Салыков С.С., Бапа кызы Айнура, Назарбаева М.Т.

МАТАНАЛИЗ ПРЕДМЕТИНИН НЕГИЗГИ ТҮШҮНҮКТӨРҮН ЖОЖДОРДУН ТӨМӨНКҮ КУРСТАРЫНДА ОКУТУУНУН ТЕХНОЛОГИЯЛАРЫ

Салыков С.С., Бапа кызы Айнура, Назарбаева М.Т.

ТЕХНОЛОГИИ ОБУЧЕНИЯ ОСНОВНЫХ ПОНЯТИЙ ПРЕДМЕТА МАТЕМАТИЧЕСКОГО АНАЛИЗА В МЛАДШИХ КУРСАХ ВУЗОВ

S.S. Salykov, Bapa kyzy Ainura, M.T. Nazarbaeva

TECHNOLOGIES OF LEARNING THE MAIN NOTIONS OF SUBJECT MATHEMATICAL ANALYSIS IN JUNIOR COURSES UNIVERSITIES

УДК:378.147-322:51

Макала математикалык анализ курсунун алгачкы негизги түшүнүктөрүн калыптандырууда түшүнүккө алып келүү жана объектисин түшүнүктүн көлөмүнө таандык болушунан корутунду жасоо иш аракеттерин колдонуу ыкмаларын тиешелүү илимий булактарга жана окутуу практикасына таянуу аркылуу негиздөө менен баяндоого арналган.

Негизги сөздөр: *түшүнүк, теорема, чексиз сан удаалаштыгы, ишмердүүлүк, жыйналуучу удаалаштык, иш аракет.*

В работе на основе анализа соответствующей научно-педагогической литературы и опыт работы в ВУЗах, разработаны технологии формирования основных понятий предмета матанализа в младших курсах ВУЗов опираясь на действие подведения под понятие и отыскание следствий.

Ключевые слова: *понятие, теорема, бесконечная числовая последовательность, деятельность, сходящая последовательность, действие.*

In work on the basis of the analysis of the relevant scientific and pedagogical literature and work experience in universities, a technology was developed for the formation of basic concepts of the subject of mathematical analysis in junior courses of universities based on the action of summarizing the concept and finding the consequences.

Key words: *notion, theorem, infinite sequence of numbers, activities, descending of sequence, action.*

Биз бул чакан макалабызда төмөнкү курстун студенттерине математикалык анализ курсунун түйүндүү түшүнүктөрүн калыптандыруунун технологияларына талдоо жүргүзмөкчүбүз. Чындыгында эле, сан удаалаштыгы, сан удаалаштыгынын жана функциянын предели, үзгүлтүксүздүк, туунду сыяктуу математикалык анализдин алгачкы түшүнүктөрү жана алардын касиеттери жөнүндөгү чыныгы билимдерге ээ болуу келечекте математика мугалими кесибин тандап алган студенттерге сунуштала турган бардык математикалык предметтерди окуп-үйрөнүүсүнүн, аларды сапаттуу өздөштүрүүнүн негизин түзө тургандыгы белгилүү.

Анализ курсунун алгачкы темаларынын бири чексиз сан удаалаштыгы жана анын предели болуп эсептелет.

