Шарипов С., Шарипов Кадырбек С., Шарипов Кубанычбек С.

НЬЮТОН-ЛЕЙБНИЦ БОЮНЧА ДИФФЕРЕНЦИРЛЕНБӨӨЧҮ ФУНКЦИЯЛАРДЫ ОКУТУУ ТЕХНОЛОГИЯСЫ

Шарипов С., Шарипов Кадырбек С., Шарипов Кубанычбек С.

НОВАЯ ТЕХНОЛОГИЯ ОБУЧЕНИЯ НЕ ДИФФЕРЕНЦИРУЕМЫХ ФУНКЦИЙ ПО НЬЮТОНУ-ЛЕЙБНИЦУ

Sharipov S., Sharipov K.S., Sharipov K.S.,

NEW TECHNOLOGY OF LEARNING NON DIFFERENTIATED FUNCTIONS ACCORDING TO NEWTON-LEIBNITZ

УДК:517(075.8+617.2)

Бизге белгилүү болгон Ньютону-Лейбниц боюнча туундусу жок функциялар толук изилденбей ушу күнгө чейин келди.

Бул макалада дифференцирленбөөчү функциялар үчүн негизги теоремалардын бири болгон Ролль тибиндеги теорема маселеси изилденди жана аны окутуу маселеси каралды.

Негизги сөздөр: *Ньютону-Лейбниц боюнча туундусу жок функциялар, урчуктуу функция, түзөтүлгөн туунду, Ролль тибиндеги теорема, жанымалардын жыйындысы.*

Как известно, что не дифференцируемые функции по Ньютону–Лейбницу оставались широко неисследованным и в наши дни.

В данной статье исследована задача об одной из основных теорем называемая теоремой типа Ролля для не дифференцируемых функции и ее преподавание.

Ключевые слова: *Не дифференцируемые функции по Ньютону–Лейбницу, исправленная производная, теорема типа Ролля, совокупности касательных.*

As it is known, the undifferentiated functions according to Newton-Leibnitz remained widely unexplored in our days.

In this paper we study the problem of one of the main theorems called the Rolle-type theorem for non-differentiable functions and its teaching.

Key words: *Non-differentiable Newton-Leibniz functions, smooth function, corrected derivative, Rolle-type theorem, set of tangents.*

В математическом анализе многие исследуемые задачи тесно связаны с понятием производный по Ньютону-Лейбницу. Оно для не прерывной функции

$y = f(t),\ t\epsilon(\infty, +\infty)$(1)

определяется формулой [1]

$$\lim_{\Delta t \to 0} \frac{f(t+\Delta t) - f(t)}{\Delta t} = f'(t)$$

Формулой (1) связаны так называемые основные теоремы для дифференцируемых функций по Ньютону-Лейбницу.

Они

1) теоремаРолля
2) теорема Лагранжа
3) теорема Коши.

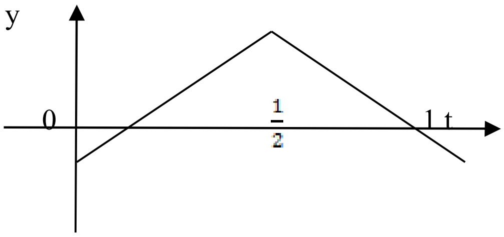
Конечно не будем останавливается о роли данных задач.

Известно, что для не дифференцируемых функций по Ньютону-Лейбницу указанные теорема не имеют место. Можете ознакомится из (1).

Например. Рассмотрим функцию

$$f(t) = \begin{cases} t, & o \le t \le \frac{1}{2} \\ 1 - t, & \frac{1}{2} \le t \le 1 \end{cases} \qquad (2)$$

Приведем график.



Теорема Ролляне выполняется [1]

Исследование не дифференцируемых функций.

Из-за не существовании понятие производный не дифференцируемых функций еще не раскрыли все свои свойства. Такое положение вещей продолжается и в наши дни.

Подчеркнем, что ее также не можем исследовать известной производной Шварца.

