

Джакашова Э.А., Жакаш А.Т.

САМОСИНХРОНИЗАЦИЯ ДВУХ ДИНАМИЧЕСКИХ СИСТЕМ С ДВУМЯ СТЕПЕНЯМИ ПОДВИЖНОСТЕЙ

Е.А. Jakashova, А.Т. Jakash

SELF-SYNCHRONIZATION OF TWO DYNAMICAL SYSTEMS WITH TWO DEGREES OF MOBILITY

УДК: 621.313.322

Рассматриваются задачи самосинхронизации динамической системы резонансного типа с двумя степенями подвижности. Строится приближенное периодическое решение, соответствующее режиму самосинхронизации. Исследуются области параметров, приводящие к периодическому режиму. Установлена возможность блочного исполнения резонансных вибромашин технологического назначения. Проведено математическое моделирование переходных и стационарных режимов ряда конструкции резонансных вибромашин в блочном исполнении.

**Ключевые слова:** самосинхронизации двух одномастных резонансных вибромашин, задачи самосинхронизации динамической системы резонансного типа с двумя степенями подвижности.

The problems of self-synchronization of a dynamical system of a resonant type with two degrees of mobility are considered. An approximate periodic solution corresponding to the self-synchronization regime is constructed. The parameter regions leading to the periodic regime are investigated. The possibility of block execution of resonant vibrating machines for technological purposes is established.

**Key words:** Self-synchronization of two suited resonance vibrators, The problem of self-synchronization of a dynamical system of resonance type with two degrees of mobility.

Внедрение вибрационной технологии невозможно без создания высокоэффективных, надежных в эксплуатации вибрационных машин и устройств. Расширение возможностей вибромашины в ряде случаев связано с использованием явления самосинхронизации, позволяющего усовершенствовать существующие и создать некоторые принципиально новые вибрационные устройства.

Под динамической системой в работе рассматривается вибрационные машины, т.е. машины, в которых вибрация используется для получения того или иного полезного эффекта, все шире применяются в различных областях техники. Значительное распространение получили вибрационные площадки для уплотнения бетонных смесей и формования железобетонных изделий, вибрационные грохоты, конвейеры и питатели, предназначенные для рассева, перемещения и дозированной подачи сыпучих материалов, вибрационные дробилки и мельницы, служащие для дезинтеграции природных твердых тел, вибрационные насосы для подачи жидкости.[1], В качестве динамических систем рассмотрим возможность самосинхронизации двух одномастных резонансных вибромашины, связанных упругой связью. Схема рассматриваемой системы представлена на рис.1. Для расчетной схемы, представленное на рис.1., дифференциальные уравнения движения могут быть записаны в виде:

$$\begin{aligned}
 m_1 \ddot{x}_1 + \varepsilon_1 \dot{x}_1 + (k_{10} + k_1)x_1 + \beta_1 x_1^3 + k_{12}(x_1 - x_2) &= k_{10} \rho \sin \varphi_1 \\
 m_2 \ddot{x}_2 + \varepsilon_2 \dot{x}_2 + (k_{20} + k_2)x_2 + \beta_2 x_2^3 - k_{12}(x_1 - x_2) &= k_{20} \rho \sin \varphi_2 \\
 J_1 \ddot{\varphi}_1 + g_1 \dot{\varphi}_1 = M_{10} - b_1 \dot{\varphi}_1 + k_{10} \rho (x_1 - \rho \sin \varphi_1) \cos \varphi_1 & \\
 J_2 \ddot{\varphi}_2 + g_2 \dot{\varphi}_2 = M_{20} - b_2 \dot{\varphi}_2 + k_{20} \rho (x_2 - \rho \sin \varphi_2) \cos \varphi_2 &
 \end{aligned}
 \tag{1}$$

где  $m_1, m_2$  - массы рабочих органов;  $J_1, J_2$  - моменты инерции приведенные к кривошипам;  $k_{10}, k_{20}$  - жесткости приводных упругих связей;  $\varphi_1, \varphi_2$  - углы поворота кривошипов;  $x_1, x_2$  - перемещения центров массы рабочих органов;  $k_{12}$ -жесткость упругой связи, соединяющей рабочие органы;

