Касымбекова Д.А., Дүйшеева Г.Ж.

MATHCAD СИСТЕМАСЫНДА ПРОГРАММАЛООНУ КОЛДОНУУ МЕНЕН ТРАНСПОРТТУК МАСЕЛЕЛЕРДИ ЧЫГАРУУ

Касымбекова Д.А., Дүйшеева Г.Ж.

РЕШЕНИЕ ТРАНСПОРТНЫХ ЗАДАЧ С ПРИМЕНЕНИЕМ ПРОГРАММИРОВАНИЯ В СИСТЕМЕ MATHCAD

D.A. Kasymbekova, G.Zh. Dysheyeva

TRANSPORT TASKS USING MATHCAD SYSTEM PROGRAMMING

УДК: 372.851.2

Бул макалада сызыктуу программалоо түшүнүгү, ошондой эле математикалык моделдөөнүн берилген классынын кеңири жайылтылган маселеси – транспорттук маселе каралат. Ар түрдүү белгилер боюнча классификациялоо келтирилет: убакыт жана нарк, баланстуулук критерийлери. MathCAD автоматташтырылган проектирлөө системасында программалоону колдонуу менен чыгаруунун иштелип чыккан алгоритми баяндалат.

Негизги сөздөр: *сызыктуу программалоо, транспорттук маселе, автоматташтырылган проектирлөө системасы (АПРС), MathCAD, программалоо.*

В данной статье рассматривается понятие линейного программирования, а также наиболее распространенная задача данного класса математического моделирования – транспортная задача. Приводится классификация по разным признакам: критериям времени и стоимости, сбалансированности. Описывается разработанный алгоритм решения с использованием программирования в САПР

Ключевые слова: *линейное программирование, транспортная задача, система автоматизированного проектирования, MathCAD, программирование.*

This article considers the concept of linear programming, as well as the most common problem of this class of mathematical modeling - transport problem. A classification according to various criteria: the criteria of time and cost balance. Describes the algorithm developed solutions using CAD software

Key words: *linear programming, transportation task, computer-aided design, MathCAD, programming.*

Математикалык билимдер жана көндүмдөр практикада дээрлик бардык кесиптерде, баарынан мурда табигый илимдер, техника жана экономика менен байланышкан кесиптерде керек болот. Сызыктуу программалоо математикалык программалоонун бир бөлүгү болуп саналат. Математикалык программалоо- бул, чектөөлөр менен берилген көп өлчөмдүү маселелердин теориясын жана аларды сандык чыгаруу методдорун иштеп чыккан математиканын бөлүмү. Сызыктуу программалоо маселелеринин бири транспорттук маселе – өндүрүш пункттарындагы бир тектүү продуктыны керектөө пункттарына көбүрөөк үнөмдүү планда ташуу жөнүндөгү маселе.

Изилдөөнүн актуалдуулугу: математикалык моделдөөнү колдонуу чөйрөсүнүн кеңейиши; математиканын жана экономиканын реалдуу маселелерин чыгарууда каралган методдордун практикалык колдонулушу;

Изилдөө максаты: транспорттук маселелерди чыгаруу методдорун үйрөнүү жана аларды Math CAD автоматташтырылган проектирлөө системасын колдонуу менен тажрыйба-эксперименталдык иште апробациялоо.

Изилдөө маселелери:

1. Транспорттук маселенин математикалык моделин жана типтерин кароо.
2. MathCAD да транспорттук маселелерди чыгаруу методдорун реализациялоо үчүн алгоритмди түзүү.
3. MathCADда программалоо элементтерин колдонуу менен эксперименталдык иште иштелип чыккан алгоритмди апробациялоо.

Транспорттук маселенин математикалык модели.

Транспорттук маселе – сызыктуу прогорам-малоонун типтүү маселелеринин бири, ал өтө рационалдуу жүк ташуунун пландаштырууда каралат. Өтө рационалдуу жүк ташууну пландаштыруу деп бирде наркы минималдуу болгон, бирде убакыттан ута турган жүк ташуунун планын табуу түшүнүлөт. Биринчи маселе – критерийи нарк болгон транспорттук маселе, экинчиси – критерийи убакыт болгон транспорттук маселе деп аталат.