Последняя для функции (1) написана формулой [2]

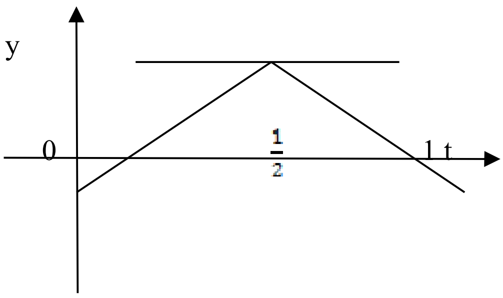
$$\lim_{\Delta t \to 0} \frac{f(t+\Delta t)-f(t-\Delta t)}{2} = f(t) \qquad (3)$$

По ней вычислим производную данной функции и имеем

$$\lim_{\Delta t \to 0} \frac{f(t+\Delta t)-f(t-\Delta t)}{2} = \frac{1}{2} = f\left(\frac{1}{2}\right) \qquad (4)$$

Теперь обращаем ваши внимание на то ,что через точки $\left(\frac{1}{2},\frac{1}{2}\right)$ можем провести прямую линию ℓ которая будет параллельной к оси абсциссе.

Приведем график.



Здесь появляется вопрос: нужно доказать что прямая ℓ будет касательной и является параллельной к оси абсциссе?

Данный вопрос достаточно долгое время оставался без ответа.

Нами дана положительный ответ.

Наши доказательство основана на теории исправленных производных введённой нами [2]

Исправленная производная

Рассмотрим функцию вида

$$c(t) = \begin{cases} \varphi(t), & t_0 \le t \le a, \ \varphi(t), \Psi(t) \in c \\ \Psi(t), & a \le t \le T \quad [t_0, a][a, T] \end{cases} \qquad (5)$$

1) $\varphi(a-o) = \Psi(a+o)$

2)$\varphi(a-o) \neq \Psi(a+o)$, (6)

Здесь

$\varphi(a-o)=\lim\limits_{t\to a-o}\varphi(t),\quad \varphi'(a-o)=\lim\limits_{t\to a-o}\varphi'(t),$

$\Psi(a+o)=\lim\limits_{t\to a+o}\Psi(t),\quad \Psi'(a+o)=\lim\limits_{t\to a+o}\Psi'(t),$

Пусть $\varphi(a-o)=\Psi(a+o),\quad \varphi'(a-o)\neq\Psi'(a+o)$

Отсюда следует, что непрерывная функция (5) не имеет производной по Ньютону-Лейбницу в точке t=a.

Новый способ определение производной

Как известно, что для функции (5)

Введена так называемая производная Шварца или симметричная производная, определенная формулой.

$$\lim_{\Delta t\to o}\frac{c(a+\Delta t)-c(a-\Delta t)}{2\Delta t}=\frac{1}{2}\left[c'(a-0)+c'(a+0)\right] \qquad (7)$$

$$c(t)=\begin{cases}\varphi'(t), & t_0\le t<a\\ \frac{1}{2}\left[c'(a+0)+c'(a+0)\right], & t=a\\ \Psi'(t), & a<t\le T\end{cases} \qquad (8)$$

Нами предложена новый способ определения производной,который содержит идею о выходе из плоскостиΔt традиционного определения производной **Ньютону-Лейбницу и Шварца**. **Это и есть новая технология введения производной.**

Это делается так: берем малых положительных величин $\lambda_1>0$ и $\lambda_2>0$такие ,что$\lambda_1\to 0,\lambda_2\to 0$

В преподавании особо нужно останавливается на нем.

Рассмотрим предел

$$\lim_{\substack{\lambda_1\to 0\\ \lambda_2\to 0}}\frac{c(t+\lambda_2)-c(t-\lambda_1)}{\lambda_1+\lambda_2} \qquad (9)$$

$$t_0\le t<a \qquad (10)$$

$$\lim_{\substack{\lambda_1\to 0\\ \lambda_2\to 0}}\frac{c(t+\lambda_2)-c(t-\lambda_1)}{\lambda_1+\lambda_2}=\begin{cases}\varphi'(t)t_0\le t<a,\\ \varphi'(a-0)+\left[\Psi'(a+o)-\varphi'(a-0)\right]A, t=a,\\ \Psi'(t)a<t\le T,\end{cases}$$

$$\lim_{\substack{\lambda_1\to 0\\ \lambda_2\to 0}}\frac{\lambda_2}{\lambda_1+\lambda_2}A, A\epsilon(0,1) \qquad (11)$$

Первую исправленную производную обозначим $isc_1{}'(A,a,t)$

Пары (λ_1,λ_2) определяющие один и тот же предельное значение **называются эквивалентными.**

Предел (9) будем называть исправленной производной функции (5) -(6).

