

Ганиев Ч.Т.

**ПОПУЛЯЦИОННО-ТУРБУЛЕНТНОСТЬ И МОДЕЛИ
МЕНЕЖМЕНТА ЭКСПЕРИМЕНТОВ**

Ганиев Ч.Т.

**ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫЕ ЭКСПЕРИМЕНТЫ С МОДЕЛЯМИ
ПОПУЛЯЦИОННОЙ ТУРБУЛЕНТНОСТИ**

Ch. T. Ganiev

**COMPUTATIONAL EXPERIMENTS WITH MODELS
OF POPULATION TURBULENCE**

УДК: 519.63:519-7

Иш жаши курак курамын жана мейкиндикте бөлүштүрүлүшүн көңүлгө алуу менен биологиялык популяциялардын популяциялык турбуленттүүлүгүнө байланышкан маселелерин чечүү үчүн компьютердик программаларды иштеп чыгууга арналды жана биологиялык популяциялардын иштөөсүнүн конкреттүү режимдери бар болгон учурларда компьютердик эксперименттердин сериясы жүргүзүлдү жана популяциялык турбуленттүүлүккө байланыштуу милдеттердин чечимдеринин тең салмактуу окшоштугу жөнүндө теорема каралды. Моделдик маалыматтар үчүн популяциялык турбуленттүүлүк милдетинин сандык чечими табылды. Мында биологиялык популяциялардын иштөөсүнүн конкреттүү режимдери бар болгон учурларда жаши курак курамын жана мейкиндикте бөлүштүрүлүшүн көңүлгө алуу менен биологиялык популяциялардын популяциялык турбуленттүүлүгүнө байланышкан милдеттерди чечүүнүн компьютердик программасы иштелип чыкты жана негизделди.

Негизги сөздөр: диффузия коэффициенти, модель, популяциялык турбуленттүүлүк, биологиялык популяция, убактык-жаши курак жана мейкиндикте бөлүштүрүлүшү, компьютердик эксперименттер, популяциянын саны, конкреттүү режим, иштөө режими, эсептөө, өлүм коэффициенти, туулуу коэффициенти.

Работа посвящена разработке компьютерных программ и для решения задач, связанные с популяционной турбулентностью биологических популяций с учетом возрастного состава и пространственных распределений и проведения серий компьютерных экспериментов в случаях конкретных режимов функционирования биологических популяций и рассматривается теорема о равномерной сходимости решений задачи, связанной с популяционной турбулентностью. Найдено численное решение задачи популяционной турбулентности для модельных данных. При этом разработаны и обоснованы компьютерные программы решения задач, связанные с популяционной турбулентностью

биологических популяций с учетом возрастного состава и пространственных распределений, в случаях конкретных режимов её функционирования. Для расчёта были созданы различные модели популяционной турбулентности.

Ключевые слова: коэффициент диффузии, модель, популяционная турбулентность, биологическая популяция, временной-возрастное и пространственное распределение, компьютерные эксперименты, численность популяции, конкретный режим, режим функционирования, расчёт, коэффициент смертности, коэффициент рождаемости.

The work is devoted to the development of computer programs and for solving problems associated with the population turbulence of biological populations, taking into account the age composition and spatial distributions, and carrying out a series of computer experiments in the case of specific modes of functioning of biological populations and examining the theorem on uniform convergence of solutions to the problem associated with population turbulence. A numerical solution of the population turbulence problem for model data is found. At the same time, computer programs have been developed and substantiated for solving problems associated with the population turbulence of biological populations, taking into account the age composition and spatial distributions, in the cases of specific regimes of its functioning. For the calculation, various models of population turbulence were created.

Key words: diffusion coefficient, model, population turbulence, biological population, time-age and spatial distribution, computer experiments, population size, specific regime, functioning mode, calculation, mortality rate, birth rate.