Р жөнөтүү пункттарынын ар биринде бир өңчөй жүктүн бирдиги a_i (i=1,2, …, p) q керектөөчү пункттардын ар биринде b_k (k=1,2, … , q) бирдикте жеткирилүүгө тийиш болсун, i жөнөтүү пункттан k керектөө пунктуна жүктүн бирдигин жеткирүүгө кеткен нарк C_{ik} берилсе, анда x_{ik} менен i жөнөтүү пункттан k керектөө пунктка жеткирилген жүктүн бирдигинин саны белгиленет.

$x_{ik} \geq 0 \ (i = 1,2, \dots, p, \ k = 1,2, \dots, q)$ болсо, анда x_{ik} өзгөрмөлөрү төмөнкү чектөө шарттарын канааттандырышы керек:

1) $\sum_{k=1}^{q} x_{ik} = a_i \ (i = 1,2, \dots, p);$
2) $\sum_{i=1}^{p} x_{ik} = b_k \ (k = 1,2, \dots, q);$
3) $x_{ik} \geq 0 \ (i = 1,2, \dots, p, \ k = 1,2, \dots, q)$

Жүк ташууга кеткен жалпы чыгым:

$$L = C_{11}x_{11} + C_{12}x_{12} + \dots + C_{pq}x_{pq}$$

чоңдугуна барабар. Демек көрсөтүлгөн 1-, 2-, 3-шарттарын канааттардырган жана L функциясын

(максат функциясын) минималдаштырган pq сандагы өзгөрмөлөрдү табуу керек.

Эгерде бардык p пункттарынан жөнөтүлгөн жүктөрдүн саны керектөөчү q пункттарына ташылган жүктөрдүн санына барабар болсо, анда

$$\sum_{i=1}^{p} a_i = \sum_{k=1}^{q} b_k$$

шарты орун алат. Транспорттук маселенин математикалык модели:

$$\sum_{k=1}^{q} x_{ik} = a_i \quad (i = 1,2,\dots,p); \quad x_{ik} \geq 0$$

$$\sum_{i=1}^{p} x_{ik} = b_k \quad (k = 1,2,\dots,q); \quad x_{ik} \geq 0$$

чектөө системалары берилсе, анда

$$L_{min} = \sum_{k=1}^{p} \sum_{i=1}^{q} c_{ik} x_{ik}.$$

АПРС MathCAD жардамы менен транспорттук маселени чыгаруу

Баланстуулук шартында транспорттук маселенин мисалын карайлы.

Кондитердик концернге үч фабрика жана беш дүкөн кирет. Фабрикалар жумасына 250, 275 жана 225 бирдик продукцияларды өндүрүшөт. Беш дүкөнгө жумасына 100, 200, 50, 275 жана 125 бирдик продукциялар талап кылынат. Заводдон дүкөнгө продукциянын бирдигин ташуунун наркы таблицада көрсөтүлгөн.

Дүкөндөр					
1	2	3	4	5	
Фабрика 1	1.5	2	1.75	2.25	2.25
Фабрика 2	2.5	2	1.75	1	1.5
Фабрика 3	2	1.5	1.5	1.75	1.75

Жалпы транспорттук чыгымды минимизациялоо максатында жүк ташуу планын түзүү керек. Маселенин математикалык моделин карайлы.

x_{ik} - i-фабрикадан k-дүкөнгө жеткизилген белгисиз көлөм.

$z = \sum_{i=1}^{3} \sum_{k=1}^{5} c_{ik} x_{ik}$ жалпы транспорттук чыгымды минималдаштыруу керек, мында c_{ik} – i-фабрикадан k-дүкөнгө жүк ташуунун наркы. x_{ik} өзгөрмөлөрү төмөнкү чектөөлөрдү канааттандырышы керек:

- жүктүн көлөмү терс эмес ($x_{ik} \geq 0$);

- бардык продукция заводдон ташылып чыгат $\sum_{k=1}^{q} x_{ik} = a_i \ (i = 1..3)$, мында a_i – i- заводдогу өндүрүш көлөмү;

- бардык дүкөндөрдүн керектөөсү толугу менен канааттандырылган болушу керек $\sum_{i=1}^{p} x_{ik} = b_k \ (k = 1..5)$, мында b_k – k- дүкөндүн керектөөсү.

