перегрузочной установки (б) от S - отношения средних ритма работы перегрузочных установок и интервала движения автомобилей при различных значениях отношения  $\rho/m$

Для решения ряда задач оптимального построения транспортного процесса необходимы модели, которые учитывали бы особенности применяемых на производстве вариантов организации автомобильных перевозок грузов. Ниже излагаются результаты разработки и исследования специальных моделей транспортного процесса, которые отображают основные особенности его построения.

Теснота связи в работе машин, выполняющих автомобильные перевозки грузов, определяется наличием и объемом технологического, межоперационного и страхового заделов, представляющих собой накопленные в определенных местах в специальных бункерах, емкостях (накопителях) некоторые количества перевозимых грузов.

Актуальными задачами оптимального построения транспортного процесса являются:

- установление способа наиболее целесообразного применения накопителя в заданных условиях перевозок;
- определение оптимального количественного состава рассматриваемой совокупности машин при заданных организации и объеме перевозок и использовании накопителя;
- определение оптимального объема накопителя и количества автомобилей при заданных организации и объеме перевозок и количестве перегрузочных установок.

Для решения поставленных задач разработаны модели транспортного процесса автомобильных перевозок с использованием накопителей:

для создания межоперационного задела

Модель организации транспортного процесса - разомкнутая система массового обслуживания с ограниченным числом мест ожидания.

Математическая модель:

$$1 \leq k \leq m, \quad \ell = 0, \quad P_{(k,0)} = \frac{\rho^k}{k!} P_{(0,0)}, \quad (13)$$

$$k = m, \quad 1 \leq \ell \leq b, \quad P_{(m,\ell)} = \frac{\rho^{(m+\ell)}}{m! m^\ell} P_{(0,0)}, \quad (14)$$

$$P_{(0,0)} = \left[ \sum_{k=0}^m \frac{\rho^k}{k!} + \frac{\rho^m}{m!} \left( \frac{\rho}{m} \right)^\ell \right]^{-1}, \quad (15)$$

$$b = \left\{ \lg \tau_{no} \left[ \left( 1 - \frac{\rho}{m} \right) \sum_{k=0}^m \frac{\rho^k}{k!} + \frac{\rho^{m+1}}{m!m} \right] - \lg \frac{\rho^m}{m!} \left[ 1 - \left( 1 - \tau_{no} \right) \frac{\rho}{m} \right] \right\} \cdot \left( \lg \frac{\rho}{m} \right)^{-1} \quad (16)$$

для создания страхового задела

Модель организации транспортного процесса - разомкнутая система массового обслуживания с ограниченным числом мест ожидания и регламентированной дисциплиной обслуживания.

Математическая модель:

$$1 \leq k \leq m-1, \ell = 0, \quad P_{(k,0)} = \frac{\rho^k}{k!} P_{(0,0)}, \quad (17)$$

$$k = m, \ell = 0, \quad P_{(m,0)} = ABP_{(0,0)}, \quad (18)$$

$$k = m - 1, \quad 1 \leq \ell \leq b,$$

$$P_{(m-1,\ell)} = AB^\ell C^{\ell-1} \frac{\rho}{(m-1)} P_{(0,0)}, \quad (19)$$

$$k = m, \quad 1 \leq \ell \leq b-1,$$

$$P_{(m,\ell)} = AB^{\ell+1} C^\ell P_{(0,0)}, \quad (20)$$

$$k = m, \ell = b,$$

$$P_{(m,b)} = AB^b C^b \frac{\rho}{m} P_{(0,0)}, \quad (21)$$

$$P_{(0,0)} = \left[ \sum_{k=0}^{m-1} \frac{\rho^k}{k!} + A \frac{\rho}{(m-1)} \sum_{\ell=1}^b B^\ell C^{\ell-1} + A \sum_{\ell=1}^b B^{\ell+1} C^\ell + AB^b C^b \frac{\rho}{m} \right]^{-1}. \quad (22)$$

$$b = \left\lceil \lg P_{(m,b)} \left[ (1 - BC) \sum_{k=0}^{m-1} \frac{\rho^k}{k!} + AB \left( \frac{\rho}{m-1} + BC \right) \right] - \lg A \{ (1 - BC) \cdot \right. \quad (23)$$

где  $P_{(k,0)}$  - вероятность того, что в установившемся режиме  $k$  из  $m$  автомобилей заняты перевозкой груза;  
 $P_{(m,\ell)} [P_{(m-1,\ell)}]$  - вероятность того, что в установившемся режиме  $m(m-1)$  автомобилей заняты перевозкой

груза и единиц груза находится в накопителе;  $b$  - емкость накопителя;  $A = \frac{\rho^{m-1}}{(m-1)!}$ ,

$$B = \frac{\rho}{\rho + m}, \quad C = \left( 1 + \frac{\rho}{m-1} \right) \cdot \rho^{1/\alpha}.$$

Исследованиями на моделях и в реальных условиях эксплуатации установлено, что использование при автомобильных перевозках накопителей груза для создания межоперационных или страховых заделов обеспечивает, при прочих равных условиях, значительное сокращение простоев рассогласования как автомобилей, так и других машин (оборудования),

заняты в транспортном процессе. При этом страховые заделы более целесообразны при количестве автомобилей, меньше требуемого из условия непрерывности перевозок грузов. В большинстве случаев требуемое для практических целей сокращение простоев рассогласования обеспечивается при емкости накопителя, достаточной для создания

межоперационного (страхового) задела весом 3-5 грузовместимостей автомобилей, выполняющих перевозки грузов.

По данным натурных исследований применение накопителей в транспортном процессе, например, в горно - добывающей промышленности обеспечивает увеличение времени производительной работы машин, занятых в транспортном процессе, на 20-30 % и снижение эксплуатационных затрат на 18-35 %.

Разработанные математические модели транспортного процесса с использованием межоперационного или страхового задела позволяют решать задачи оптимизации состава машин, осуществляющих автомобильные перевозки грузов, и емкости накопителя в конкретных условиях автотранспортных предприятий. При разработке математических моделей был применен метод исследования обратного ("встречного"), по сравнению с тривиальным, процесса обслуживания.

Исследование "встречного" процесса обслуживания оказалось весьма плодотворным и явилось прекрасным подтверждением универсальности математических методов теории массового обслуживания.

#### Литература

1. Книжников М.Р. Многоцелевой пакет прикладных программ моделирования оперативного управления перевозками сельскохозяйственных грузов. (Алгоритмы и программы.) - М., 1983. -129 с.
2. Липкович Э.И. Системы организации уборочно-транспортного и заготовительного процесса. -Вестник с-х. науки, 1981, № 4. - С. 59-69.
3. Нусупов Э.С. и др. Выбор состава и обоснование конструктивных параметров автотранспортных средств при сельскохозяйственных перевозках. -Бишкек, 1999. -30 с.
4. Hegedus E., Rowe R.S. Drag Coefficients of Locomotion over viscous Soils. Am. Soc. civil Engns., ,, Journal of Soil Mech and Foundation Div,, , 1960, SM. 2. p. 63-65.