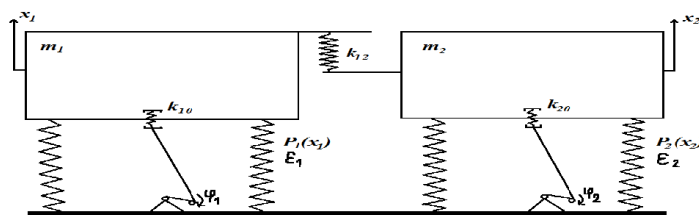


Рис.1. Расчетная схема секционированной резонансной вибромашины

Система уравнений (1) является автономной. Определение параметров периодических решений таких систем существенно усложняется необходимостью уточнения на каждом шаге вычислений периода этого решения. В то же время всегда существует возможность сведения этой задачи к построению периодического решения некоторой вспомогательной неавтономной системы, порядок которой на единицу ниже порядка исходной системы. [2]

$$\ddot{x}_i = \frac{d^2 x_i}{dt^2} = \frac{d}{dt} \left( \frac{dx_i}{dt} \right) = \frac{d\varphi_1}{dt} \frac{d}{d\varphi_1} \left( \frac{d\varphi_1 dx_i}{dt d\varphi_1} \right) = \omega_1^2 \frac{d^2 x_i}{d\varphi_1^2} + \omega_1 \frac{d\omega_1}{d\varphi_1} \frac{dx_i}{d\varphi_1}, \quad (i=1, 2)$$

$$\ddot{\varphi}_i = \frac{d^2 \varphi_i}{dt^2} = \omega_1 \frac{d^2 \varphi_i}{d\varphi_1^2} + \omega_1 \frac{d\omega_1}{d\varphi_1} \frac{d\varphi_i}{d\varphi_1} \quad (2)$$

После преобразования системы уравнения (1) с учетом (2) примет вид:

$$m_1 \left( \omega_1^2 \frac{d^2 x_1}{d\varphi_1^2} + \omega_1 \frac{d\omega_1}{d\varphi_1} \frac{dx_1}{d\varphi_1} \right) + \varepsilon_1 \omega_1 \frac{dx_1}{d\varphi_1} + (k_{10} + k_{12})x_1 + \beta_1 x_1^3 + k_{12}(x_1 - x_2) =$$

$$= k_{10} \rho \sin \varphi_1$$

$$m_2 \left( \omega_1^2 \frac{d^2 x_2}{d\varphi_1^2} + \omega_1 \frac{d\omega_1}{d\varphi_1} \frac{dx_2}{d\varphi_1} \right) + \varepsilon_2 \omega_1 \frac{dx_2}{d\varphi_1} + (k_{20} + k_{12})x_2 + \beta_2 x_2^3 - k_{12}(x_1 - x_2) =$$

$$= k_{20} \rho \sin \varphi_2 \quad (3)$$

$$J_1 \omega \frac{d\omega_1}{d\varphi_1} + g_1 \omega_1 = M_{10} - b_1 \omega_1 + k_{10} \rho (x_1 - \rho \sin \varphi_1) \cos \varphi_1$$

$$J_2 \left( \omega_1 \frac{d^2 \varphi^2}{d\varphi_1} + \omega_1 \frac{d\varphi_2}{d\varphi_1} \frac{d\omega_1}{\varphi_1} \right) + g_2 \omega_1 \frac{d\varphi_2}{d\varphi_1} =$$

$$= M_{20} - b_2 \omega_1 \frac{d\varphi_2}{d\varphi_1} + k_{20} \rho (x_2 - \rho \sin \varphi_2) \cos \varphi_2, \quad \text{где } \omega_1 = \frac{d\varphi_1}{dt}$$

Основные особенности поведения такой системы могут быть установлены при анализе приближенных решения сравнительно низких порядков. Будем в первом приближении искать периодическое решение (3) в виде:

$$X_1 = A \cos \varphi_1 + B \sin \varphi_1 = H_1 \cos(\varphi_1 - \delta_1);$$

$$X_2 = C \cos \varphi_1 + D \sin \varphi_1 = H_2 \cos(\varphi_1 - \delta_2);$$

$$\omega_1 = M \cos 2\varphi_1 + N \sin 2\varphi_1 + \omega_0; \quad (4)$$

$$\varphi_2 = L \cos 2\varphi_1 + G \sin 2\varphi_1 + \varphi_1 + \alpha;$$

где  $\alpha$  - угол фазового сдвига,  $H_1 = \sqrt{A^2 + B^2}$ ,  $H_2 = \sqrt{C^2 + D^2}$ .

Условия гармонического баланса приводят к следующей системе алгебраическому уравнений для определения  $A, B, C, D, M, N, G, L, \omega_0, \alpha$ .

