Абдылдаев М.Ю., Бегалиев А.М., Турсуналы кызы С.

СУЮКТУКТУН ТЕГИЗДИКТЕ КОНОИДЕАЛДЫК ШАРТТУУ ЫҢГАЙЛАШТЫРЫЛГАН УЛАМАДАН АГУУСУ

Абдылдаев М.Ю., Бегалиев А.М., Турсуналы кызы С.

ИСТЕЧЕНИЕ ЖИДКОСТИ ИЗ КОНОИДЕАЛЬНОЙ НАСАДКИ В ПЛОСКОСТИ

M.Yu. Abdyldayev, A.M. Begaliyev, Tursunaly kyzy S.

THE OUTFLOW OF LIQUID FROM THE CONOIDAL NOZZLE IN THE PLANE

УДК:532

Макалада суюктуктун тегиздиктеги тешигинен агуу маселеси каралган. Суюктуктун агып чыгуу коэффициентинин негизги кызыктыруучу чоңдуктары чагылдырылды.

Негизги сөздөр: *агып чыгуу, коэффициент, тегиздиктеги маселе, тегиздиктеги агымдын математикалык теория.*

Статья посвящена исследованию истечения из отверстия в плоскости. В работе отражены основные интересующие величины коэффициента истечения жидкости.

Ключевые слова: *истечения, коэффициент, плоская задача, математическая теория плоских течений.*

Article is devoted to an expiration research from hole of nozzles. The main interesting sizes of coefficient of the expiration and coefficient of compression of streams are reflected in work.

Key words: *expirations, hole, nozzles, flat problem, mathematical theory of flat currents.*

Задача об истечении из отверстия является одной из основных задач гидравлики, отрывной точкой ее научного развития. Исследование об истечении сводится к определению скорости истечения и расхода вытекающей жидкости.

Рассматривается истечение жидкости из отверстия несимметричного сосуда.(рис.1). Истечение из отверстия хорошо рассчитывается с помощью теории струй. Жидкости предлагается идеальной и несжимаемой. На поверхностях струй абсолютная величина скорости равна υ_0. Математическая теория плоских течении идеальной жидкости определяется с тремя комплексными величинами: координаты точки Z=x+iy, комплексным потенциалом W=φ+iψ и комплексной (сопряженной) скорости $\zeta=\upsilon_x+i\upsilon_y$ от скорости $\bar{\zeta}=\upsilon_x-i\upsilon_y$.

Решим задачу, схема которой изображена на (рис.1). Найдем dw/dt и dw/dz в функции параметрического переменного (t), изменяющегося в верхнем полуплоскости (Imt ≧0) (рис.2)[1,2, 3].

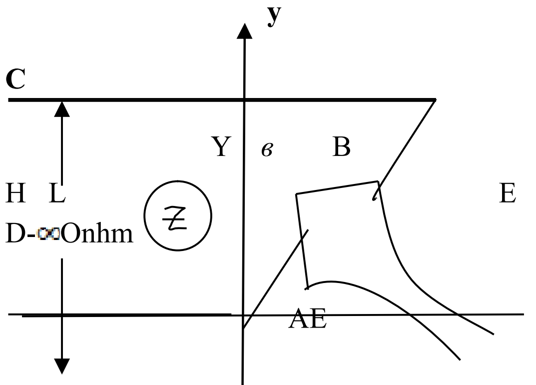


рис.1.

Картина течения в физической плоскости

Z=x+iy

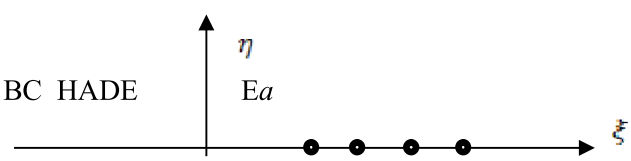


рис.2.

