

Жусупбаев А., Барганалиева Ж.К., Асанкулова М.

СУУСУНДУКТАРДЫ ӨНДҮРҮҮ КОМПАНИЯСЫНЫН ЖАНА АНЫ  
КОЛДОНУУЧУЛАРГА БӨЛҮШТҮРҮҮ МАСЕЛЕЛЕРИН ОПТИМИЗАЦИЯЛОО

Жусупбаев А., Барганалиева Ж.К., Асанкулова М.

ЗАДАЧА ОПТИМИЗАЦИИ ПРОИЗВОДСТВА НАПИТКОВ КОМПАНИИ И  
РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ИХ МЕЖДУ ПОТРЕБИТЕЛЯМИ

A. Zhusupbaev, J.K. Barganalieva, M. Asankulova

THE PROBLEM OF OPTIMIZING THE PRODUCTION OF BEVERAGE COMPANIES  
AND THEIR DISTRIBUTION BETWEEN CONSUMERS

УДК: 519.8

Компания алкогольсуз суусундуктарды чыгаруу үчүн сырье сатып алуу жана келишимди аткаруу максатында аларды алып ичүүчүлөргө бөлүштүрүү маселелерин оптимизациялоосунун математикалык модели түзүлгөн. Аны чыгаруу методу сунушталган.

**Негизги сөздөр:** математикалык модель, суусундуктар, өндүрүш, кайра иштетүү, алуу пункттары, сатып алуу, компания, чыгуу баасы.

Сформулирована математическая модель задачи оптимизации закупки сырья для производства безалкогольных напитков предприятиями компании и распределения их между потребителями с целью выполнения договора. Предлагается метод ее решения.

**Ключевые слова:** математическая модель, напитки, производство, переработка, пункты потребления, закупка, компания, отпускная цена.

The mathematical model of optimization problem of procurement of raw materials for the production of soft drinks businesses of the company and their distribution among consumers with the purpose of fulfilling the contract. A method is proposed for its solution.

**Key words:** mathematical model, production, processing, consumption, purchase, company, cost price.

**Постановка задачи.** Пусть компания имеет  $q$  предприятий  $D_r$ , по производству безалкогольных напитков с верхними ограничениями на объем производства каждого вида  $Q_{rk}$ ,  $k \in K = \{1, 2, \dots, p\}$ ,  $r \in R = \{1, 2, \dots, q\}$ . Произведенная продукция поставляется к потребителям  $B_j$  региона в объеме  $B_j^k$  согласно договору за планируемый период,  $j \in J = \{1, 2, \dots, n\}$ ,  $k \in K$ .

Для удовлетворения спроса потребителей на продукцию безалкогольных напитков компания закупает сырье  $l$  видов,  $l \in L_i$  из  $m$  районов региона  $A_i$ ,  $i \in I = \{1, 2, \dots, m\}$ , где объем закупаемого сырья  $l$ -го вида из каждого района ограничена величиной  $a_{il}$ .

Известны:

— отпускная цена единицы объема сырья необходимое для производства продукции каждого вида, в зависимости от района закупки;

— расход на производство единицы объема безалкогольных напитков каждого вида в предприятиях компании;

— норма расхода сырья каждого вида на единицу объема продукции  $k$ ,  $k \in K$ ;

— транспортные расходы на перевозку единицы объема сырья  $l$ -го вида  $l \in L_i$  из  $A_i$  в  $r$ -й пункт производства напитков и расходы на перевозки единицы объема продукции  $k$ -го вида из предприятия  $D_r$ ,  $r \in R$  к потребителю продукции  $B_j$ ,  $j \in J$ .

Требуется определить такой план закупки сырья и объемы производства напитков предприятиями компаний, так чтобы суммарные затраты на закупку сырья, производства напитков и транспортировка их до потребителей были минимальными.

