DOI:10.26104/IVK.2019.45.557

ИЗВЕСТИЯ ВУЗОВ КЫРГЫЗСТАНА, № 2, 2022

Асанова Ж.К., Шамсудинов Ф.М., Орозалиева А.Б.

МАТЕМАТИКА САБАГЫНДА ПРЕДМЕТ АРАЛЫК БАЙЛАНЫШТАРДЫ ИШКЕ АШЫРУУ

Асанова Ж.К., Шамсудинов Ф.М., Орозалиева А.Б.

РЕАЛИЗАЦИЯ МЕЖПРЕДМЕТНЫХ СВЯЗЕЙ НА УРОКАХ МАТЕМАТИКИ

Zh. Asanova, F. Shamsudinov, A. Orozalieva

IMPLEMENTATION OF INTER-SUBJECT RELATIONS IN THE LESSONS OF MATHEMATICS

УДК 51: 378.147

Кыргыз Республикасындагы билим берүү тармагында окутууга болгон компетенттүү мамиле, дүйнөлүк билим берүү системасында эң негизги багыттардын бири болууда жана бул багыт бирден бир эң маанилүү концептуалдык шарт болуп саналат. Мына ошондуктан ар бир предметти өтүүдө ар бир мугалим предметтик жана жалпы компетенттүүлүктөргө ээ болгон инсандарды даярдоону унутпашы керек. Предметтер аралык байланыштарды колдонуу математика мугалиминин эң татаал методикалык иштеринин бири. Ал башка предметтер боюнча программалардын жана окуу китептеринин мазмунун билүүнү талап кылат. Педагогикалык практикада дисциплиналар аралык байланыштарды ишке ашыруу мугалимдин химия, физика, биология ж.б. Бул макалада предмет аралык байланышты колдонуп геометриялык маселелерди чыгарууда аныкталган интегралдын жардамы менен көлөмдөрдү табуу жана функциянын экстремумдарынын колдонулуштары каралган. Дисциплиналар аралык байланыштар математикалык түшүнүктөрдү өнүктүрүүнүн каражаты болуп, алардын өздөштүрүлүшүнө көмөктөшөт.

Негизги сөздөр: *предмет аралык байланыш, компетенттүү, аныкталган интеграл, көлөм, өзгөрмөлүү, радиус, цилиндр, циссоида, эллипсоида, парабола.*

Компетентное отношение к системе образования в Кыргызской Республике является одним из основных направлений во всемирной системе образования и это направление является концептуально значимым условием. Поэтому каждый учитель при преподавании каждого предмета должны не забывать, что они готовят граждан, обладающих предметными и общими компетенциями. Использование межпредметных связей является одной из самых сложных методических задач для учителя математики. Требует знания содержания программ и учебников по другим предметам. В этой статье рассмотрены решения с помощью определенного интеграла найти объем при решении некоторых геометрических задач применяя межпредметную связь и рассматриваются экстремумы функции. Межпредметная связь является инструментом развития математических понятий и способствует их развитию.

Ключевые слова: *межпредметные связи, компетентный, определенный интеграл, объем, переменный, радиус, цилиндр, циссоида, эллипсоида, парабола.*

Competent attitude to the education system in the Kyrgyz Republic is one of the main directions in the world education system and this direction is a conceptually significant condition. Therefore, each teacher, when teaching each subject, should not forget that they prepare citizens with subject and general competencies. The use of interdisciplinary connections is one of the most difficult methodological tasks for a mathematics teacher. Requires knowledge of the content of programs and textbooks in other subjects. This article discusses solutions using a definite integral to find the volume when solving some geometric problems using intersubject communication and considers the extrema of the function. Interdisciplinary communication is a tool for the development of mathematical concepts and contributes to their development.

Key words: *intersubject connection, competent, definite integral, volume, variable, radius, cylinder, cissoid, ellipsoid, parabola.*

Билим берүүдө предмет аралык байланыштар анын күтүлгөн жыйынтыгы бирдиктүү татаал системаны түзөт. Математикалык анализди окутууда предмет аралык байланыштардын негизги максаты болуп, математикалык анализ боюнча тиешелүү билимдерге жана жөндөмдүүлүккө ээ, предметтик жана жалпы компетенттүүлүктөргө ээ болгон инсандарды даярдоо.