Демек, төмөндөгүдөй оптимизация маселеси алынат. Z максат функциясы өзүнүн минималдуу маанисине жеткен жана жогоруда келтирилген чектөөлөрдү канааттандырган $X(x_{ij})$ матрицанын маанилерин тапкыла. [4, с.84]

АПРС MathCAD да чечүүчү блоктун жардамы менен транспорттук маселени чыгарууда:

1. C матрицасын жана a жана b векторлорун аныктоо керек.

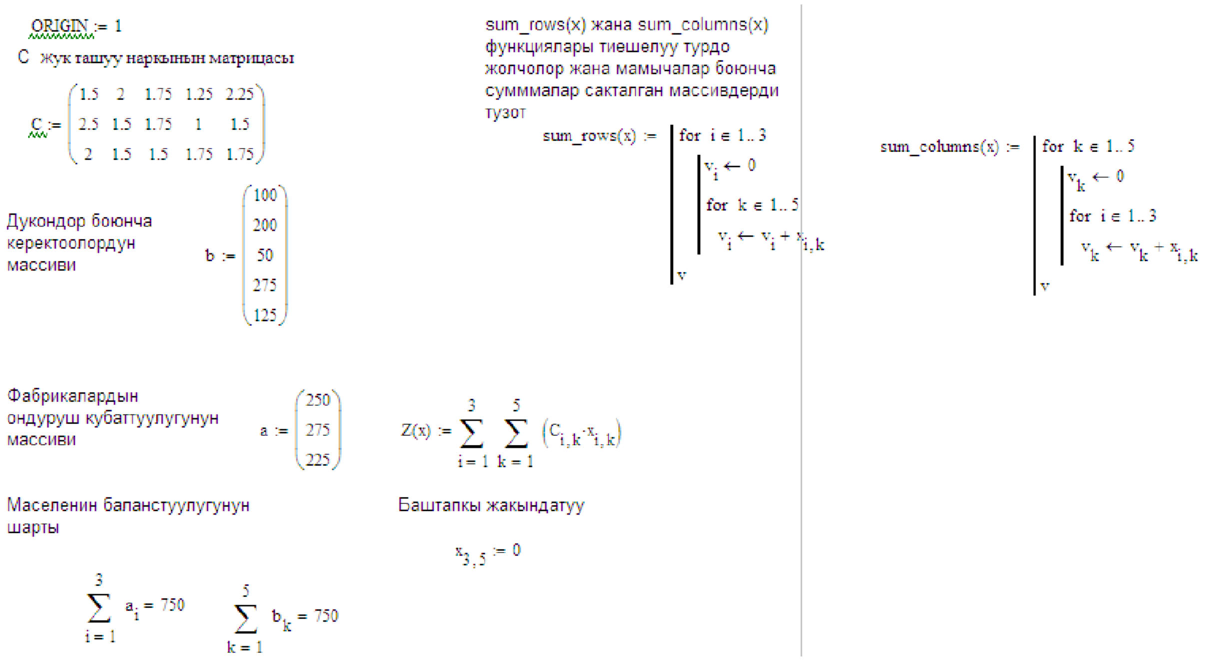
2. Z максат функциясын түзүү керек.

3. X баштапкы жакындатылган матрицаны берүү керек.

4. Чечүүчү блокто чектөөлөрдү киргизебиз, ал үчүн $\sum_{i=1}^{3} x_{ik}$ жана $\sum_{i=1}^{5} x_{ik}$ сакталган массивдерди түзүү керек.

5. Решить задачу оптимизации с помощью функции Minimize функциясынын жардамы менен оптимизация маселесин чыгарабыз.

АПРС MathCADда каралып жаткан транспорттук маселе үчүн баштапкы берилгендер төмөндөгүдөй түрдө болот:



1-сүрөт. АПРС MathCadдагы транспорттук маселенин баштапкы маалыматтарын түзүү

Андан кийин *Given — Minimize* блогун колдонуу менен маселенин оптималдуу чыгарылышын издөө керек. [1, с.29] Шарт катары төмөнкү ырастоолор кабыл алынат:

1. Изделүүчү бардык өзгөрмөлөрдүн маанилери терс эмес.

