DOI:10.26104/IVK.2019.45.557

Асанбекова Н.О.

EXCEL ЭЛЕКТРОНДУК ТАБЛИЦАСЫНЫН ЖАРДАМЫ МЕНЕН КӨП КРИТЕРИЙЛҮҮ ОПТИМАЛДАШТЫРУУ МАСЕЛЕСИН ЫРААТТУУ ЖЕҢИЛДИКТЕР ЫКМАСЫ МЕНЕН ЧЫГАРУУ

Асанбекова Н.О.

РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ МНОГОКРИТЕРИАЛЬНОЙ ОПТИМИЗАЦИИ МЕТОДОМ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНЫХ УСТУПОК С ПОМОЩЬЮ ЭЛЕКТРОННОЙ ТАБЛИЦЫ EXCEL

N.O. Asanbekova

SOLVING THE PROBLEM OF MULTICRITERIA OPTIMIZATION BY THE METHOD OF SUCCESSIVE CONCESSIONS USING AN EXCEL SPREADSHEET

УДК: 519.673

Бул макалада экономикалык жана математикалык маселелердин көп критерийлерин оптималдаштыруу маселеси каралды. Мындай маселелерди оптимизациялоодо сызыктуу жана сызыктуу эмес маселелерге туш болушубуз мүмкүн. Бул макалада мультикритериялык маселелердин тапшырмасынын аныктамасы келтирилген жана аны чечүү жолдору баяндалган. Ошондой эле, бул эмгекте төмөнкү түшүнүктөр келтирилген: Парето критерийи, белгилүү бир критерий, жол берилген чечим, натыйжалуу чечимдердин жыйындысы, ырааттуу жеңилдиктер. Тактап айтканда, биз мультикритериялык маселени ырааттуу концессиялар ыкмасы менен чечүүнү мисал катары келтиребиз. Мисал Excel таблицасында чечилди. Компьютерде мисалды чечүүдө ырааттуу кызмат көрсөтүү ыкмасы менен көп критерий оптималдаштыруу маселелерин тез жана натыйжалуу чечүүгө мүмкүндүк берген алгоритмдер келтирилген.

Негизги сөздөр: *оптимизация, критерийлер, чектөөлөр, экономикалык маселелер, математикалык маселелер, көп критерийүү маселелер, жеңилдиктер, максаттуу функция, электрондук таблица.*

В данной статье рассматриваем оптимизацию многокритериальных экономико-математических задач. При оптимизации таких задач мы можем столкнуться с линейными и нелинейными задачами. В данной статье дается определение задачи многокритериальной задачи и описываются методы ее решения. Так же в данной работе даются понятия: критерий Парето, частный критерий, допустимое решение, множество эффективных решений, последовательные уступки. В частности, приводим в качестве примера решение многокритериальной задачи методом последовательных уступок. Задача решена на электронной таблице Excel. При решении задачи на компьютере приведены алгоритмы, позволяющие быстро и эффективно решить задачи многокритериальной оптимизации методом последовательных услуг.

Ключевые слова*: оптимизация, критерии, ограничения, экономическая задача, математическая задача, многокритериальные задачи, уступки, целевая функция, электронная таблица.*

In this article, we consider the optimization of multicriteria economic and mathematical problems. When optimizing such problems, we may encounter linear and non-linear problems. This article provides a definition of the task of a multicriteria problem and describes methods for its solution. Also in this work, concepts are given: Pareto criterion, a particular criterion, an admissible solution, a set of effective solutions, successive concessions. In particular, we give as an example the solution of a multicriteria problem by the method of successive concessions. The problem was solved on an Excel spreadsheet. When solving a problem on a computer, algorithms are given that allow you to quickly and efficiently solve multi-criteria optimization problems by the method of sequential services.

Key words: *optimization, criteria, constraints, economic problem, mathematical problem, multicriterial problems, concessions, objective function.*

В действительности, когда дело касается экономико-математических задач [1], встречаются задачи, к которым необходимо применить оптимизацию, при различных друг от друга критериев оптимальности. Возьмем к примеру строительство развлекательного парка среди спального района города. Такое решение должно иметь два исхода: первое - выигрыш отдельных фирм, например из-за привлечения потенциальных посетителей и покупателей, второе – проигрыш района, где строится парк по критериям экологии и тишины.

Задачи такого характера называются задачами многокритериальной (МК) оптимизации и бывают

DOI:10.26104/IVK.2019.45.557

линейными и нелинейными. Рассмотрим решение такой задачи на примере линейных МК оптимизационных задач.