Предмет аралык байланыштар аркылуу берилген маселелер деп, мазмуну тигил же бул предметтерден алынган, ал эми чыгарылыштары математикалык каражаттар менен табыла турган тексттүү маселелерди түшүнөбүз.

Предмет аралык байланыш – жалпы окуу процессин жана анын бардык функциясын өркүндөтүүнүн дидактикалык шарты. Анын мазмунуна тектеш окуу предметтердин материалдарын координациялоо, окуу материалынын илимий жана прикладдык деңгээлин көтөрүү, студенттердин билимдерин системалаштыруу, жалпыланган окуу көнүмүштөрүнө ээ кылуу, акырында ар тараптан өнүккөн инсанды калыптандыруу ж.б. кирет [1].

Предмет аралык байланыштар аркылуу берилген математикалык анализдеги маселелердин максаты – «студент-маселедеги кырдаал» системасындагы өзгөрүүлөрдү мүнөздөй турган жыйынтык. Бул жыйынтык, масле-

DOI:10.26104/IVK.2019.45.557

ни чыгарып жаткан инсандагы өзгөрүүлөр, компетенттүүлүккө багытталат. Предмет аралык байланыштар аркылуу берилген математикалык маселелер математикалык анализди окутууда төмөнкү милдеттерди аткарат:

- предмет аралык байланыштарды ишке ашыруу;
- теориянын практика менен байланышы;
- окутуу методдорун ишке ашыруунун формасы;
- окутуунун максаттуу компетенттүүлүккө багытталышы;
- окуп-таанып билүү ишмердүүлүгүн уюштуруу жана башкаруу ыкмасы.

Төмөндө кээ бир геометриялык маселелерди чыгарууда аныкталган интегралдын жардамы менен көлөмдөрдү табуу каралды [2].

Мисал 1: Циссоиданын $y^2 = \dfrac{x^3}{2a-x}$ өзүнүн асимптотасынын $x = 2a$, айланасында айлануудан пайда болгон фигуранын көлөмүн тапкыла (1-сүрөт).

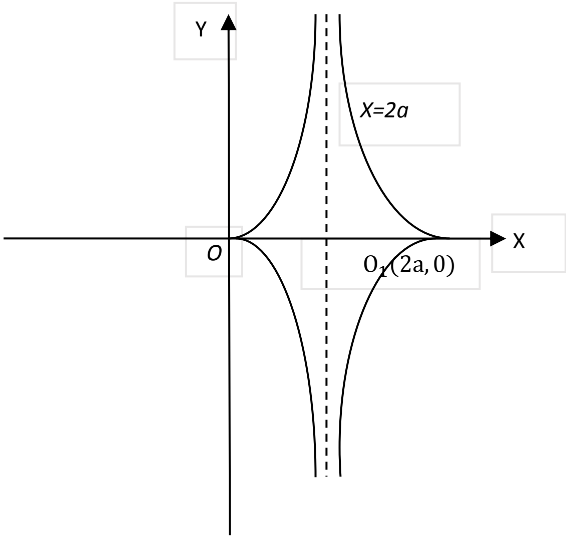
Чыгаруу: Бул маселени чыгарыш үчүн координата системасын өзгөртөбүз, б.а. координат башталышын $O_1(2a,0)$ чекитине көчүрөбүз.

$x_1 = x - 2a, \quad y_1 = y,$ анда циссоиданын теңдемеси төмөнкү түргө келет.

$$y_1^2 = \frac{(x_1+2a)^3}{-x_1}$$

O_1x_1 огунда айлануудан пайда болгон фигуранын көлөмү төмөнкү өздүк эмес интегралга барабар болот.

$$V = \pi \int_{-\infty}^{\infty} x_1^2\, dy_1 = 2\pi \int_0^{\infty} x_1^2\, dy.$$



1-сүрөт.