2. Жолчо боюнча суммалоо функциясын колдонууда алынган массив, фабрикалардын өндүрүштүк кубаттуулуктары векторуна барабар болушу тийиш.

3. Мамыча боюнча суммалоо функциясын колдонууда алынган массив, дүкөндөр боюнча керектөөлөрдүн массивине барабар болушу тийиш.

Given

$x \geq 0$ sum_rows(x) = a sum_columns(x) =

x := Minimize(Z,x)

$$x = \begin{pmatrix} 100 & 0 & 0 & 150 & 0 \\ 0 & 25 & 0 & 125 & 125 \\ 0 & 175 & 50 & 0 & 0 \end{pmatrix} \qquad Z(x) = 1.025 \times 10^3$$

2-сүрөт. MathCADда балансталган маселе үчүн чечүүчү блок

Бул алгоритмди аткаруу жыйынтыгында берилген шарттар үчүн оптималдуу планды жана максаттык функциянын туура келген маанисин алабыз.

Эми, продукциянын ашык өндүрүлгөн шартында берилген транспорттук маселени чыгаруу алгоритмин карайлы.

Кондитердик концернге үч фабрика жана беш дүкөн кирет. Фабрикалар жумасына 250, 275 жана 235 бирдик продукцияларды өндүрүшөт. Беш дүкөнгө жумасына 100, 200, 50, 275 жана 125 бирдик продукциялар талап кылынат. Заводдон дүкөнгө продукциянын бирдигин ташуунун наркы таблицада көрсөтүлгөн. Жалпы транспорттук чыгымды минимизациялоо максатында жүк ташуу планын түзүү керек.

Маселе балансталбаган болуп саналат. Аны чыгаруу үчүн фиктивдүү дүкөндү киргизебиз жана ага бардык фабрмкаларда өндүрүлгөн продукция менен дүкөндөрдүн бардык керектөөлөрүнүн ортосундагы айырманы жеткирүү керек. Бул учурда айырма 10 жана жеткирүү наркы 0. Жогорку маселенин чыгарылышына кээ бир өзгөрүүлөрдү киргизүү менен, продукцияны ашык өндүрүү шартындагы транспорттук маселенин чечүүчү блогун алабыз.

ORIGIN := 1

$$C := \begin{pmatrix} 1.5 & 2 & 1.75 & 1.25 & 2.25 & 0 \\ 2.5 & 1.5 & 1.75 & 1 & 1.5 & 0 \\ 2 & 1.5 & 1.5 & 1.75 & 1.75 & 0 \end{pmatrix} \qquad b := \begin{pmatrix} 100 \\ 200 \\ 50 \\ 275 \\ 125 \\ 10 \end{pmatrix} \qquad a := \begin{pmatrix} 250 \\ 275 \\ 235 \end{pmatrix}$$

$x_{3,6} := 0$

```
sum_rows(x) :=  for i ∈ 1..3
                    v_i ← 0
                    for k ∈ 1..6
                        v_i ← v_i + x_i,k
                v

sum_columns(x) :=  for k ∈ 1..6
                       v_k ← 0
                       for i ∈ 1..3
                           v_k ← v_k + x_i,k
                   v
```

$$Z(x) := \sum_{i=1}^{3} \sum_{k=1}^{5} \left(C_{i,k} \cdot x_{i,k}\right)$$

Given

$x \geq 0$ sum_rows(x) = a sum_columns(x) = b

x := Minimize(Z,x)

$$Z(x) = 1.022 \times 10^3$$

$$x = \begin{pmatrix} 100 & 0 & 0 & 140 & 0 & 10 \\ 0 & 15 & 0 & 135 & 125 & 0 \\ 0 & 185 & 50 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

3-сүрөт. MathCADда ашык өндүрүү шартындагы транспорттук маселенин чечүүчү блогу

Продукциянын жетишсиз шартында берилген транспорттук маселенин чечүүчү блогу ушул сыяктуу түзүлөт. Мисалга: Кондитердик концернге үч фабрика жана беш дүкөн кирет. Фабрикалар жумасына 250, 275 жана 225 бирдик продукцияларды өндүрүшөт. Беш дүкөнгө жумасына 100, 200, 50, 275 жана 150 бирдик продукциялар талап кылынат. Заводдон дүкөнгө продукциянын бирдигин ташуунун наркы таблицада көрсөтүлгөн. Жалпы транспорттук чыгымды минимизациялоо максатында жүк ташуу планын түзүү керек. Маселе балансталбаган болуп саналат. Аны чыгаруу үчүн фиктивдүү фабриканы киргизебиз жана ал жетишсиз сандагы продукцияны өндүрөт, андан дүкөнгө ташуу наркы 0 гө барабар деп алабыз.

