DOI:10.26104/IVK.2019.45.557

Маданбекова Э.Э., Байсеркеева А.Б., Кочорбаева А.А.

БАШКАРУУ СИСТЕМАЛАРЫНДАГЫ МАТЕМАТИКАЛЫК МОДЕЛДЕРДИН ЭЛЕМЕНТТЕРИ

Маданбекова Э.Э., Байсеркеева А.Б., Кочорбаева А.А.

ЭЛЕМЕНТЫ МАТЕМАТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ В СИСТЕМАХ УПРАВЛЕНИЯ

E. Madanbekova, A. Bayserkeeva, A. Kochorbaeva

ELEMENTS OF MATHEMATICAL MODELS IN CONTROL SYSTEMS

УДК: 532.546

Башкаруунун математикалык моделдери − системалардагы динамикалык процесстерди изилдөөгө, реалдуу башкаруу процессине керектүү касиеттерди жана берилген сапатты берүү үчүн системанын компоненттеринин структурасын жана параметрлерин орнотууга мүмкүндүк берет. Ал технологиялык процесстерди башкаруу жана контролдоо, өндүрүшкө жана айлана-чөйрөгө мониторинг жүргүзүү жана башка көйгөйлөрдү чечет. Объекттин талап кылынган абалын орнотуу, анын абалын керектүү багытта өзгөртүү же берилген туруктуу абалда кармап туруу үчүн ага максаттуу таасир көрсөтүү бул объекттин же процессти башкаруу болуп эсептелет. Башкаруу процесстердин максаттуу жүрүшүн камсыз кылууга, объекттин жана тышкы чөйрөнүн абалы жөнүндө маалыматтарды чогултуу жана кайра иштетүү, объектке таасир көрсөтүү жана аларды ишке ашыруу жөнүндө чечимдерди кабыл алуу аркылуу объекттин оптималдуу иштешин камсыз кылууга тийиш. Макалада башкаруу системасындагы математикалык моделдердин теориялык негиздери каралат. Жер астындагы сууларды чыпкалоону сүрөттөгөн математикалык модель сүрөттөлөт. Анын математикалык жазылышы көрсөтүлөт. Дифференциалдык теңдемени чыгаруунун жолу айтылат.

Негизги сөздөр: *математикалык модель, башкаруу, фильтрация, система, теңдеме, дифференциалдык теңдеме, субъект, алгоритм, параметр.*

Математические модели управления позволяет изучать динамические процессы в системах, устанавливать структуру и параметры составных частей системы для придания реальному процессу управления желаемых свойств и заданного качества. Она решает проблемы управления и контроля технологических процессов, мониторинга производства и окружающей среды и т.д. Управление объектом или процессом является целенаправленным воздействием на него в целях установления требуемых состояний объекта, изменения его состояния в требуемом направлении или удержания в заданном постоянном состоянии. Управление должно обеспечивать целевое протекание процессов, поддержание оптимальной функционирования объекта путем сбора и обработки информации о состоянии объекта и внешней среды, выработки решений о воздействии на объект и их исполнении. В статье рассматриваются теоретические основы математических моделей систем управления. Описывается математическая модель фильтрации подземных вод. Представляется его математическая описание и способ решения дифференциального уравнения.

Ключевые слова: *математический модель, управление, фильтрация, система, уравнение, дифференциальное уравнение, субъект, алгоритм, параметр.*

Mathematical models of control make it possible to study dynamic processes in systems, to establish the structure and parameters of the components of the system to give the real control process the desired properties and a given quality. It solves the problems of management and control of technological processes, monitoring of production and the environment, etc. Control of an object or process is a purposeful influence on it in order to establish the required states the object, change its state in the required direction or keep it in a given constant state. Control must ensure the targeted flow of processes, maintaining the optimal functioning of the object by collecting and processing information about the state of the object and the external environment, making decisions about the impact on the object and their implementation. The article discusses the theoretical foundations of mathematical models in control systems. A mathematical model describing groundwater filtration. Its mathematical notation is shown and the way to solve the differential equation.

Key words: *mathematical model, control, filtering, system, equation, differential equation, subject, algorithm, parameter.*

Коомдун ар бир чарбалык жана чарбалык эмес (аскердик, диний, спорттук ж.б.) иши аң-сезимдүү түрдө башкарылат. Объектке таасир этүүчү бир же бир нече башкаруу субъекттери бар. Башкаруу теориясы өз алдынча илимий дисциплина катары техникалык системаларды башкаруу көйгөйлөрүнүн чөйрөсүндө келип чыккан, жана дал ошол жерде анын тили жана түшүнүктөр системасы калыптанды. Уюштуруунун теориясында татаал динамикалык системалардын өнүгүшүн активдүү максаттуу башкаруу жөнүндө сөз кылуу керек. Ошондуктан башкаруу категориясынын негизги аныктамасы катары төмөндөгү аныктаманы алабыз:

Аныктама: *Башкаруу – бул башкаруунун субъекти менен объектинин ортосундагы маалымат алмашууда тескери байланышка негизделген объект-системага максаттуу таасир берүүнү калыптандыруу жана ишке ашыруу процесси.*

Башкаруунун тар түшүнүгү – бул жөнгө салуу. Ал, адатта, техникалык системалар, механизмдер, агрегаттар же татаалыраак объекттер жөнүндө сөз болгондо колдонулат [1, 5, 6].