Бул интегралды интегралдаш үчүн x_1 өзгөрмөлүү чоңдугуна өтөбүз.

$$2y_1y_1^1 = -\frac{3(x_1+2a)^2x_1 - (x_1+2a)^3}{x_1^2} = -\frac{2(x_1+2a)^2(x_1-a)}{x_1^2}$$

$$y_1^1 = -\frac{(x_1+2a)^2(x_1-a)}{x_1^2y_1} = -\frac{(x_1+2a)^2(x_1-a)}{x_1^2\cdot\sqrt{-\dfrac{(x_1+2a)^3}{x_1}}} = -\frac{(x_1+2a)(x_1-a)}{x_1^2\cdot\sqrt{-\dfrac{x_1+2a}{x_1}}}.$$

Анда:

DOI:10.26104/IVK.2019.45.557

$$V=-2\pi\int_{-2a}^{0}\frac{(x_1+2a)\ (x_1-a)}{\sqrt{-\frac{x_1+2a}{x_1}}}dx_1=\left|\begin{array}{l}\frac{x_1+2a}{x_1}=-t^2\\ x_1=-\frac{2a}{1+t^2}\\ dx_1=\frac{4at}{(1+t^2)^2}dt\\ x_1+2a=\frac{2at^2}{1+t^2},\ x_1=-2a,\ t=0\\ x_1=0,\ t=\infty\\ x_1-a=-\frac{3a+at^2}{1+t^2}\end{array}\right|=$$

$$=2\pi\int_0^\infty\frac{2at^2(3a+at^2)4atdt}{t(1+t^2)^4}=48a^3\pi\int_0^\infty\frac{t^2dt}{(1+t^2)^2}+16a^3\pi\int_0^\infty\frac{t^4dt}{(1+t^2)^4}=$$

$$=\left|\begin{array}{l}t=tgz\\ dt=\sec^2 zdz\\ t=0,\ z=0,\\ t=\infty,\ z=\frac{\pi}{2}\end{array}\right|=48a^3\pi\int_0^{\frac{\pi}{2}}\sin^2 z\cos^4 zdz+16a^3\pi\int_0^{\frac{\pi}{2}}\cos^2 z\sin^4 zdz=$$

$$=48a^3\pi\int_0^{\frac{\pi}{2}}\cos^4 zdz-48a^3\pi\int_0^{\frac{\pi}{2}}\cos^6 zdz+16a^3\pi\int_0^{\frac{\pi}{2}}\sin^4 zdz-16a^3\pi\int_0^{\frac{\pi}{2}}\sin^6 zdz=$$

$$=64a^3\pi\frac{\pi}{2}\cdot\frac{1\cdot3}{2\cdot4}-64a^3\pi\frac{\pi}{2}\cdot\frac{1\cdot3\cdot5}{2\cdot4\cdot6}=2\pi^2a^3.$$

Эскертүү: мында төмөнкү интегралдарды колдондук,

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}}\sin^m xdx=\int_0^{\frac{\pi}{2}}\cos^m xdx=\left|\begin{array}{l}\sin x=t\\ \cos xdx=dt\\ x=0,\ t=0\\ x=\frac{\pi}{2},\ t=1\end{array}\right|=\int_0^{\frac{\pi}{2}}(1-\sin^2 x)^{\frac{m-1}{2}}\cos xdx=$$

$$=\int_0^1(1-t^2)^{\frac{m-1}{2}}dt=\frac{(m-1)!!}{m!!}\cdot\frac{\pi}{2}.$$

Мисал 2: Негиздеринин радиустары a болгон эки цилиндрдин кесилишинен пайда болгон көлөмдү тапкыла (2-сүрөт).