Из всего множества параллельных механизмов, влияющих на популяционную турбулентность, рассмотрим динамическую модельную популяцию с учётом временной-возрастной и пространственного распределений [1-6]:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial N}{\partial t} + \frac{\partial N}{\partial a} + \sum_j \mathcal{G}_j \frac{\partial N}{\partial x_j} = F_0(a)N + \sum_j D_j \frac{\partial^2 N}{\partial x_j^2}, \quad 0 < x_j < L_j, \quad 0 < a \leq a_{\max}, \quad 0 < t \leq t_k, \\ N(x, a, 0) = N_0(x, a), \quad 0 \leq x_j \leq L_j, \quad 0 \leq a \leq a_{\max}, \quad j = 1, \dots, m \\ N(x, 0, t) = \int_0^{a_{\max}} B_0(\xi) N(x, \xi, t) d\xi, \quad 0 \leq x_j \leq L_j, \quad 0 \leq t \leq t_k, \\ \frac{\partial N}{\partial x} - \alpha_j N \Big|_{x_j=(0, L_j)} = 0, \end{array} \right. \quad (1)$$

где $N = N(x, a, t)$ - численность популяции в точке $x = (x_1, x_2)$, возраста a , в момент времени t , $F_0 = F_0(a)$ - коэффициент смертности, $B_0 = B(a)$ - коэффициент рождаемости, $N_0 = N_0(x, a)$ - численность популяции в начальный момент времени. Данные расчёты показывают, что такие попытки приводят только к появлению избыточных связей и дополнительных начальных параметров для расчётов, но если ввести замену, предложенную в работах проф. Юнуса М.К. [1-6]:

$$u(x, a, \tau) = \varphi(x, a, \tau) \exp \left(\int_0^a F_0(\xi) d\xi + \sum_j \mathcal{G}_j \frac{x_j}{2D_j} - \sum_j \frac{\mathcal{G}_j^2 a}{4D_j} \right),$$

$a' = a, \quad t' = a + \tau, \quad \varphi(x, a, \tau) = N(x, a, a + \tau)$, то вместо задачи (1) получим задачу:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial u}{\partial a} = \sum_j D_j \frac{\partial^2 u}{\partial x_j^2}, \quad 0 \leq x_j \leq L_j, \quad 0 < a \leq a_{\max}, \quad 0 < t \leq t_k \\ u(x, 0, \tau) = \int_0^{a_{\max}} B_0(\xi) u(x, \xi, \tau) d\xi, \\ \frac{\partial u}{\partial x_j} \Big|_{x_j=0} = 0, \\ \frac{\partial u}{\partial x_j} \Big|_{x_j=L_j} = 0. \end{array} \right. \quad (2)$$

Последняя тонкость позволяет рекомендовать предложенный подход к расчётам популяционной турбулентности, т.к. уменьшают количество начальных, по большому счёту, трудно определимыми в биологии значений.

Далее предположим, что

$$D_j = D\alpha_j, \quad \alpha_j \in M, \quad 0 < \alpha_j < 1,$$

$$\text{где } M = \left\{ \alpha: \alpha_0 = (\alpha_1, \dots, \alpha_m), \sum_j \alpha_j^{n-s} = 1 \right\}.$$

Популяционной «турбулентностью» в рамках модели (2) (или (1)), мы назовём такое состояние популяции, в котором при некотором значении вектора $\alpha, \alpha = (\alpha_1, \dots, \alpha_m) \in M$, величина

$$\left(\sum_{j=1}^m \alpha_j \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x_j^2} \right)^s \right)^{1/s}, \quad s > 0, \text{ принимает своё максимальное значение, т.е. } \frac{\partial u}{\partial a} = \max_{\alpha \in M} \sum_{j=1}^m \alpha_j \frac{\partial^2 u}{\partial x_j^2}.$$

Полученный результат похож на зависимость популяционной турбулентности. Однако между ними есть принципиальное отличие, которое авторы данной статьи сводят в теорему, по которой в дальнейшем можно будет производить расчёты популяционной турбулентности с учётом временно-возрастного-пространственного распределения, связанного с изменением параметров (коэффициента диффузии).