Задачи МК оптимизации образовываются в следующих примерах, когда возникают множество целей, и они зависят от разных критерий (н:, минимальные затраты и максимальная безопасность). Для получения результата нам необходимо идентифицировать точку области возможных решений, которая оптимизирует всевозможные критерии. Задачи, критерии которых не разнородные из разных систем а однородные из одной подсистемы называются задачами векторной оптимизации.

Область допустимых решений или возможных ответов отметим через D [2], всевозможные решения отметим - $\bar{X}$. А i-й единичный критерий через $P_i(\bar{X})$. Считая, что модулирование ключа функции постоянно переносит задачу минимизирования к задаче максимизирования, задачу МК оптимизации выражаем нижеприведенным образом:

$$P(\bar{X}) = (P_1(\bar{X}), P_2(\bar{X}), \dots, P_m(\bar{X}),) \to max \qquad (1)$$

Отдельные критерии работают по разному. Некоторые зависят друг от друга, некоторые противоречат, а некоторые независимы друг от друга. И в деле решения МК задач возникает необходимость оценить критерии и взаимоотношения между ними. По решению проблем МК оптимизации распространены ряд способов вычисления:

Исследуем ряд действенных решений. Критерий оптимальности Вильфредо Парето применяется при решении задач, когда улучшают некоторые показатели при условии, что другие не ухудшаются.

Определение. Вектор $\overline{X^*} \in D$ называется эффективным (оптимальным по Парето) решением задачи (1), (2), если не существует такого вектора, $\bar{X} \in D$, что

$$P_i(\bar{X}) \geq P_i(\overline{X^*}), i = \overline{1, n}, [3]$$

причем хотя бы для одного значения i имеет место строгое неравенство.

При решении МК задач областью Парето мы обозначаем множество возможных решений, когда улучшают некоторые показатели с учетом, что другие не снижают свою ценность, или также широко распространено название - область компромиссов. А решения, которые вытекают из этой теории, называются «Оптимальными по Парето».

Метод последовательных уступок это один из способов решения МК задач. Этот метод обычно применяется, когда нам требуется упорядочить частные критерии в порядке убывания их значимости. Допустим, нам требуется максимизировать все частные критерии. Мы нумеруем критерии в порядке убывания их значимости. Находим maximum P_1^* для критерия №1 в области допустимых решений решив однокритериальную задачу.

$$\begin{gathered} P_1(\bar{X}) \to max \\ \bar{X} \in D \end{gathered}$$

После решения однокритериальной задачи, определяется единица дозволенной погрешности, отметим ее величиной $\delta_1 > 0$ для первого критерия P_1, а затем ищем максимальное значение следующего критерия с возможностью обеспечения требования, что первый критерий не должен отклоняться от максимального значения больше чем на единицу дозволенной погрешности. Таким образом решаем задачу:

$$\begin{gathered} P_2(\bar{X}) \to max, \\ P_1(\bar{X}) \geq P_1^* - \delta_1 \\ \bar{X} \in D \end{gathered}$$

Затем, повторно определяем единицу дозволенной погрешности $\delta_2 > 0$ для второго критерия. Эта величина с первой единицей дозволенной погрешности будут применены для определения условного максимума следующего третьего критерия:

$$\begin{gathered} P_3(\bar{X}) \to max, \\ P_1(\bar{X}) \geq P_1^* - \delta_1 \\ P_2(\bar{X}) \geq P_2^* - \delta_2 \\ \bar{X} \in D \end{gathered}$$

Эти алгоритмы итерируются до тех пор, пока не определим оптимальное значение итогового по значимости критерия P_m с соблюдением требований, что каждый $m - 1$ частный критерий не должен отклоняться от своего максимального значения больше чем на единицу дозволенной погрешности по данному критерию. И полученный результат при последней итерации является оптимальным.

Теперь рассмотрим оптимизацию многокритериальной задачи методом последовательных уступок на примере. Решим задачу с помощью электронной таблицы Excel.

DOI:10.26104/IVK.2019.45.557

Пример 1.

Требуется решить следующую МК задачу [3]:

$$P_1 = -5x_1 + 2x_2 \rightarrow max$$
$$P_2 = -3x_1 + x_2 \rightarrow max$$
$$P_3 = 3x_1 \rightarrow max$$

При ограничениях:

$$x_1 + x_2 \leq 18$$
$$1 \leq x_1 \leq 10$$
$$1 \leq x_2 \leq 9$$

Уступка по первому критерию $\delta_1 = 3$, а по второму критерию $\delta_2 = 2$

Решение [4]. Открываем электронную таблицу Microsoft Excel.