Анализ курсунун жогоруда келтирилген жана кийинки бөлүмдөрдө сунуштала турган түшүнүктөрдү окуп үйрөнүүдө илимий түшүнүктөрдү калыптандыруунун жалпы теориялык негиздерин жетекчиликке алуу максатка ылайык. Барыдан мурда, билим алуу процессине ишмердүүлүк катарында мамиле кылууну сунуштаган концепцияны негиз катарында кабыл алуу орундуу боло турганы илимий-педагогикалык булактарда ишенимдүү түрдө көрсөтүлүүдө. [1] [3] Мында негизги психологиялык түшүнүктөрдүн өзгөчөлүктөрүн тактап алуу зарыл. Маселен, белгилүү писхолог С.П. Рубинштейндин көрсөтүүсү боюнча ой жүгүртүү- бул барыдан мурда, анализ аркылуу бөлүнүп алынганды анализдөө жана синтездөө болуу менен, анадан ары алардан туунду болгон абстракциялоо жана жалпылоо болот. Ушул процесстердин өз ара карым-катнаштарынын закон ченемдүүлүктөрү, чындыгында, ой жүгүртүүнүн ички закон ченемдүүлүгүн түзөт. Көрсөтүлгөн жагдайга байланыштуу билим алуу процессин ар бир жеке адамдын аналитикалык-синтетикалык ишмердүүлүгү катарында кароого болот. Анализдин негизги түшүнүктөрүн студенттер тарабынан кабыл алуу процессине, байкоо жүргүзүү, сунуш кылынган программалык материалдарды өздөштүрүүдө пайда болгон кыйынчылыктар, барыдан мурда, билим алуучулар таанып билүүчүлүк иш аракеттердин курамына кирүүчү акыл иш аракеттерин туура жана толук кандуу түрдө аткарууга даяр эмес экендигин көрсөтүп отурат. Ошондуктан, окуу предметинин жеке гана мазмундук – логикалык жагына көңүл буруу менен чектелбестен, акыл ишмердүүлүгүнүн ар бир түрүнө адекваттуу болгон иш аракеттер билимдерди өздөштүрүүнүн каражаты да, предмети да болуп калууга тийиш. Түшүнүк – бул чындыктын аныкталып жаткан предметтеринин же кубулуштарынын жалпы, маңыздуу жана айырмалоочу белгилерин чагылтыла турган ой жүгүртүүнүн формасы. Билим алуучулардын акыл сезиминде жалпылоолорду жана түшүнүктөрдү калыптандыруу, алардын илим-билимге ээ кылуу процессинин негизги, башкы максаттарынын бири болуп калууга тийиш. [2, 11] [3, 17] Математикалык түшүнүктөр жогорку деңгээлдеги жалпылык жана абстрактуулук мүнөзгө ээ болушуп, көрсөтүлгөн багытта аларга өзгөчө орун таандык.

Таанып билүү ишмердүүлүгүн, башкарып ишке ашыруунун объектиси катарында мүнөздөө менен, белгилүү психолог Н.Ф. Талызина илимий түшүнүктөрдү калыптандырууда төмөнкүлөрдү эске алууну сунуштайт. Түшүнүктү калыптандыруу, барыдан мурда, түшүнүктүн конкреттүү предметтердеги зарыл жана жетиштүү белгилерин тактап билүүнү камсыздай турган мүнөздүү (өзгөчө) операциялардын системасын өздөштүрүүдөн башталышы абзел. Ошону менен бирге эле, андан ары, объектилерди түшүнүккө алып келүү жана объектинин предметтердин кандайдыр классына таандык болуусунан натыйжаларды чыгаруу деп аталган, операциялардын жалпы логикалык системасын өздөштүрүүнү уюштуруу зарылдыгы белгиленет. Ушул операциялар түшүнүктү өздөштүрүүнүн психологиялык механизмин түзүшүп, аларсыз түшүнүктү клыптандыруу да, ар кандай маселелерди чечүүдө колдонууга да мүмкүн эместиги белгиленет. Н.Ф. Талызинанын ою боюнча көрсөтүлгөн операциялардын системасы аркылуу түшүнүктөрдү калыптандыруу ишин ырааттуу түрдө, белгилүү тартипте аткарууга жол ачылат. [6, 37]

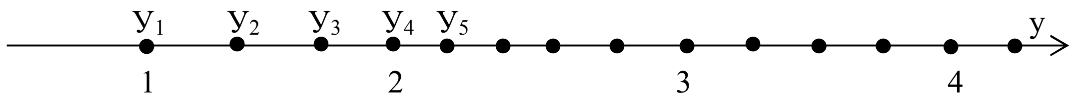
Математикалык түшүнүктөрдү өздөштүрүүнү камсыздоочу таанып билүү ишмердүүлүгүнүн структурасына жалпы. (анализ, синтез, салыштыруу, абстрациялоо жана конкреттештирүү, жалпылоо, классификациялоо) жана өзгөчө иш аракеттер (түшүнүккө алып келүү, жана объектинин түшүнүккө таандык болуу фактысынан ошол объект ээ боло турган касиеттердин системасына өтүү) кирет.