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial N}{\partial t} + \frac{\partial N}{\partial a} + \sum_j g_j \frac{\partial N}{\partial x_j} = F_0(a)N + \sum_j D_j \frac{\partial^2 N}{\partial x_j^2}, \quad 0 < x_j < L_j, \quad 0 < a \leq a_{\max}, \quad 0 < t \leq t_k, \\ N(x, a, 0) = N_0(x, a), \quad 0 \leq x_j \leq L_j, \quad 0 \leq a \leq a_{\max}, \\ N(x, 0, t) = \int_0^{a_{\max}} B_0(\xi) N(x, \xi, t) d\xi, \quad 0 \leq x_j \leq L_j, \quad 0 \leq t \leq t_k, \\ \frac{\partial N}{\partial x} - \alpha_j N \Big|_{x_j=(0, L_j)} = 0, \end{array} \right. \quad (1)$$

где $N = N(x, a, t)$ - численность популяции в точке, возраста a , в момент времени t , $F_0 = F_0(a)$ - коэффициент смертности, $B_0 = B(a)$ - коэффициент рождаемости, $N_0 = N_0(x, a)$ - численность популяции в начальный момент времени.

С этими моделями популяционной турбулентности и исходных моделей биологических популяций в форме приведенного выше рядов проведены многочисленные компьютерные эксперименты случаях конкретных режимах их функционирования и найдены численные решения задач соответствующими моделями популяционной турбулентности для модельных данных. Для этой цели использованы среда программирования C++ и МАТЛАБ. Приведем некоторые из полученных результатов.

Результаты численных экспериментов изображены на приведенных ниже рисунках. Большинство экспериментов проведены для биологических систем типа “хищник-жертва”, где жертвой является яблонная плодовая жорка, а хищниками - ее естественные враги.

На рисунке 1 приведена динамика численности яблонной плодовой жорки и её естественные враги по годам, полученная в результате натурных экспериментов в институте зоологии и паразитологии АН РТ. Из анализа полученных результатов на основе вычислительных экспериментов проведенные нами следует (рис. 2.), что они удовлетворительно аппроксимируют натурные данные. Полевые натурные данные являются среднегодовыми в течение 10 лет с интервалом 5 лет, полученные в садовых экосистемах Таджикистана. Теперь приводим некоторые компьютерные расчёты со следующими модельными данными.

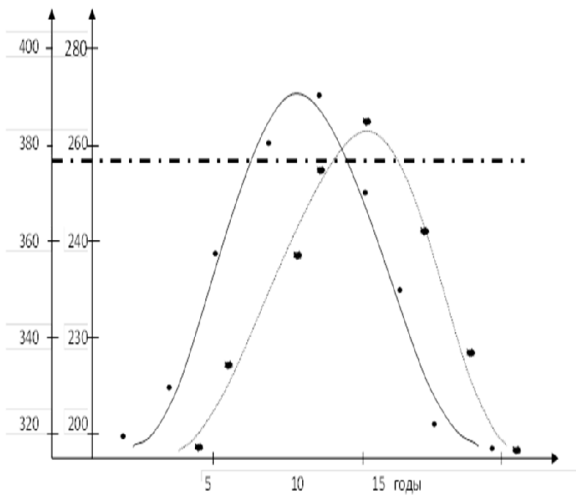


Рис. 1. Развитие яблонной плодовой жорки, и хищниками - её естественные враги (модельные —, натурные ●●●●).

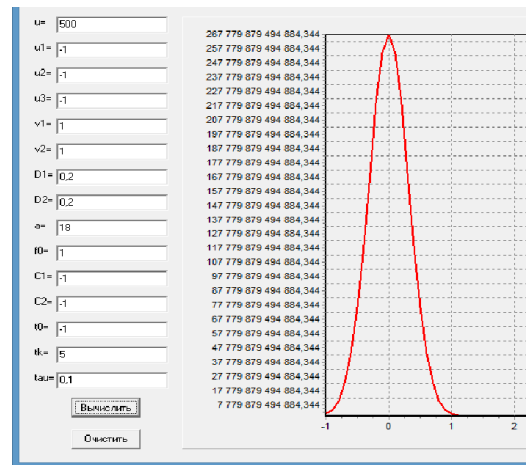


Рис. 2. Яблонная плодовая жорка, и хищниками - её естественные враги (модельные —, натурные ●●●●) по годам.