Предварительно готовим рабочую среду следующим образом:

	A	B	C	D	E	F	G
1							
2	Решение многокритериальной задачи методом последовательных уступок на электронной таблице Excel						
3			x1	x2			
4	1	Переменные					
5	2	Целевые функции					
6							
7	3	Ограничения					
8							
9							
10							
11							
12	4	Уступок					
13							

Рис. 1. Подготовка таблицы к работе.

Затем, для переменных x1 и x2 в ячейках C4 и D4 вводим значения переменных. Пусть пока они будут равны 1, так как дальше мы будем оптимизировать эти переменные.

Затем в ячейке C5 задаем первую целевую функцию $P_1 = -5x_1 + 2x_2 \rightarrow max$ вводя следующую формулу: =–5*C4+2*D4, аналогичным способом заполним ячейки D4=-3*C4+D4 и E5=3*C4 для целевых функций $P_2 = -3x_1 + x_2 \rightarrow max$ и $P_3 = 3x_1 \rightarrow max$ соответственно.

	A	B	C	D	E	F	G
1							
2	Решение многокритериальной задачи методом последовательных уступок на электронной таблице Excel						
3			x1	x2			
4	1	Переменные	1,00	1,00			
5	2	Целевые функции	-3	-2	3,00		

Рис. 2. Определение переменных и целевых значений.

DOI:10.26104/IVK.2019.45.557

Теперь определим ограничения. Левую часть ограничений запишем в C7:D11, а правую часть в E7:E11. В ячейку F7 вводим формулу: F7=C7*C4+ D7*D4 и автозаполнением заполняем ячейки F8 и F11.

	A	B	C	D	E	F	G
1							
2	Решение многокритериальной задачи методом последовательных уступок на электронной таблице Excel						
3			x1	x2			
4	1	Переменные	1,00	1,00			
5	2	Целевые функции	-3	-2	3,00		
6							
7	3	Ограничения	1	1	18	2	
8			1	0	10	1	
9			0	1	9	1	
10			1	0	1	1	
11			0	1	1	1	

Рис. 3. Определение ограничений.

Мы подготовили нашу таблицу. Затем вызываем надстройку «поиск решения» и оптимизируем целевые функции по очереди.

Надстройка «Поиск решения» находится во вкладке «Данные», если там не находите, можете следовать следующей инструкции [5]:

1. В Excel 2010 и более поздних версий выберите **Файл> Параметры**.
2. Выберите команду **Надстройки**, а затем в поле **Управление** выберите пункт **Надстройки Excel**.
3. Нажмите кнопку **Перейти**.
4. В окне **Доступные надстройки** установите флажок **Поиск решения** и нажмите кнопку **ОК**.
5. После загрузки надстройки для поиска решения в группе **Анализ** на вкладки **Данные** становится доступна команда **Поиск решения**.

Теперь, переходим к оптимизации первой целевой функции. В диалоговом окне «Поиск решения» в поле «Оптимизировать целевую функцию» указываем на ячейку C5. Так как наша целевая функция максимизируется, ставим флажок на «Максимум». В поле «Изменяя ячейки переменных» указываем ячейки C4:D4. Далее в поле «В соответствии с ограничениями» записываем ограничения, нажимая на кнопку «Добавить». Давайте запишем первое ограничение как на фото:

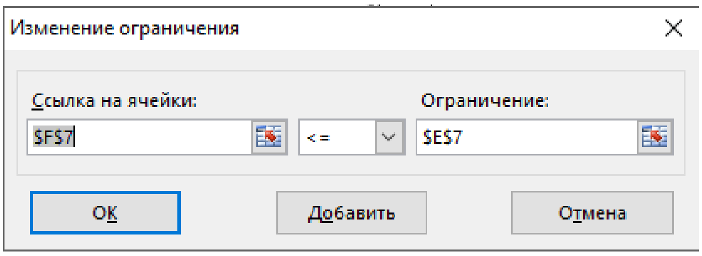

Рис. 4. Добавление ограничения.