Жөнгө салууну көбүнчө параметрди турукташтыруу же аны белгилүү бир эрежеге, алгоритмге ылайык өзгөртүү катары түшүнүнөбүз. Системалардын бул классы үчүн жөнгө салуу жана башкаруу терминдери көбүнчө синоним катары колдонулат.

DOI:10.26104/IVK.2019.45.557

Башкаруунун максаты – коюлган маселеге жараша объекттин абалын өзгөртүү болуп эсептелет. Бул башкаруучунун объектке таасир кылуусу аркылуу ишке ашат. Башкарылуучу жана жөнгө салынуучу чоңдуктар менен мүнөздөлгөн объекттин абалы белгиленген чектерде өзгөрө тургандай болуш керек.

Жаратылышына жараша башкаруунун системаларын биологиялык, экологиялык, экономикалык жана техникалык деп ажыратууга болот.

Башкаруу теориясынын негизги маселелери болуп башкаруу системаларынын динамикалык касиеттерин моделдик же физикалык деңгээлде талдоо маселелери, жана синтездин маселелери – башкаруу алгоритмин аныктоо жана ушул алгоритмдин негизинде сапаттын жана тактыктын талаптарына жооп берген башкаруу системасынын функционалдык структурасын ишке ашыруу болуп саналат.

Эгерде процесстердин жүрүшүн жана алардын өз ара байланышын сүрөттөгөн математикалык жазылышы белгилүү болсо, анда теңдемелер системасы түзүлөт. Ал объектинин баштапкы берилиштеринин дүүлүктүрүүчү таасирлерине, баштапкы шарттарына жана касиеттерине жараша чыгуучу (б.а. башкарылуучу) маанини табууга мүмкүндүк берет. Объекттердин касиеттеринин ар түрдүүлүгүнө байланыштуу математиканын ар кандай бөлүмдөрү математикалык жазылыш үчүн колдонулат: дифференциалдык теңдемелердин теориясы (ДТ), ыктымалдуулук теориясы, комплекстик өзгөрмөлүү функциялардын теориясы, айырмалык теңдемелери ж.б.

Объекттин абалын өзгөртүү үчүн башкаруучу түзүлүш (ББ) тарабынан калыптана турган башкаруу таасири зарыл болот. Башкаруучу түзүлүш жана башкаруу объектиси башкаруу системасын түзөт. Башкаруучу түзүлүш менен башкаруу объектисинин өз ара аракеттенүүсү башкаруу максатын ишке ашырууга алып келет.

Математикалык жазылыш үчүн математикалык моделди - системадагы процесстердин өнүгүшүн, б.а. анын кыймылын бир маанилүү аныктай турган символдордун жыйындысын куруу керек. Математикалык модел төмөндөгүдөй болуп бөлүнөт:

1) аналитикалык модель - символдордун жыйындысы (теңдемелердин системалары);

2) графикалык-аналитикалык –сүрөттөлүштөрдүн, сигналдардын таралуу багытын көрсөткөн жебелердин, ошондой эле тамга белгилеринин жыйындысы.

Эң түшүнүктүү жана табигый физикалык параметр бул убакыт экени баарыбызга маалым. Демек, процесстин убакыт боюнча өнүгүшү эң түшүнүктүү. Мындай процесс динамикалык деп аталат. Бул учурда математикалык модел чыгуу параметринин

$$y(t) = Q\big(x(t)\big) \qquad (1)$$

кирүүчү параметрден көзкарандылыгын табууга мүмкүнчүлүк түзүш керек, мында $Q-$ кандайдыр бир функционалдык оператор.

Оператор – бул бир функцияны экинчи функцияга айландыруучу математикалык процедуралардын жыйындысы.

Көптөгөн процесстерди сүрөттөп жазган алгачкы математикалык форма дифференциалдык теңдеме (ДТ) болуп саналат. Дифференциалдык теңдеменин чыгарылышынын өзгү болуп экспоненциалдык функция саналат. Бул ар кандай физикалык мүнөздөгү көптөгөн объекттерге тиешелүү: Жер алдындагы суулардын кыймылы, электрондук схемалар, кыймылдаткычтар ж.б.

Жалпы учурда кирүү жана чыгуу чоңдуктарын бул теңдеме аркылуу байланыштырабыз:

$$\alpha\frac{dy}{dt} + \beta \cdot y(t) = x(t), \qquad (2)$$

Мында α жана β −системанын касиеттерин чагылдырган айрым турактуулар, $x(t)$ – кирүүчү таасир.

Эгерде x − татаал функция болсо, анда y дагы татаал функция болот. Системанын убакыт боюнча өзгөрүүлөрүн бир маанилүү аныкташ үчүн төмөндөгүлөрдү билүү зарыл:

1. системанын касиеттерин;
2. тышкы таасирлерди;
3. системанын учурдагы абалын.