Имеется возможность преобразования системы (5) системе с меньшим числом уравнений. В результате несложных, но громоздких преобразований, системе (5) удалось привести к системе двух нелинейных алгебраических уравнений, с двумя неизвестными  $\omega_0, A^2 + B^2$ .

$$f_1(\omega_0 A^2 + B^2) = \left[ \frac{(-a_1^2 + \varepsilon_1^2 \omega_0^2)(A^2 + B^2) - 2\varepsilon_1 \omega_0 a_4 + k_{12}^2 a_5 - k_{10}^2 \rho^2}{2a_1} \right] + a_2 - k_{10}^2 \rho^2 (A^2 + B^2) = 0 \quad (6)$$

$$f_2(\omega_0 A^2 + B^2) = \left[ \frac{(a_6^2 + \varepsilon_2^2 \omega_0^2) a_5 + 2\varepsilon_2 \omega_0 a_4 + 2a_1 a_6 + k_{12}^2 (A^2 + B^2) - k_{10}^2 \rho^2}{2a_6} \right]^2 +$$

$$+ a_2 - k_{10}^2 \rho^2 (A^2 + B^2) = 0, \quad \text{где } a_1 = k_{10} + k_1 + k_{12} - m_1 \omega_0^2 + \frac{3}{4} \beta_1 (A^2 + B^2)$$

$$a_2 = (g_1 + b_1) \omega_0 - M_{10}; \quad a_3 = (g_2 + b_2) \omega_0 - M_{20}; \quad a_4 = 2a_2 + \varepsilon_1 \omega_0 (A^2 + B^2);$$

$$a_5 = \frac{-2a_2 - 2a_3 - \varepsilon_1 \omega_0 (A^2 + B^2)}{\varepsilon_2 \omega_0}; \quad a_6 = k_{20} + k_2 + k_{12} - m_2 \omega_0^2 + \frac{3}{4} \beta$$

Решения системы уравнений (6) позволяют определить основные параметры процесса колебаний в первом приближении. Если система уравнений (6) обладает действительными решениями, то это свидетельствует о принципиальной возможности существования в системе эффекта самосинхронизации.

Решение системы уравнений (6) проводилось с помощью программы Delphi.

В качестве конкретного объекта исследований была система с следующими значениями параметров:

$$m_2 = 7800 \text{ кг}; \quad k_1 = k_2 = 6.05 \cdot 10^7 \text{ Н/м};$$

$$k_{10} = k_{20} = 8 \cdot 10^7 \text{ Н/м}; \quad \beta_1 = \beta_2 = 10^{11} \text{ Н/м}^3;$$

$$\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = 8 \cdot 10^5 \text{ с} \cdot \text{Н/м}; \quad \rho = 0.015 \text{ м};$$

$$J_1 = J_2 = 5.85 \text{ Н} \cdot \text{м} / \text{с}^2; \quad g_1 = g_2 = 2.2 \text{ Н} \cdot \text{м} \cdot \text{с};$$

$$M_{10} = M_{20} = 10773.6 \text{ Н} \cdot \text{м}; \quad b_1 = b_2 = 173.86 \text{ Н} \cdot \text{м} \cdot \text{с};$$

Значения жесткости  $k_{12}$ , массы  $m_1$  варьировались в следующих пределах:

$$k_{12} = 10^7 \text{ Н/м} \div 2 \cdot 10^8 \text{ Н/м} \quad \text{с шагом } 5 \cdot 10^6 \text{ Н/м}$$

$$m_1 = 3800 \text{ кг} \div 7800 \text{ кг} \quad \text{с шагом } 500 \text{ кг}.$$

Это осуществлялось целью оценки возможностей захватывания системы в режим самосинхронизации при изменении параметров. Варьирование значения  $k_{12}$  связана тем, что при составлении уравнения движения предполагалось, что устанавливаемая на рабочие органы форма с (технологической нагрузкой или без него) не обеспечивает превращения их в одно абсолютно твердое тело.

В связи с этим в математическую модель была введена упругая связь с жесткостью  $k_{12}$ , которое может принимать любое значение, учитывая практическую невозможность ее контроля.

Отметим, что при всех рассматриваемых значениях параметров система выходила на периодический режим колебания. На рис. 2. приведена зависимость угла сдвига фаз  $\alpha$  вращения кривошипов в установившемся режиме движения системы от жесткости  $k_{12}$  при различных значениях  $\lambda$ . Здесь  $\lambda$  соотношения масс, т.е.  $\lambda = \frac{m_1}{m_2}$ . Анализ полученных результатов, показывает, что с

увеличением соединяющей жесткости  $k_{12}$  имеет место уменьшение угла сдвига фаз  $\alpha$ . В пределе при переходе к абсолютно жесткому соединению масс  $m_1$  и  $m_2$  режим работы вибровозбудителей стремится к синфазному. Этот факт следует учитывать при практическом использовании эффекта самосинхронизации в резонансных машинах, особенно в тяжелых машинах технологического назначения.