Параметрическая плоскость

$t=\xi+i\eta$

Задача решается с использованием интегральную формулу Швардца [2]. Введем вспомогательную функцию

$$F(t)=\frac{\omega(t)}{\sqrt{t(1-t)}}=\frac{ln^{dw}/(v_o dz)}{\sqrt{t(1-t)}} \quad (1)$$

В задаче функции F(t) легко определяется с помощью известного решения задачи об определении функции комплексного переменного в верхней полуплоскости по её заданной мнимой части [2].

$$F(t)=\frac{1}{\pi}\int_{-\infty}^{+\infty}\frac{ImF(\xi)}{\xi-t}d\xi; \quad (2)$$

ЗнаяF(t) легкого немедленно определить

$$\omega\,(t)=F(t)\sqrt{t(1-t)}(3)$$

Видно что на линиях EB($-\infty<t<0$) и DE($1<t<+\infty$)

$$ImF(\xi)=0.$$

На линиях:

BC ($0<t<n$, $t<1$) $ImF(\xi)=\frac{\beta}{\sqrt{\xi(1-\xi)}}$;

CH ($n<t<h$, $t<1$) $ImF(\xi)=0$;

HA ($h<t<m$, $t<1$) $ImF(\xi)=0$;

AD ($m<t<1$, $t<1$) $ImF(\xi)=-\frac{(\pi-\beta)}{\sqrt{\xi(1-\xi)}}$;

Таким образом.

$$\frac{F(t)}{\sqrt{t(1-t)}}=\frac{1}{\pi}\left\{\int_0^n\frac{\beta*d\xi}{\sqrt{\xi(1-\xi)}}-\int_m^1\frac{(\pi-\beta*d\xi}{\sqrt{\xi(1-\xi)}}\right\}.$$

После вычисления эти простые интегралы имеем для функции

$$w(t)=\frac{\beta}{\pi}ln\frac{\sqrt{t(1-n)}-\sqrt{n(1-t)}}{\sqrt{t(1-n)}+\sqrt{n(1-t)}}*\frac{\sqrt{m(1-t)}-\sqrt{t(1-m)}}{\sqrt{m(1-t)}+\sqrt{t(1-m)}}+$$

$$+ln\frac{\sqrt{m(1-t)}+\sqrt{t(1-m)}}{\sqrt{m(1-t)}-\sqrt{t(1-m)}}(4)$$

Обозначая:

$$\lambda_1(t,n)=\frac{\sqrt{t(1-n)}-\sqrt{n(1-t)}}{\sqrt{t(1-n)}+\sqrt{n(1-t)}};$$

$$\lambda_2(t,m) = \frac{\sqrt{m(1-t)}-\sqrt{t(1-m)}}{\sqrt{m(1-t)}+\sqrt{t(1-m)}}; \quad (5)$$

$$\zeta(t) = \{\lambda_1(t,n) * \lambda_2(t,m)\}^{\beta/\pi} * \lambda_2\,(t,m) \qquad 6)$$

Формулу (6) нетрудно проверить непосредственно. Функцию (6) всюду в верхней полуплоскости аналогично. Проверим выполнение граничных условий или соответствие характерных точек значении;

$\zeta(\pm\infty) = e^{-i\alpha}, \zeta(0)=e^{i\beta}; \zeta(n)=0; \quad \zeta(h)=0;$

$\zeta(m)=0, \zeta(1)=e^{i(\pi-\beta)};$

(параметрα определяет направление струи в бесконечности, т.е. в точки Е)

С помощью формулы(6)можно найти величину скорости v_H потока в сосуде в бесконечности, т.е. в точке Н (рис.1)

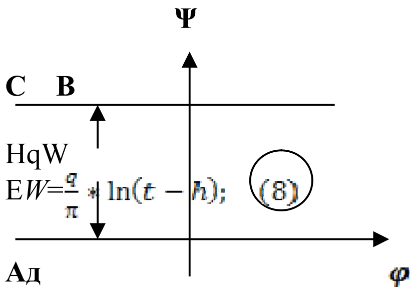
$$\frac{V_H}{V_0} = \left(\frac{dw}{v_{0dz}}\right)H = \{\lambda_1(h,n) * \lambda_2(h,m)\}^{\beta/\pi} * \lambda_2(h,m); \quad (7)$$

Таким образом t=h определяет скорость в сосуде на бесконечности, т.е. в точке Н. (рис.1.)

Найдем термин функцию W=$\varphi + i\psi$.