Они на рисунке обозначены ●●●●● — яблонная плодовая жорка, а хищниками - её естественные враги *****. На рисунке 2 изображена динамика яблонной плодовой жорки, и хищниками - её естественные враги в течение 9 лет. Как видно из рисунков, из-за нехватки информации имеется некоторое расхождение между модельными и натурными данными (15%- 18%).

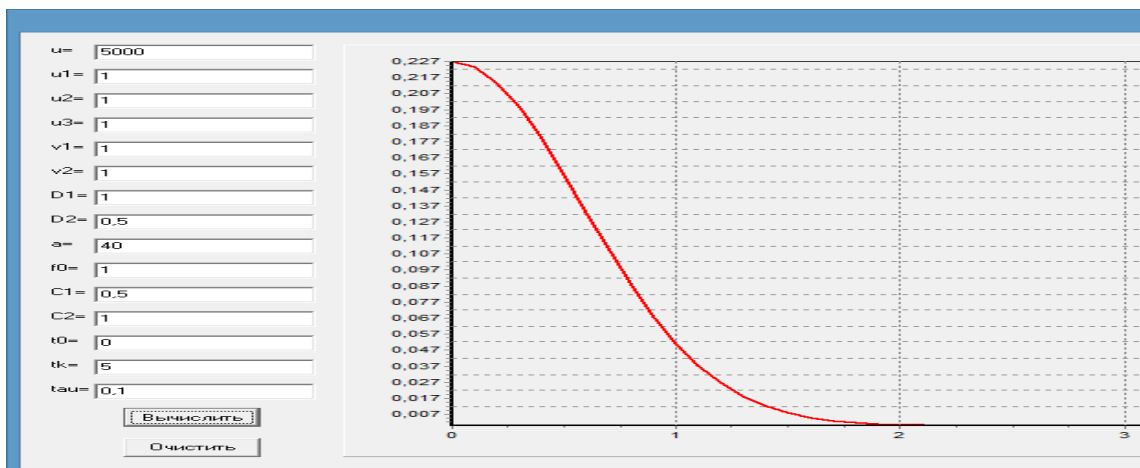


Рис. 3. Популяционная турбулентность в садовых экосистемах трёх трофических уровней (яблонной плодожорки, и хищниками - её естественные враги).

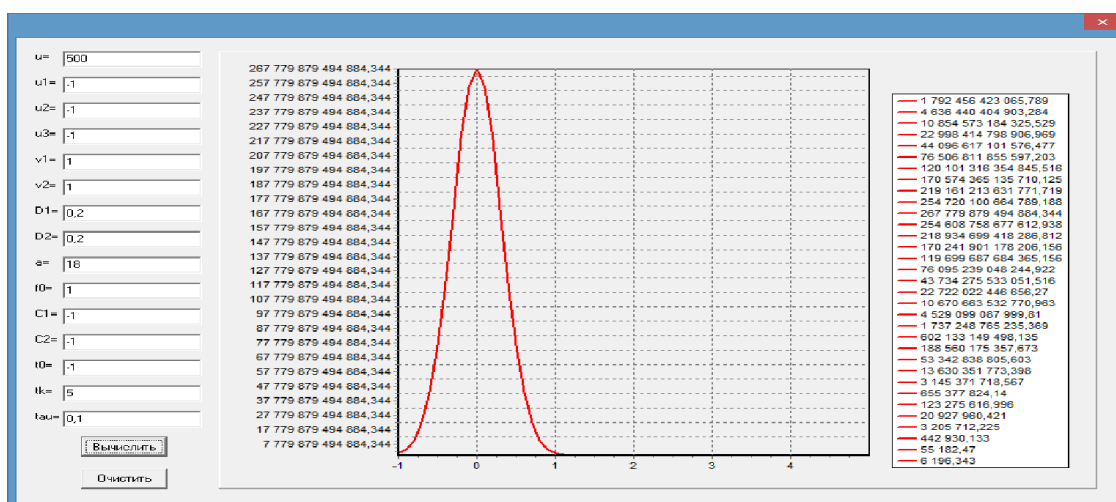


Рис. 4. Популяционная турбулентность в садовых экосистемах трёх трофических уровней с учётом критических значений. $a=0.2$, $b=0.1$, $y_0=[3;1]$