Илимий түшүнүктөрдү калыптандыруу процессинин жогоруда келтирилген өзгөчөлүктөрүн эске алуу менен, чексиз сан удаалаштыгы түшүнүгүн калыптандыруу процессин конкреттүү – индуктивдик жодду колдонуу аркылуу мисалдарды жана алардын графиктерин кароодон баштайбыз.

1) $1,\ \sqrt{2}, \sqrt{3}, 2, \sqrt{5}, \sqrt{6}, \sqrt{7}, 2\sqrt{2},$ $\qquad y_n = \sqrt{n}$

2) $\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \frac{4}{5}, \frac{5}{6}, \frac{7}{8}, \frac{8}{9}, \ldots$ $\qquad y_n = 1 - \frac{1}{n+1} = \frac{n}{n+1}$

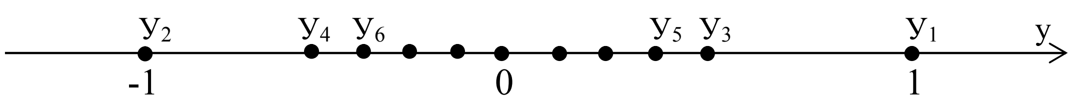
Графиги:



3) $1,\ -1,\ \frac{1}{3}, -\frac{1}{3}, \frac{1}{5}, -\frac{1}{5}, -\frac{1}{7}, -\frac{1}{7} \ldots$ $\qquad y_n = \frac{1}{2n}\left[1-(-1)^n\right] - \frac{1}{2(n-1)}\left[1+(-1)^n\right]$

4) $1,\ \frac{2}{3}, \frac{1}{3}, \frac{4}{5}, \frac{1}{6}, \frac{6}{7}, \frac{1}{7}, \frac{8}{9}, \ldots$ $\qquad y_n = \frac{1}{2n}\left[1-(-1)^n\right] + \frac{n}{2(n+1)}\left[1+(-1)^n\right]$

Графиги:



Эгерде ар кандай натуралдык санга (орундун номерине) кандайдыр бир закон боюнча белгилүү сан (удаалаштыктын мүчөсү) бир маанилүү ылайык коюлса, анда чексиз сан удаалаштыгы берилди деп айтышат жана ал ылайык келүү жалпы түрдө төмөндөгүдөй сүрөттөлүп көрсөтүлөт.

$1 \rightarrow У_1,\ 2 \rightarrow У_2,\ 3 \rightarrow У_3,\ 4 \rightarrow У_4, \ldots, n \rightarrow У_n, \ldots$

Андан ары чексиз сан удаалаштыгынын касиеттери берилет. Математикалык түшүнүктөрдүн абстрактуу объектилер экендиги символдордун тилин кеңири колдонууга шарт түзүп, алар, ошол эле учурда, тиешелүү математикалык түшүнүктү материалдаштырууну ишке ашырууга мүмкүндүк бере турганын студенттер ачык түшүнүүгө тийиш. Математикалык –логикалык символика түшүнүктүн аныктамасын жана анын мүнөздүү касиеттерин ыңгайлуу формада жазууга мүмкүндүк берүү менен билим алуучулардын ой жүгүртүүсүн өстүрүүгө, барыдан мурда, абстракциялоону жана жалпылоону толук кандуу түрдө ишке ашырууга көмөктөшөт. Маселен чексиз сан удаалаштыгынын $[5]$ айрым касиеттерин кванторудук операциялардын жардамы менен логикалык –математикалык символдордун тилинде төмөндөгүчө жазууга мүмкүн.