Системанын абалы – бул, маанилери системанын динамикасын мүнөздөгөн кирүүчү таасирлер жана теңдемелери менен бирге анын келечектеги абалын жана чыгуу чоңдуктарын аныктоого мүмкүндүк түзө турган параметрлердин жыйындысы.

Абалдардын өзгөрмөлөрү – эгерде системанын учурдагы абалы жана кирүүчү таасирлер белгилүү болсо, системанын келечектеги абалын сүрөттөйт.

Башкаруу системаларын изилдөөдө динамикалык жана статикалык режимдер каралат. Динамикалык (туруктууланган эмес) режимдерди изилдөөдө математикалык аппарат болуп дифференциалдык теңдемелердин аппараты саналат. Математикалык моделди курууда системаны өзүнчө звенолорго жана алардын математикалык жазылыштарга бөлүүгө болот.

Өзүнчө звенолордун теңдемелеринин жана аларды байланыштыруучу теңдемелердин жыйындысы, башкаруу системасын толугу менен баяндап жазган n теңдемелердин системасын түзөт. Матрицалардын теориясы дифференциалдык теңдемелердин системаларын изилдөө жана чыгаруу үчүн эффективдүү курал болуп чыкты. Алардын ичинен эң жөнөкөйлөрү турактуу коэффициенттүү сызыктуу дифференциалдык теңдемелер болуп эсептелет [5, 6, 1].

Мисалы: Жер астындагы сууларды чыпкалоону сүрөттөгөн математикалык модель, адатта, параболикалык типтеги квазисызыктуу жарым-жартылай диф-

DOI:10.26104/IVK.2019.45.557

ференциалдык теңдемелерден турат. Оптималдаштыруу маселесинин маңызы жер астындагы суулардын бөлүштүрүлүшүн берилген деңгээлден төмөн кармап туруу үчүн контролдук иш-аракеттерди эң жакшы колдонуу болуп саналат. Жалпы учурда, жарым-жартылай дифференциалдык теңдемелердин оптималдуу башкаруу элементтерин издөө өтө татаал маселе. Бирок, мындай маселени формулировкаснын изилденген варианттарында параболикалык теңдемелердин өзгөчөлүгүн максималдуу түрдө колдонуунун аркасында оптималдуу башкаруу аракеттерин табуу үчүн эффективдүү алгоритмдер түзүлгөн [2, 3,4].

Мерчемделген эркин агымдын жалпы дифференциалдык теңдемесин алабыз

$$\mu\frac{\partial h}{\partial t}=\frac{\partial}{\partial x}\left(T_h\frac{\partial h}{\partial x}\right)+\frac{\partial}{\partial y}\left(T_h\frac{\partial h}{\partial y}\right)+f \tag{3}$$

(3) теңдеме тиешелүү баштапкы жана четки шарттарда чыгарылат.

(3) маселеси чектүү элементтер ыкмасы менен чыгарабыз, тиешелүү өзгөртүүлөрдү жүргүзүп, жалпыланган Галеркин принцибинин колдонобуз.

Гриндин формуласын колдонуп теңдемелер системасын алабыз. Сызыктуу алгебралык теңдемелер системасын белгилүү ыкмалардын бирин колдонуп, чыгарылышын алабыз.

Адабияттар:

1. Лотош М.М. Основы теории автоматического управления. Математические методы / А.Л. Шустер. - М.: Наука, 1992. – 288 с.
2. Арефьева Е.В., Дзекцер Е.С. Система оптимального управления режимом подземных вод. // Водные ресурсы, т. 21, № 3, 1994.
3. Бобарыкин Н.Д. Математическая модель польдерных систем и оптимальное управление уровнем грунтовых вод. // Математическое моделирование. РАН. − 2005, т. 17, №7. - С. 3-10.
4. Маданбекова Э.Э., Исабеков К.А. Прогнозирование уровня грунтовых вод в многослойных пластах. // Современные проблемы механики сплошных сред. Выпуск десятый: Гидрогазодинамика, геомеханика и геотехнологии / Комитет по теорет. и прикл. Механике Кыргызстана, Институт геомеханики и освоения недр НАН КР. - Бишкек: 2009. - С. 166-172.
5. Мирошник И.В. Теория автоматического управления. Линейные системы: Учебное пособие для вузов. - СПб.: Питер, 2005. - 336 с.
6. Повзнер Л.Д. Теория систем управления: Учебное пособие для вузов. - М.: Изд. МГГУ, 2002. - 472 с.
7. Исабеков К.А., Маданбекова Э.Э. Некоторые задачи применения компьютерных технологий в обучении математике начальных классов. / Известия ВУЗов Кыргызстана. 2016. №. 5. С. 20-22
8. Байсеркеева А.Б. О разрешимости двумерной обратной задачи определения источника с финальным переопределением. / Наука, новые технологии и инновации Кыргызстана. 2017. №. 7. С. 20-26.
9. Ачекеев К.С. Разработка автоматизированной информационной системы для органов местного самоуправления. Наука, новые технологии и инновации Кыргызстана. 2018. №. 5. С. 14-18.