

Шайланова М.М., Стамалиева К.А., Ташматов Ч.О.

ТУУРА БЕШ БУРЧТУК ТҮЗҮҮ МАСЕЛЕЛЕРИНИН АЙРЫМ ЖОЛДОРУ

Шайланова М.М., Стамалиева К.А., Ташматов Ч.О.

НЕКОТОРЫЕ ПУТИ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ ПОСТРОЕНИЯ ПРАВИЛЬНОГО ПЯТИУГОЛЬНИКА

M.M. Shajlanova, K.A. Stamalieva, Ch.O. Tashmatov

METHODS OF CONSTRUCTING A REGULAR PENTAGON

УДК: 517

Туура беш бурчтук түзүү маселеси мурдатан бери эле кыйынчылыктарды жаратып келген, ошондуктан бул илимий макалада бул маселенин чыгарылыштары бир нече жолдор менен берилген.

**Негизги сөздөр:** туура беш бурчтук, туура алты бурчтук, туура он бурчтук, тең капталдуу үч бурчтуктар, тик бурчтуу үч бурчтук, окшош үч бурчтуктар, далилдөөлөр.

Задача построения правильного пятиугольника издавна вызывает трудности, поэтому в этой научной статье даны решения данной задачей несколькими путями.

**Ключевые слова:** правильный пятиугольник, правильный десятиугольник, правильный шестиугольник, равнобедренный треугольник, прямоугольный треугольник, подобия треугольников, доказательство.

The construction of a regular Pentagon is also the issue of establishing in advance that the release of this article, several solutions.

**Key words:** regular Pentagon, regular hexagon, decahedron objective for building analysis and evidence.

Коомдун келечеги билим менен байланышкандыктан азыркы коомдун талабы боюнча мектептер ар тараптан билимдүү, логикалык ой-жүгүртүүсү жогору, өз адистигин так билген мугалимдерди керектейт. Андыктан адистерди даярдоодо компетенттүү мамиле жасоо учурдун талабы. “Окутуу процессинде – аныкталган кесипке ийгиликтүү иштеп кетүүнү камсыз кылуучу компетенцияларды калыптандыруу менен бирге эмгек тажрыйбаларында теориялык жана практикалык милдеттерди чечүүгө компетенттүү болгон чыгармачыл инсандарды өнүктүрүүнү камсыз кылуу./5/

Азыркы билим берүү процессинин мүнөздүү өзгөчөлүгү – окуп жаткандардын чыгармачылык ой жүгүртүүлөрүн өнүктүрүүгө багытталган окуу процессин уюштурууда жана студенттердин чыгармачыл ой жүгүртүүлөрүн өнүктүрүүнүн орду чоң. Бүгүнкү билим берүүнүн негизи өздөштүргөн окуу предметтеринин көптүгүндө эмес, адистин ишмердигинин, ойлоо жөндөмдүүлүгүнүн көп кырдуулугунда дейт./1/

Студенттердин илимий, логикалык ой жүгүртүүнүн өнүгүүсүндө билим берүүнү фундаменталдаштыруу, базалык фундаменталдык илимдерди өздөштүрүү негизги ролду ойнойт. Азыркы учурда математика адистигинде элементардык математика

предметинде туура беш бурчтук түзүү маселеси мурдатан бери эле окуучулар, студенттер үчүн кыйынчылык жаратып келген. Төмөндө бул маселенин бир нече жолдор менен чыгарылыштарын беребиз.

**I жол.** Он туура бурчтук түзүп, анан беш бурчтук түзүү.

**II жол.** Туура беш бурчтуктун жагы туура алты бурчтуктун жана туура он бурчтуктун жагы катеттери болгон тик бурчтуу үч бурчтуктун гипотенузасы болорун билип, б.а.

$$a_5^2 = a_6^2 + a_{10}^2$$

экендигин билип, түзүү.

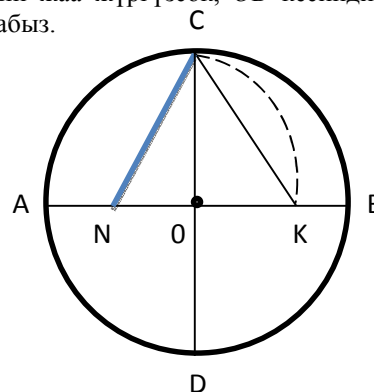
**III жол.** Эки кесиндинин орточо геометриялык маанисин түзүү аркылуу, түзүү:  $c = \sqrt{ab}$ .