DOI:10.26104/IVK.2019.45.557

ИЗВЕСТИЯ ВУЗОВ КЫРГЫЗСТАНА, № 2, 2022

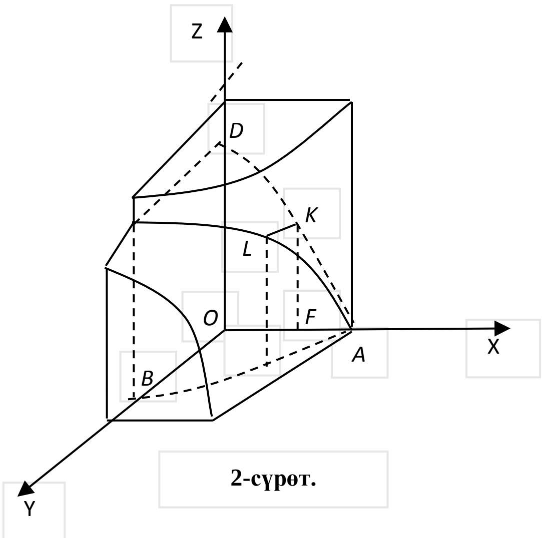
Чыгаруу: Аныкталган интегралды колдонуп V_{OABCDO} көлөмүн аныктайбыз. Көлөмдү аныкташ үчүн $EFKL$ кесилишинин аянтын колдонобуз. Бул кесилиш $|EF|=|EL|=|LK|=|KF|=\sqrt{a^2-x^2}$ квадратын берет.

Анда: $S(x)=a^2-x^2 \quad (0\le x\le a)$

$$V_1=\int_0^a\left(a^2-x^2\right)dx=\frac{2}{3}a^3.$$

Бизге керектүү болгон $V=8V_1=\dfrac{16}{3}a^3$ б.а.

$V_1=V_{OABCDO}$ кесилиштен пайда болгон көлөмдүн сегизден бири болот.



2-сүрөт.

Мисал 3: $\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}+\dfrac{z^2}{c^2}=1$ эллипсоиданын көлөмүн тапкыла (сүрөт 3.).

Чыгаруу: Бул эллипсоиданы Ox огуна перпендикуляр $x=const$ тегиздиги менен кескенде эллипсти алабыз. Ал эллипстин аянты $"x"$ өзгөрмөлүү чоңдугунан функция болот.

Анда:

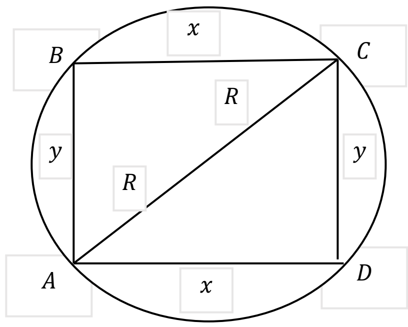
$$V=\int_{-a}^{a}\pi bc\left(1-\frac{x^2}{a^2}\right)dx=\pi bc\left[x-\frac{x^3}{3a^2}\right]\Bigg|_{-a}^{a}=\frac{4}{3}\pi abc.$$

Эгерде

$a=b=c$ болсо

$V=\dfrac{4}{3}\pi a^3$ – шардын көлөмү болот.

Мисал 4: Маселе 1: Радиусу R болгон айлананын ичине эн чоң аянттагы төрт бурчтук сызгыла (3-сүрөт).



3-сүрөт.

Чыгаруу: Төрт бурчтуктун жактарын менен белгилейбиз.

$|AC|=2R. \quad \Delta ABC$ дан

$$|AB|^2+|BC|^2=|AC|^2, \quad y^2+x^2=4R^2.$$

Биз $S_{ABCD}-\max$. аянтты табышыбыз керек.

$$S_{ABCD}=|AB|\cdot|BC|=y\cdot x=\sqrt{4R^2-x^2}\cdot x=\sqrt{4R^2x^2-x^4}-\max-?$$

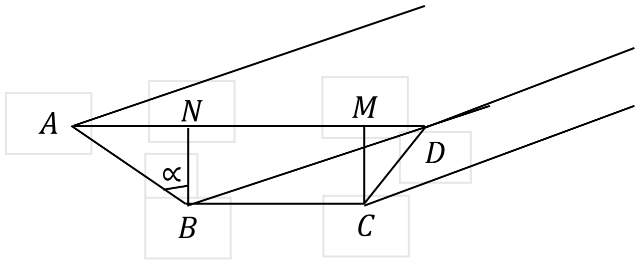
DOI:10.26104/IVK.2019.45.557

Натыйжада биз $S(x)=\sqrt{4R^2x^2-x^4}$ функциясын алдык. Ушул функциянын эң чоң маанисин табабыз.