Пусть на граничной линии HADE функция тока ψ=0, а на другой линии HCBE, ψ=q(гдеq-расходжидкости в сосуде) при этом потенциал скорости φ *меняется* от -∞ до +∞.

Таким образом областью изменения Wявляется полоса ширинойq(рис.4)



С помощью формулы Кристоффеля - Шварца отображение область изменения W на верхней полуплоскости t дается формулой:

рис.4. Область изменения функции W=$\varphi + i\psi$.

Действительно функция (t) аналитичные везде в верхней полуплоскости (t). Проверим выполнение граничных условий, в промежутках:

(h<b<m),(m<t<1>);(1<t<0) Imw(T)=0.

Впромежутках(-∞<w<t<0),(0<t<h) и(n<t<h)Imw(t)=q.

Далее можно найти:$dz/_{dt}$и z(t);

Из формулы (6)и (7) следует, что.

$$Z(t)=\frac{q}{\pi v_0}\int_m^t \frac{1}{\zeta(t)}*\frac{1}{t-h}dt \quad (9)$$

$$\text{где}\frac{dw}{dt}=\frac{q}{\pi}*\frac{1}{t-h}; \qquad (10)$$

Формулы (6),(7) и (8) дает общие решение задачи в параметрической форме.

На основании формуле (8) найдем геометрические параметры задачи L,l_1,l_2очевидно ,q=L*?$v_н$,согласно (7),имеем

$$L=\frac{q}{v_0 v_н}=\frac{q}{v_0}*\{\lambda_1(h,n)*\lambda_2(h,m)\}^{\frac{\beta}{\pi}}*\lambda_2(h,m) \quad (11)$$

$$|AD|=l_1=\frac{q}{\pi v_0}*\int_m^1\{\lambda_1^*(t,n)\lambda_2^*(t,m)\}^{\frac{\beta}{\pi}}*\lambda_2^*(t,m) \qquad (12)$$

$$|BC|=l_2=\frac{q}{\pi v_0}\int_0^n\{\lambda\lambda_1(t,n)\cdot\lambda_1^{**}(t,m)\}^{\frac{\beta}{\pi}}\cdot\lambda_2^{**}(t,m) \quad (13)$$

Можно ввести коэффиценты истеченияK_a и K_bспомощью следующих формул:

$$K_a=\frac{q}{a\cdot v_0}=\frac{L}{a}\cdot\{\lambda,(h,n)\cdot\lambda_2(h,m)\}^{\beta}/_{\pi}\cdot\lambda_2(h,m); \quad (14)$$

$$K_b=\frac{q}{b\cdot v_0}=\frac{1}{b}\cdot L\cdot\{\lambda,(h,n)\cdot\lambda_2(h,m)\}^{\beta}/_{\pi}\cdot\lambda_2(h,m); \quad (15)$$

Параметры «*а*»и «*в*» проекции отверстия на прямые, параллельные и перпендикулярные к стенам сосуда(рис.1)[1,2, 3].

Для расчета коэффициента K_a, сначала найдем параметр “*а*”. Из рис.1 видно

$$L=l_1\cdot sin\alpha+a+l_2\cdot sin\alpha=a+(l_1+l_2)\cdot \sin\alpha;$$

Откуда $\qquad a=1-(l_1+l_2)\cdot\sin\alpha;$

или $\frac{L}{a}=1+\frac{l_1+l_2}{a}\cdot sin\alpha; \qquad (16)$

Задавая различные значения параметрам «n», «h», «m», «α» можно вычислить коэффициент K_a. Сначало находим $l_1 u l_2$ и *а*, при этом задаваясь значенияL(отверстие сосуда) (L=10; 15; 20)

Литература:

1. М.М. Гуревич. Теория струй идеальный жидкость. Гост.издат.литер.Москва 1961.
2. Б. А. Фукс и Ж. Б. Шабат. Функции комплексного переменного и некоторые их приложения. Издательство наука. Москва 1964.
3. М.Ю. Абдылдаев. Плоские задачи теории струй идеальной жидкости. Издат. Наук. Бишкек 1999.

Рецензент: д.ф.-м.н., профессор Бийбосунов Б.И.