Имея ввиду формулы (11) можем говорить о том, что исправленная производная (10) составляет из бесчисленных множеств исправленных производных.

Отметим, что есть непрерывна функция,немеющая производную по Ньютону-Лейбницу, а также исправленную производную.

Поэтому, функции имеющие исправленные производные будем **называть урчуктной.**

Нули первый исправленной производный.

Одной из важных задач является исследовать нулей функции.

Данная задача также была исследована Роллем, его исследование была посвящена к исследованию нулей, производной дифференцируемых функции по Ньютону-Лейбницу.

В итоге им была доказана важная теорема, названная именем его.

С нею можно ознакомится с учебниками по математическому анализу.

Нами исследована нули исправленный производный

Дифференцируемые функции по Ньютону-Лейбницу исследована Роллем на задачу о нулях первой производной по Ньютону-Лейбницу.

Рассмотрим первую исправленную производную.

$$isc'(A,a,t) = \begin{cases} \varphi'(t) & to \le t < a, \\ \varphi'(a-0) + [\Psi'(a+o) - \varphi'(a-0)]A, & t = a \\ \Psi'(t) & a < t \le T \end{cases}$$

Видно, что исправленная производная в точкеt=aопределяется формулой

$$isc'(A,a,a) = \varphi'(a-0) + [\Psi'(a+o) - \varphi'(a-0)]A, \qquad t = a \qquad (12)$$

Особенности является то, что от (12) можно образовывать уравнение вида

$$\varphi'(a-0) + [\Psi'(a+o) - \varphi'(a-0)]A = o \qquad (13)$$

Данное уравнение позволяет решать поставленную задачу о нулях исправленной производной (13).

В этом случае неизвестной величиной является А.

Тогда единственное решение управления (1) определяется формулой.

$$A = -\frac{\varphi(a-o)}{\Psi'(a+o) - \varphi'(a-0)} \qquad (14)$$

Теперь можем говорить о том, что если

$$-\frac{\varphi'(a-o)}{\Psi'(a+o) - \varphi'(a-0)} \in [0,1] \qquad (15)$$

То первая исправленная производная (12)
Обращается в нуль:

$$isc'\left(-\frac{\varphi'(a-o)}{\Psi'(a+o) - \varphi'(a-0)}, a, a\right) = 0 \qquad (16)$$

Итак, доказана

Теорема. Пусть

1) функция $c(t)$ является **урчуктной**
2) если решение

$$A = -\frac{\varphi'(a-o)}{\Psi'(a+o) - \varphi'(a-0)}$$

управления

$\varphi'(a-o) + [\varphi'(a-o) - \varphi'(a-o)]A = o$ принадлежит на промежутке $[0,1]$

$$-\frac{\varphi'(a-o)}{\Psi'(a+o) - \varphi'(a-0)} \in (0,1),$$

То первая исправленная производная **урчуктной функции c(t)**

$$isc'(A,a,t) = \varphi'(a-o) + [\Psi'(a-o) - \varphi'(a-o)]A$$

Обращается в нуль.

Это теорема иметь широкое использование для решения задачи экономики, физики, биологии, математики теорема типа Лагранжа популяции и т.д.

Уравнение совокупности касательных проведенных через точки (a,c(a)) угловыми коэффициентами $isc'(A,a,a)$ урчуктной кривой (5)-(6) имеет вид

$$y - c(a) = isc'(A, a, a)(t - a) \qquad (17)$$

Использую выше доказанную теорему можно показать о том,что среди совокупности касательных к урчуктнойкривой (2) существует единственная касательная в виде $\ell\ (рис.-\mathbf{1}): y - 1 = 0$

Которая будет параллельной к оси ot.

Итак доказана, что прямая ℓ является единственной касательной параллельной к оси ot.

Литература

1. Л.Д.Кудрявцев «Курс математического анализа», М: Высшая школа, 1988 г.
2. Шарипов С., Шарипов К.С. «Управление решения дифференциального и интегрального уравнений» //Вестник ИГУ № 12, г. Каракол-2004 г.

Рецензент: к.ф.-м.н., доцент Исабеков К.