1. $\forall(y_n)$ $[(y_n)-$ кемибөөчү удаалаштык болот] $\Leftrightarrow (\forall_n \in N)(y_1 \le y_2 \le y_3 \le \ldots \le y_n \le \ldots)$
2. [$\forall(y_n)$], [(y $_n$) өспөй турган удаалаштык болот] $\Leftrightarrow (\forall_n)(y_1 \ge y_2 \ge y_n \ge \ldots y_n \ge)$

Студенттер жогорудагы мисалдарга кайрылып, түшүнүккө алып келүү операциясын көрсөтүлгөн аныктамалардын логикалык структурасына ылайык колдонуу менен (1), (2), удаалаштыктар монотондуу, ал эми (3), (4) болсо монотондуу эмес удаалаштыктар экендигин негиздеп көрсөтүшөт. Ал эми пределдин аныктамасы логикалык- математикалык символдор аркылуу төмөндөгүчө берилип, бир кыйла татаал структурага ээ:

[$(\forall(y_n)][(\forall a \in R)(a - саны(y_n)]$ үчүн предел болот)] $\Leftrightarrow (\forall_\varepsilon \in R+)(\exists N-)$натуралдык сан) $(\forall n_n > N)[(|y_n a| < \varepsilon)]$. Бул аныктамага талдоо жүргүзүү менен, айрыкча N саны каалагандай ε оң саны үчүн жашай турганы зарыл болуп, $|y_n - a| < \varepsilon$ барабарсыздыгы ар бир ε үчүн, бардык n > N болгондо аткарылышы керек экендигине билим алуучулардын көңүлүн буруп коебуз. Ушундай n номерлери да чексиз экендигин белгилейли.

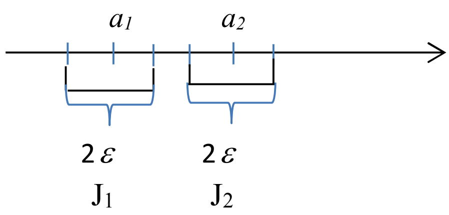
Мисал катарында (1) удаалаштык 1 ге умтула турганын б.а. $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n}{n+1} = 1$ шарты аткарылаарын көрсөтүүгө болот. ε дун жана ага жараша N – дин конкреттүү маселелерин да кароого болот.

Албетте кийинки сабактарда удаалаштыктын пределге ээ болусунун зарыл, бирок жеткиликтүү эмес (удаалаштыктын чектелген болушу) жетиштүү, бирок зарыл эмес шарттары (Вейерштранстын теоремасы) ж.б. ырастоолор далилдөөлөрү менен бериле турганы түшүнүктүү. Көрсөтүлгөн теоремалардын мисалында түз теорема тескериге карама каршы теоремага тең күчтүү, бирок, анын өзүнө тең күчтүү эмес экендигине, логикалык формулага таянуу менен дагы бир жолу,төмөнкү курстун студенттеринин көңүлүн буруп коюу керек.

$A \Rightarrow B \equiv \overline{A} \vee B \equiv B \vee \overline{A} \equiv \overline{\overline{B}} \vee \overline{A} \equiv \overline{B} \Rightarrow \overline{A} \not\equiv B \Rightarrow A$ (Туюнтмасын теңдеш өзгөртүп түзүүдө логикалык операциялардын арасындагы байланыштар жана алардын тиешелүү касиеттери колдонулганын белгилейли).

Мисал катарында пределдин жалгыздыгы жөнүндөгү : теоремага токтололу. Теорема. Эгерде удаалаштык жыйналуучу болсо, анда ал бир гана пределге ээ болот.