Графики предоставленные на рис. 3. показывают, что средняя угловая скорость вращения кривошипов в установившемся движении сравнительно мало изменяется при изменении массы  $m_1$ . Общее увеличение масс рабочих органов приводит к небольшому снижению скорости  $\omega_0$ .

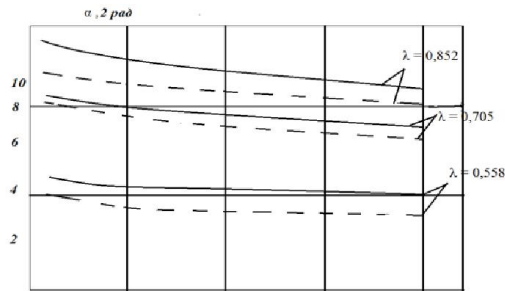


Рис. 2. Зависимость угла сдвига фаз  $\lambda$  от жесткости  $k_{12}$  при различных значениях  $\lambda$

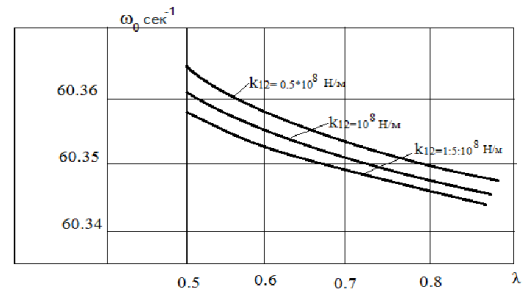


Рис. 3. Зависимость средней угловой скорости  $\omega_0$  от отношений масс  $\lambda = m_1/m_2$  при различных значениях  $k_{12}$

При вычислениях было установлено, что жесткость  $k_{12}$  практически не влияет на среднюю угловую скорость вращения кривошипов. Изменение жесткости и величины  $\lambda = \frac{m_1}{m_2}$  также не оказывает существенного влияния на амплитуды колебаний рабочих органов.

Была составлена программа на языке Delphi, позволяющий визуально наблюдать над движениями рассматриваемой динамической системы (рис.6).

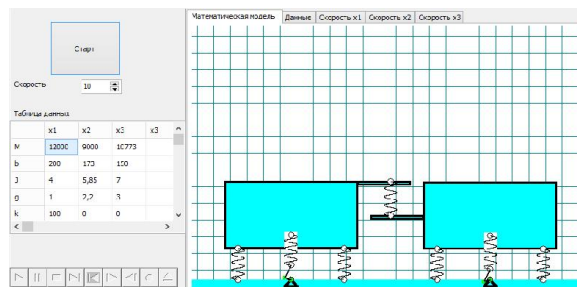


Рис.- 6. движение динамической системы

Программа позволяет варировать основными параметрами системы [3]. Кроме того, на языке Maple составлена программа позволяющий получить на базе рассматриваемой схемы получить кинематические параметры динамической системы. На рисунках 7 и 8 видны синхронность перемещение блоков.

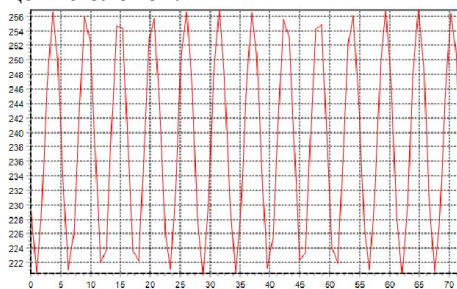


Рис.- 7. Перемещение первого блока.

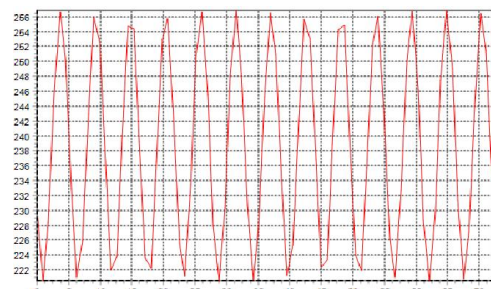


Рис.-8. Перемещение второго блока.

Результаты показывает, что режим самосинхронизации в этих машинах устройство удерживается при изменении ряда параметров системы в сравнительно широких пределах.

#### Литература:

1. Блехман И.И. Самосинхронизация в технике и природе – М. Наука 1978. - 345с.
2. Крюков Б. М. Динамика существенно- нелинейных систем.- М. Машиностроение 1978. - 270 с
3. Культин Н.Б. Издательство: Интернет-издание Год: 2015 -232 с

Рецензент: к.т.н., доцент Тасыбаев А.К.