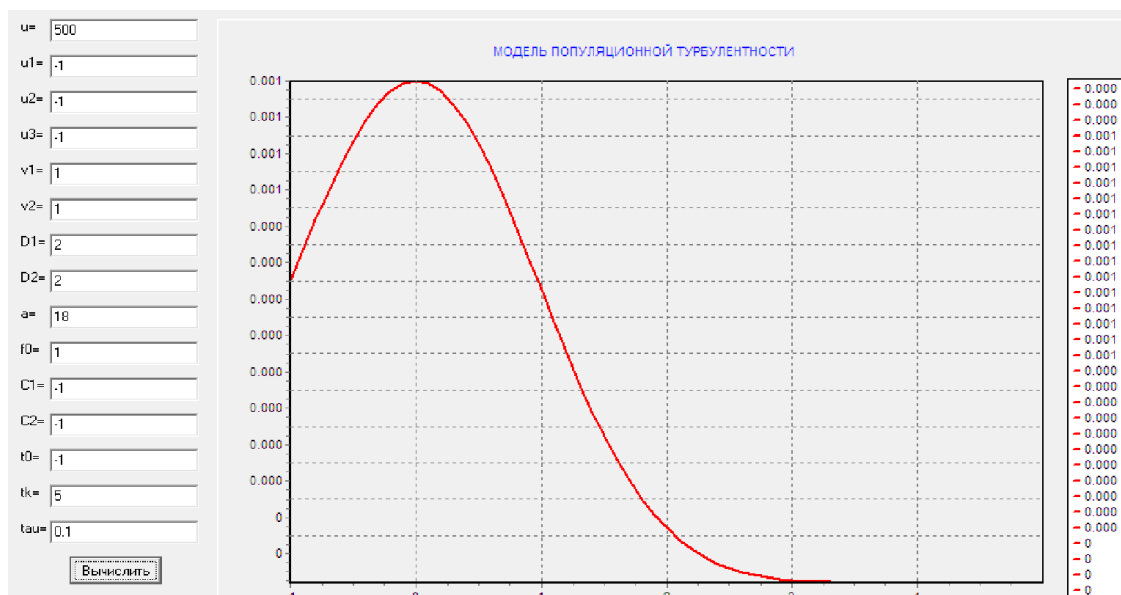


Рис. 5. Результаты вычислительных экспериментов для системы «хищник- жертва» в садовой экосистеме Хатлонской области Республики Таджикистан.

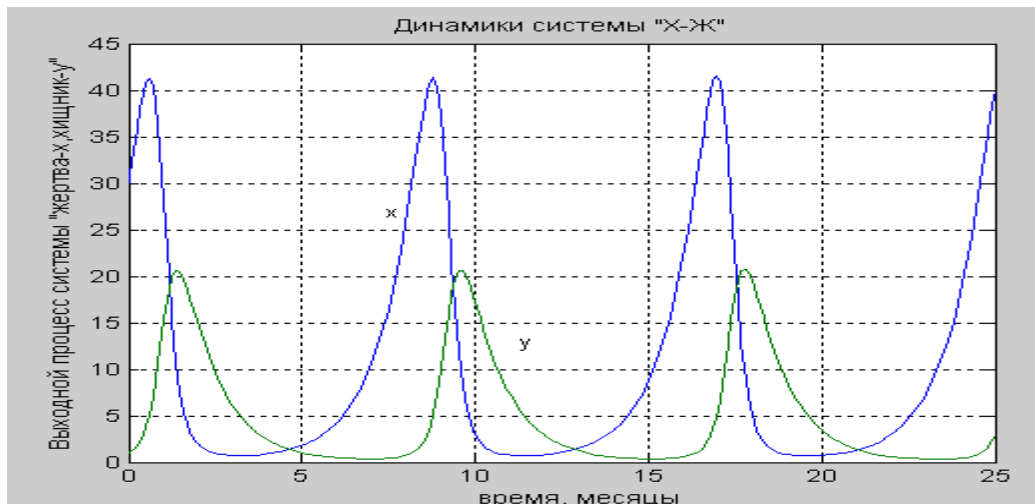


Рис. 6. Популяционная турбулентность в системе яблонной плодовой гнили, и её естественные враги при $a=0.2$, $b=0.1$, $y_0=[30;11]$