Теорема карама-каршысынан далилдөө методу менен далилденет. Мейли берилген жыйналуучу удаалаштык a_1 жана a_2 деген эки пределге ээ болсун дейли. $(б.а. a_1 \ne a_2)$ Ɛ саны Ɛ< $\left|\dfrac{a_1 - a_2}{2}\right|$ же Ɛ= $\dfrac{|a_1 - a_2|}{3}$ шарттары аткарылгандай тандалып алынат. Андан ары a_1, a_2 сандары шарт боюнча предели болгондуктан $|y_n - a_1| < \varepsilon$, $|y_n - a_2| < \varepsilon$ барабарсыздыктары бир эле учурда аткарылып, удаалыштыктын мүчөлөрү n > N_1 жана n > N_2 үчүн J_1 жана J_2 аралыктарында (1-сүрөт) жайгаштырылган болот.



1- сүрөт

Анда N_1 жана N_2 номерлеринин чоңунан чоң болгон номерлер үчүн, мүмкүн эместиги ачык көрүнүп турган айтылыш келип чыгат: удаалыштыктын мүчөлөрү бир эле мезгилде J_1 жана J_2 аралыгында жатат. Билим алуучуларга далилдөөнүн бул методу акыл ишмердүүлүгүнүн бир түрү катарында,

логиканын карама- каршылык $\left(A \,\&\, \overline{A}\right)$ жана үчүнчү мүмкүнчүлүктү төгүнгө чыгаруу $\left(A \vee \overline{A}\right)$ закондоруна, ошондой эле төмөнкү логикалык теңдештикке негизделе турганына токтолуп коюу дурус болот. $A \Rightarrow B \equiv \overline{A} \vee B \equiv \overline{\overline{\overline{\overline{A}} \vee B}} \equiv \overline{\overline{\overline{A}} \,\&\, \overline{B}} \equiv \overline{A \,\&\, \overline{B}} \equiv \overline{A \,\&\, \overline{B}} \vee \left(C \,\&\, \overline{C}\right) \equiv A \,\&\, \overline{B} \Rightarrow C \,\&\, \overline{C},$

$б.а. A \Rightarrow B \equiv A \,\&\, \overline{B} \Rightarrow C \,\&\, \overline{C}.$

Логикалык теңдештиктен көрүнүп тургандай, чындыгында, бул учурда берилген теоремага тең күчтүү болгон теореманы далилдөөгө келтирилет.

Матанализ курсунун бир катар теорияларын негиздеп көрсөтүүгө карама-каршысынан далилдөө методу кеңири колдонулгандыктан, жогоруда келтирилген, бул методдун мазмундук- логикалык маңызы жөнүндөгү, кыскача маалыматты мезгил – мезгили менен (мүмкүн болушунча аны кеңейтүү аркылуу) тереңдетип берүү максатка ылайыктуу.

Жыйынтыктап айтканда, педагогикалык ЖОЖдордо матанализ курсунун негизги сүйлөмдөрүн өздөштүрүү боюнча студенттердин таанып билүү ишмердүүлүгүн ал сүйлөмдөргө адекваттуу болгон иш аракеттердин негиздүү тандалып алынган системасы аркылуу уюштуруу, жетектөө жана ишке ашыруу, билим алуунун сапатынын жогорулашына алып келе турганын окутуучулар эске алууга тийиш.

Адабияттар:

1. Бекбоев И.Б. Инсанга багыттап окутуу технологиясынын теориялык жана практикалык маселелери. – Б.: “Педагогика”, 2003.
2. Вольхина И.Н., Ярова Е.А. Общая методика обучение математике. – Новосибирск: Издательство НГПУ , 2004.
3. Груденов Я.И. Изучение определений, аксиом и теорем. – М.: Просвещение 1988
4. Давыдов В.В. Виды обобщение в обучении. – М.: Педагогика 1972
5. Корн Г., Корн Т. Справочник по математике. – М.: Изд. «Наука»1968
6. Формирование премы математического мышления. Под редакции Н.Ф.Талызиной. – М.: МГУ, ТОО «Венталь - Граф» 1995

Рецензент: д.ф.-м.н., доцент Исабеков К.