Необходимо обратить внимание на знак ограничивающего условия. Второе ограничение запишем в виде F8 < = E8, а третье F9 > = E9, далее F10 < = E10 и F11 > = E11. Все записанные ограничения должны выглядеть следующим образом:

DOI:10.26104/IVK.2019.45.557

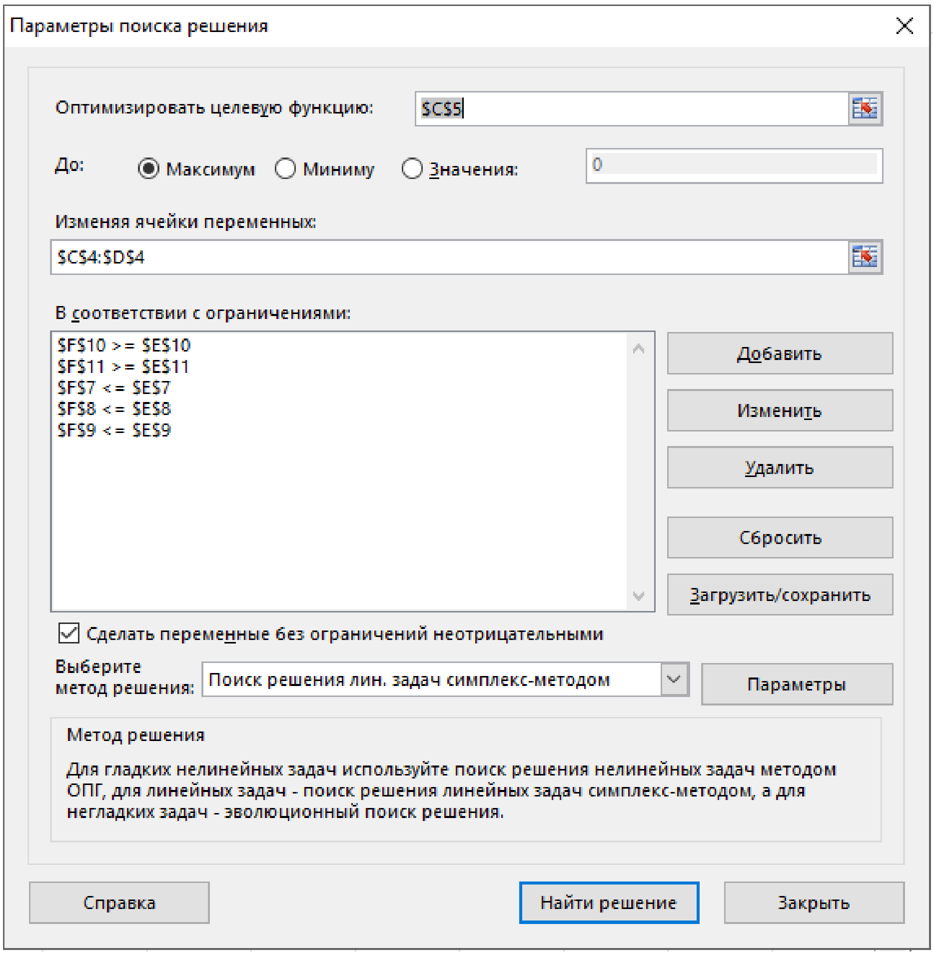

Рис. 5. Параметры поиска решений.

Затем выбираем метод решения «Поиск решения линейных задач симплекс методом» и нажимаем на кнопку «Найти решение». Полученное решение сохраняем. На рисунке 6 видно, как изменились значения переменных x1, x2 и x3, целевых функций и ограничений:

	A	B	C	D	E	F	G
1							
2	Решение многокритериальной задачи методом последовательных уступок на электронной таблице Excel						
3			x1	x2			
4	1	Переменные	1,00	9,00			
5	2	Целевые функции	13	6	3,00		
6							
7	3	Ограничения	1	1	18	10	
8			1	0	10	1	
9			0	1	9	9	
10			1	0	1	1	
11			0	1	1	9	

Рис. 6. Результат оптимизации первой целевой функции.

DOI:10.26104/IVK.2019.45.557

Теперь перейдем к оптимизации второй целевой функции. По правилам метода последовательных уступок, учитываем, что уступок первого критерия должен быть не более на величину $\delta_1 = 3$. Для этого в ячейке С12 записываем значение уступка $\delta_1 = 4$, а в ячейку D12 вводим формулу: D12=13-3.

После того, как все подготовили, переходим к оптимизации второй целевой функции, вызывая надстройку «Поиск решения». В диалоговом окне в поле «Оптимизировать целевую функцию» указываем на вторую целевую функцию, т.е. указываем на ячейку D5. В отличии от предыдущей процедуры, здесь добавим еще одно ограничение, которое определяет уступок. Для этого, в поле «Добавление ограничения» нажимаем на кнопку «Добавить» и указываем следующие данные, которые показаны на рисунке:

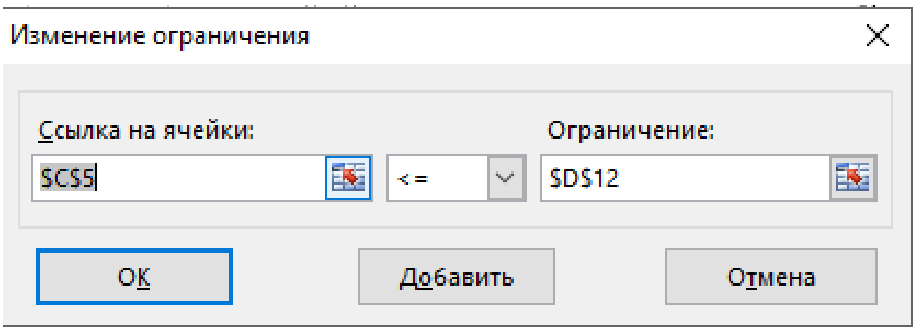

Рис. 7. Добавление ограничения в виде уступка.

После выполнения всех выше описанных алгоритмов мы получим следующий результат, который видим на рисунке 8. Как и прежде здесь изменились значения переменных x1 и x2, целевых функций и ограничений:

	A	B	C	D	E	F	G
1							
2	Решение многокритериальной задачи методом последовательных уступок на электронной таблице Excel						
3			x1	x2			
4	1	Переменные	1,00	7,50			
5	2	Целевые функции	10	4,5	3,00		
6							
7	3	Ограничения	1	1	18	8,5	
8			1		10	1	
9			1		1	1	
10				1	9	7,5	
11				1	1	7,5	
12	4	Уступок	3	10,00			
13			2	2,5			

Рис. 8. Результат оптимизации второй целевой функции.

Целью третьей итерации является оптимизация третьей целевой функции. Здесь мы учитываем уступку по второму критерию. По условиям задачи, величина уступки по второму критерию $\delta_2 = 2$. Так как вторая целевая функция максимизируется, то ячейку D13 заполняем следующей формулой: D13=4,5-2=2,5. Далее все повторяем по выше указанному алгоритму. И добавляем ограничения с уступкой по второму критерию D5>=D13. Получим следующее решение:

DOI:10.26104/IVK.2019.45.557

	A	B	C	D	E	F	G
1							
2	Решение многокритериальной задачи методом последовательных уступок на электронной таблице Excel						
3			x1	x2			
4	1	Переменные	1,60	9,00			
5	2	Целевые функции	10	4,2	4,80		
6							
7	3	Ограничения	1	1	18	10,6	
8			1	0	10	1,6	
9			0	1	9	9	
10			1	0	1	1,6	
11			0	1	1	9	
12	4	Уступок	3	10,00			
13			2	2,5			

Рис. 9. Результат оптимизации третьей целевой функции.
Окончательный результат.

И так, мы получили окончательный результат. При решении данной задачи учитывали все дополнительные условия. Результат: при значении переменных x1=1,60 и x2=9,00 целевые функции достигают своего оптимального значения $P_1 = 10$, $P_2 = 4{,}2$ и $P_3 = 4{,}80$.

Литература:

1. https://elibrary.ru/item.asp?id=32736557
2. Экономико-математические методы и прикладные модели. Учебное пособие для вузов/ В.В.Федосеев, А.Н.Гармаш, Д.М. Дайитбегв и др.; Под ред В.В. Федосеева. - М.: ЮНИТИ, 1999 391с ISBN 5-238-00068-5
3. https://studme.org/12800528927
4. https://studfile.net/preview/4031478/page:4/
5. https://support.microsoft.com/ru-ru/
6. Методы решения задачи многокритериальной оптимизации [Электронный ресурс] - Режим доступа: https://studfile.net/preview/ 4031478/page:4/ Дата обращения: 20.05.2019.
7. Математическое бюро [Электронный ресурс] - Режим доступа: https://www.matburo.ru/ex_mp.php?p1=mpmkop Дата обращения: 03.06.2019.
8. Экономико-математические методы и прикладные модели. Учебное пособие для вузов. В.В. Федосеев, А.Н. Гармаш, Д.М. Даитбегов, И.В. Орлова, В.А. Половников. Под ред. В.В. Федосеева, М.:ЮНИТИ, 1999 -391с. ISBN 5-238-00068-5.
9. Многокритериальные задачи принятия решений. [Электронный ресурс] - Режим доступа: http://elenagavrile.Narod.ru/TPR/Lekcciya_9.pdf.
10. Мищенко А.В., Попов А.А. Двухкритериальная задача оптимизации инвестиционного портфеля в условиях ограничения на финансовые ресурсы // Менеджмент в России и за рубежом. 2001. Вып. 1.