Для математической формулировки задачи введем следующие обозначения:

$l$  – индекс вида сырья используемое при производстве напитков,

$$l \in L = \bigcup_{i \in I} L_i;$$

$L_i$  – множество индексов сырья на  $i$ -м районе закупки,  $i \in I$ ;

$i$  – индекс районов закупки сырья,  $i \in I$ ;

$I$  – множество индексов районов закупки сырья в регионе;

$k$  – индекс вида напитков производимые в компании,  $k \in K$ ;  
 $K$  – множество индексов видов напитков производимой компанией;  
 $r$  – индекс пункта производства напитков,  $r \in R$ ;  
 $R$  – множество индексов производственных предприятий в компании;  
 $j$  – индекс потребителей напитков (торговые центры, магазины и т.п.)  $j \in J$ ;  
 $J$  – множество индексов потребителей напитков в регионе.

Известные параметры:

$b_j^k$  – объем спроса  $j$ -го потребителя на  $k$ -й вид напитка за планируемый период,  $j \in J, k \in K$ ;

$\lambda^{lk}$  – количество сырья  $l$ -го вида потребляемое при производстве единицы объема напитки  $k$ -го вида,  $l \in L, k \in K$ ;

$\alpha_{il}$  – отпускная цена единицы объема сырья  $l$ -го вида в  $i$ -м районе закупки,  $i \in I, l \in L$ ;

$\gamma_{rk}$  – производственные затраты на единицы объема напитков  $k$ -го вида в  $r$ -м пункте производства,  $r \in R, k \in K$ ;

$c_{ir}^l$  – транспортные расходы на перевозку единицы объема сырья  $l$ -го вида из  $i$ -го района закупки в  $r$ -й пункт производства напитков,  $i \in I, r \in R, l \in L$ ;

$c_{rj}^k$  – транспортные расходы на перевозку единицы объема напитков  $k$ -го вида из  $r$ -го предприятия компании в  $j$ -й потребитель,  $k \in K, r \in R, j \in J$ .

Искомые переменные:

$x_{il}$  – объем сырья  $l$ -го вида закупаемый компанией за планируемый период из  $i$ -го района закупки,  $l \in L, i \in I$ ;

$z_{rk}$  – объем напитка  $k$ -го вида производимый  $r$ -м предприятием компании за планируемый период,  $k \in K, r \in R$ ;

$x_{ir}^l$  – объем сырья  $l$ -го вида перевозимой из  $i$ -го района закупки сырья в  $r$ -е предприятие компании,  $l \in L, i \in I, r \in R$ .

$z_{rj}^k$  – объем напитков  $k$ -го вида перевозимого из  $r$ -го пункта производства в  $j$ -й потребитель.

В соответствии с принятыми обозначениями математическая модель изложенной проблемы может быть сформулирована в виде.

Найти минимум

$$L(x,z) = \sum_{i \in I} \sum_{l \in L} \sum_{r \in R} c_{ir}^l x_{ir}^l + \sum_{r \in R} \sum_{j \in J} \sum_{k \in K} c_{rj}^k z_{rj}^k + \sum_{i \in I} \sum_{l \in L} \alpha_{il} x_{il} + \sum_{r \in R} \sum_{k \in K} \gamma_{rk} z_{rk} \quad (1)$$

при условиях

$$\sum_{r \in R} x_{ir}^l = x_{il} \leq a_{il}, \quad l \in L, i \in I, \quad (2)$$

$$\sum_{i \in I} \sum_{l \in L} \frac{1}{\lambda^{lk}} x_{ir}^l = \sum_{j \in J} z_{rj}^k = z_{rk} \leq Q_{rk}, \quad k \in K, r \in R, \quad (3)$$

$$\sum_{r \in R} z_{rj}^k = b_j^k, \quad j \in J, k \in K, \quad (4)$$

$$x_{ir}^l \geq 0, x_{il} \geq 0, \quad l \in L, i \in I, r \in R, \quad (5)$$

$$z_{rj}^k \geq 0, z_{rk} \geq 0, \quad k \in K, r \in R, j \in J, \quad (6)$$

где  $X = \left\{ \left| x_{ir}^l \right|_{|I| \cdot |R|}, l \in L, i \in I, r \in R \right\}$ ,  $Z = \left\{ \left| z_{rj}^k \right|_{|R| \cdot |J|}, k \in K, r \in R, j \in J \right\}$ .