$$ORIGIN := 1$$

$$C := \begin{pmatrix} 1.5 & 2 & 1.75 & 1.25 & 2.25 \\ 2.5 & 1.5 & 1.75 & 1 & 1.5 \\ 2 & 1.5 & 1.5 & 1.75 & 1.75 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad b := \begin{pmatrix} 100 \\ 200 \\ 50 \\ 275 \\ 150 \end{pmatrix} \quad a := \begin{pmatrix} 250 \\ 275 \\ 225 \end{pmatrix}$$

$$x_{4,5} := 0$$

$$g := \sum_{k=1}^{5} b_k \qquad h := \sum_{i=1}^{3} a_i$$

$$a_4 := g - h$$

```
sum_rows(x) :=  | for i ∈ 1..4
                |   | v_i ← 0
                |   | for k ∈ 1..5
                |   |   v_i ← v_i + x_i,k
                | v

sum_columns(x) :=  | for k ∈ 1..5
                   |   | v_k ← 0
                   |   | for i ∈ 1..4
                   |   |   v_k ← v_k + x_i,k
                   | v
```

$$Z(x) := \sum_{i=1}^{4} \sum_{k=1}^{5} \left(C_{i,k} \cdot x_{i,k}\right)$$

Given

$$x \geq 0 \qquad sum_rows(x) = a \qquad sum_columns(x) = b$$

$$x := Minimize(Z, x)$$

$$x = \begin{pmatrix} 100 & 0 & 0 & 150 & 0 \\ 0 & 25 & 0 & 125 & 125 \\ 0 & 175 & 50 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 25 \end{pmatrix} \qquad Z(x) = 1.025 \times 10^{3}$$

4-сүрөт. MathCADда жетишсиздик шартындагы транспорттук маселе үчүн чечүүчү блок

Транспорттук маселе көп ыкмалар менен чыгарылышы мүмкүн: кол менен эсептөө, стандарттык программалык каражаттардын (Excel) жардамы менен, же атайын программалардын жардамы менен. Берилген класстагы маселелерди заманбап программалык каражаттарды колдонбостон үйрөнүү, бул областта жетиштерлик терең билимдин болушун талап кылат жана көп убакытты алат.

Бул макалада математикалык моделдөө областындагы MathCAD автоматташтырылган проектирлөө системасынын мүмкүнчүлүктөрү каралган. Ар түрдүү шарттардагы транспорттук маселени чыгаруу үчүн алгоритмдер түзүлдү. Бул изилдөөнүн практикалык маанилүүлүгү, мектепте жана жогорку окуу жайларында математиканын, экономиканын кээ бир темаларын үйрөнүүдө ошондой эле, реалдуу экономикалык жана техникалык маселелерди чыгаруу үчүн изилдөө иштерин жүргүзүүдө, транспорттук маселени чыгаруу методдору жана алгоритмдери колдонулгандыгында.

Адабияттар:

1. Алейников И. А. Практическое использование пакета MathCAD при решении задач. – М.: Российский государственный открытый технический университет путей сообщения Министерства путей сообщения Российской Федерации, 2002.
2. Доманова Ю. А., Черняк А. А., Черняк Ж. А. Высшая математика на базе Mathcad: общий курс. – С-Пб: БХВ-Петербург, 2003.
3. Ермаков В. И. Общий курс высшей математики для экономистов. – М.: ИНФА, 2008.
4. Карманов В. Г. Математическое программирование. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2011.
5. Wikipedia: [Электронный ресурс]. URL: http://ru.wikipedia.org/wiki/Транспортная задача (15.03.17г.)
6. Semestr: [Электронный ресурс]. URL: http://math.semestr.ru/transp/task_3.php (Дата обращения: 18.03.17г.)

Рецензент: к.п.н. Раева Ч.Т.