$$S'(x)=\frac{8R^2x-4x^3}{2\sqrt{4R^2x^2-x^4}}=0,\quad 2R^2x-4x^3=0,\quad x_1=0,\quad x_2=R\sqrt{2}.$$

Мында $R<R\sqrt{2}<2R.\quad S'(R)>0, S'(2R)<0,$ демек $S=R\sqrt{2}\cdot R\sqrt{2}=2R^2$. Эң чоң аянтты берет.

Маселе 5: Жазылыгы 60 см болгон үч доскадан эң көп суу аккандай арык (лоток) жазагыла (4-сүрөт).



4-сүрөт.

Чыгаруу: Бул маселени чыгарыш үчүн лотоктун тик кесилишин карайбыз

$|AB|=|BC|=|CD|=60$ см

$|AD|-$? $\quad |AN|=|MD|=x,\quad |BN|=y$

болсун. Анда

ΔANB дан:

$$|AN|=x=60\cdot\sin\alpha,\quad |BN|=y=60\cos\alpha.$$

$ABCD$ трапециясынын аянты

$$S=\frac{|AD|+|BC|}{2}\cdot|BN|=\frac{60+2|AN|+60}{2}\cdot|BN|=$$

$$=\frac{120+120\sin\alpha}{2}\cdot 60\cos\alpha=3600\cos\alpha+3600\sin\alpha\cos\alpha$$

натыйжада, α – бурчу боюнча функция алдык

$$S(\alpha)=3600(\cos\alpha+\sin\alpha\cos\alpha).$$

Ушул функциянын экстремумун аныктайбыз.

$$S'(\alpha)=3600(-\sin\alpha+\cos^2\alpha-\sin^2\alpha)=0$$

$$\sin^2\alpha-\cos^2\alpha+\sin\alpha=0$$

$$2\sin^2\alpha+\sin\alpha-1=0$$

$$\sin\alpha=\frac{-1\pm3}{4},\quad \sin\alpha=\frac{1}{2},\quad \alpha=30^0,\quad (20^0<\alpha<40^0)$$

$S'(20^0)>0,\quad S'(40^0)<0$ болот.

Демек, $\alpha=30^0$ же $x=30$ см, $|AD|=120$ см.

$S=2700\,\text{см}^2$ – эң көп суу аккан лотокту берет.

DOI:10.26104/IVK.2019.45.557

Предметтер аралык байланышты практикада ишке ашыруунун жолдору жана методикалык ыкмалары көп. Алар чыгармачыл иштеген мугалимдердин иш тажрыйбасында улам байытылып жатат.

Предметтер аралык окуу материалдары сабакты жандуу, проблемалуу өтүүгө жардам берет. Математикалык анализди окутууда предметтер аралык материалдарды пайдаланып сабак-семинар, сабак-конференцияларды ж.б. ийгиликтүү өткөрүүгө болот жана о.э. студенттердин билим деңгээли жогорулайт деген ойдобуз.

Адабияттар:

1. Зверев И.Д., Максимова В.Н. Межпредметные связи в современной школе. - М.: Педагогика, 1981.
2. Кутанов А., Асанова Ж.К. Математикалык анализ. (Көнүгүүлөр). - Бишкек, 2015.
3. ЖОЖдор үчүн мамлекеттик билим берүү стандарты. - Бишкек, 2013.
4. Асанова Ж.К. Математикалык анализ (Жумушчу дептер). Методикалык колдонмо. - Бишкек, 2018.
5. Асанова Ж.К. Методические аспекты содержания курса математического анализа в высших учебных заведениях. / Наука, новые технологии и инновации Кыргызстана. - 2019. - №. 5. - С. 106-109.
6. Керимбеков А., Абдылдаева Э., Асанова Ж. О методике обучения дифференциальных уравнений. / Известия ВУЗов Кыргызстана. 2017. №. 5-2. С. 103-104