В связи с большой размерностью задачи (1) – (6) применение известных методов линейного программирования для ее решения приводит к некоторым затруднениям. По этой причине для ее решения может быть применен приближенный метод.

Рассмотрим приближенный метод решения задачи (1) – (6).

Решение задачи (1) – (6) может быть найдено из последовательного решения следующих двух экстремальных задач (задача 1 и задача 2).

Задача 1.

Найти минимум

$$L_1(x,z) = \sum_{i \in I} \sum_{l \in L_i} \sum_{r \in R} c_{ir}^l x_{ir}^l + \sum_{i \in I} \sum_{l \in L_i} \alpha_{il} x_{il} + \sum_{r \in R} \sum_{k \in K} \gamma_{rk} z_{rk} \quad (7)$$

при условиях

$$\sum_{r \in R} x_{ir}^l = x_{il}, \quad l \in L_i, \quad i \in I, \quad (8)$$

$$\sum_{i \in I} \sum_{l \in L_i} \frac{1}{\lambda} x_{ir}^l = z_{rk} \leq Q_{rk}, \quad (9)$$

$$\sum_{j \in J} \sum_{r \in R} z_{rj}^k = Q_k \quad (10)$$

$$x_{ir}^l \geq 0, x_{il} \geq 0, \quad i \in L_i, \quad i \in I, \quad r \in R \quad (11)$$

$$z_{rj}^k \geq 0, z_{rk} \geq 0, \quad k \in K, \quad r \in R, \quad j \in J, \quad (12)$$

где  $Q_k = \sum_{j \in J} b_j^k, \quad k \in K.$

Задача 2.

Найти минимум

$$L_k(z_k) = \sum_{r \in R} \sum_{j \in J} c_{rj}^k z_{rj}^k, \quad k \in K \quad (13)$$

при условиях

$$\sum_{j \in J} z_{rj}^k = z_{rk}^*, \quad r \in R, \quad k \in K, \quad (14)$$

$$\sum_{r \in R} z_{rj}^k = b_j^k, \quad j \in J, \quad k \in K, \quad (15)$$

$$z_{rj}^k > 0, \quad r \in R, \quad j \in J, \quad k \in K, \quad (16)$$

где  $z_k = \left| z_{ij}^k \right|_{|I|, |J|}, \quad k \in K.$

$z_{rk}^*, \quad r \in R, \quad k \in K$  — оптимальное решение задачи (7) – (12).

Далее, используя для решения задачи (7) – (12) и (13) – (16) стандартные методы линейного программирования [1, 2] и «ППП ЛП» получаем оптимальный план закупки сырья и производства продукции, а также оптимальные схемы перевозок продукции каждого вида потребителям региона.

Значение целевой функции исходной задачи вычисляется суммой слагаемых оптимальных решений задачи 1 и задачи 2, т.е.

$$L(x^*, z^*) = L_1(x^*, z^*) + \sum_{k \in K} L_k(z_k^*), \quad \text{где}$$

$$L_1(x^*, z^*) = \min_{x, z} \{L_1(x, z)\},$$

$$L_k(z_k^*) = \min \{L_k(z_k)\}, \quad k \in K.$$

#### Литература:

1. Жусупбаева Г.А., Барганалиева Ж.К., Жусупбаева Н.А. //Задача оптимального прикрепления перерабатывающих предприятий за источником минеральных вод//ИЗВЕСТИЯ ВУЗОВ КЫРГЫЗСТАНА. Бишкек.- №5, 2016.- С. 83-85
2. Жусупбаев А., Асанкулова М., Чороев К. //Математическая модель и методы соотношений экспорта и импорту продукции//ИЗВЕСТИЯ ВУЗОВ КЫРГЫЗСТАНА. Бишкек.- №5, 2016.- С. 81-83

Рецензент: д.ф.-м.н., профессор Искандаров С.