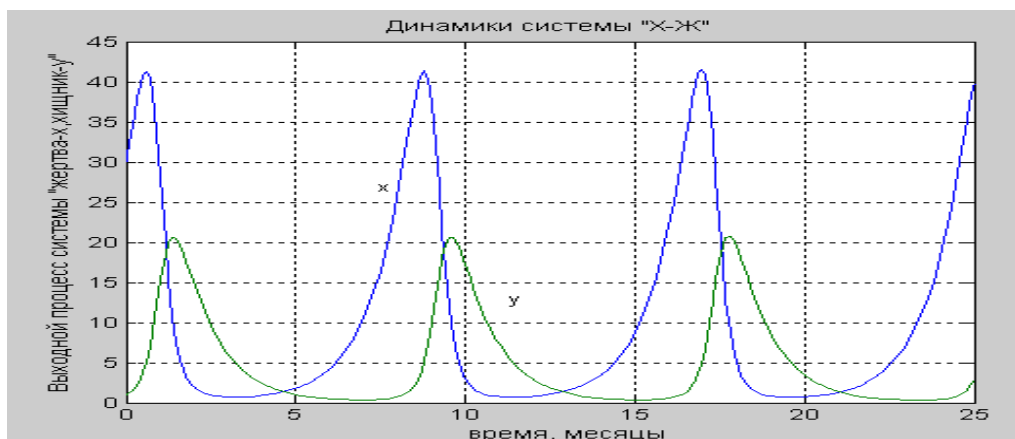


Рис. 7. Результаты вычислительных экспериментов для системы «хищник-жертва» в садовых экосистемах $a=0.2$, $b=0.1$, $y_0=[30;1]$.

Таким образом, что если какой-то объект принимает какое-то экстремальное состояние при некоторых значениях его параметров или какой-то процесс протекает в максимальном режиме, то состояние данного объекта можно описать при помощи некоторого нелинейного уравнения.

Кроме того, для биологических популяций с учетом временной-возрастной и пространственных распределений, соответствующее экстремальное состояние зависит от значения параметра диффузионного коэффициента. Это соответствует состоянию турбулентности популяций и удовлетворяет так называемое уравнение популяционной турбулентности.

Литература:

1. M. Yunusi. Representation of Economics its parameters by polynomial model. International Congress Actuaries, March 30 to 4 April, Washington, US, 2014. -82p. <https://cas.confex.com/cas/ica14/webprogram/Session5910.html>
2. Юнуси М.К. Теорема о представлении сложных объектов описываемых дифференциальными уравнениями полиномами. Вестник Таджикского национального университета. Серия естественных наук. 2013. № 1-1 (102). С. 3-12.
3. Юнуси М.К., Одинаева С.А., Ганиев Ч. Математические вопросы оценки популяционной численности. Вестник Таджикского национального университета. Серия естественных наук. - Душанбе, 2012. 1/3(85). - С. 3-19.
4. Юнуси М.К., Ганиев Ч.Т. Об одной модели популяционной турбулентности. Вестник Таджикского национального университета, 1/2(106). - Душанбе-Сино, 2013. - С.17-21.
5. Ганиев Ч.Т. Об осредненных решениях одного класса дифференциальных уравнений в частных производных второго порядка и их приложениях. Вестник Таджикского национального университета, 1/1(126). - Душанбе-Сино, 2014. - С. 14-17.
6. Одинаева С.А., Ганиев Ч.Т., Азимов С. Численные расчёты региональных заповедников. Вестник Таджикского национального университета, 1/2(106). - Душанбе-Сино, 2014. - С. 30-37.

Рецензент: д.т.н., профессор Шерматов Н.