**I жол.** Он туура бурчтук түзүп, анан беш бурчтук түзүү:

R радиустуу а й л а н а сызып, AO=R дин тең ортосун таап, N чекити менен белгилеп C чекити менен бириктиребиз. Бул учурда NOC тик бурчтуу

үч бурчтугунан  $NC = \frac{\sqrt{5}}{2}R$  болорун билебиз. NC

кесиндинин циркуль менен өлчөп, борборун N чекити кылып жаа жүргүзсөк, OB кесиндисинен K чекитин табабыз.



1-сүрөт.

Бул учурда OK туура он бурчтуктун жагы  $a_{10} = OK = \frac{\sqrt{5}-1}{2}R$  болорун табалы. Туура көп бурчтуктун

жактарын табу формуласын  $a_n = 2R \sin \frac{180^\circ}{n}$

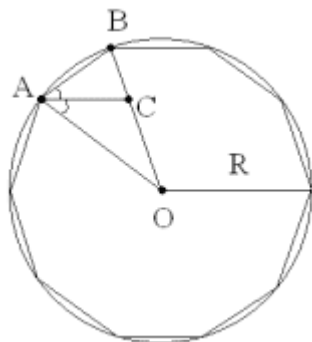
колдонуп,  $a_{10} = 2R \sin 18^\circ$ ка барабар болот. Эми  $\sin 18^\circ$  тун маанисин төмөнкү

$$\sin 18^\circ - \cos 36^\circ = \frac{1}{4}$$

тригонометриялык тендештиктен келип чыгарын далилдейли.

а) Радиусу R болгон айланага ичтен туура он бурчтук сызабыз, мында

AC -  $\triangle OAB$  бурчунун биссектрисасы.



2-сүрөт.

➤  $\triangle ABC$  тең капталдуу үч бурчтук. AO и BO – туура он бурчтуктардын биссектрисалары ( $\alpha_{10} = 144^\circ$ ), мындан:  $\angle OAB = \angle ABO = 72^\circ$ , демек  $\angle AOB = 36^\circ$  барабар.

➤  $\angle OAB = 72^\circ$ , AC – берилген бурчтун биссектрисасы, анда  $\angle CAB = 36^\circ$ , башкача айтканда  $\angle AOB = \angle CAB$ .

➤ В бурчу ABC жана OAB үч бурчтуктарынын жалпы бурчу.

➤ Үч бурчтуктардын окшоштуктарынын биринчи белгиси боюнча  $\triangle ABC \sim \triangle OAB$

➤  $AB = AC = OC$  – булар туура он бурчтуктун жактары.

➤ ABC үч бурчтугунан:  $\angle CAB = 36^\circ$ ,  $\angle ABC = 72^\circ \rightarrow \angle ACB = 72^\circ$ , демек  $AB=AC$ .

➤ OAC үч бурчтугунан:  $\angle CAO = \angle AOC = 36^\circ \rightarrow AC = OC$

➤  $AB = OC$  жактарын x деп белгилейбиз. Анда  $AO = R$  болсо, анда  $BC = R-x$  ка барабар.

Демек, ABC жана OAB үч бурчтуктарынын окшоштуктарынан:

$x^2 + Rx - R^2 = 0$  квадраттык тендемесин алабыз.

$$D = R^2 + 4R^2 = 5R^2,$$

$$x_1 = \frac{-R - \sqrt{5}R}{2} - \text{чыгарылышка ээ болбойт.}$$

$$x_2 = \frac{-R + \sqrt{5}R}{2} = \frac{R(\sqrt{5} - 1)}{2}$$

Демек, AB жагы (туура он бурчтуктун жагы)

$$AB = \frac{R(\sqrt{5} - 1)}{2}$$

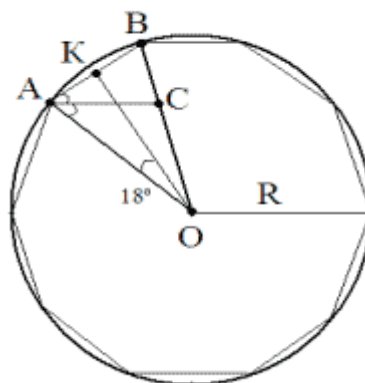
$$a_{10} = 2R \sin 18^\circ$$

Мындан,

$$2R \sin 18^\circ = \frac{R(\sqrt{5} - 1)}{2}$$

$$\text{Демек: } \sin 18^\circ = \frac{\sqrt{5} - 1}{4}$$

б) OAB үч бурчтугунан O бурчунан AB жагына OK медианасын жүргүзөбүз.



3-сүрөт.

Демек OK медианасы - бийиктик да биссектриса да болот. Мындан AOK тик бурчтуу үч бурчтугунан:

$$\sin 18^\circ = \frac{AK}{AO}, \quad AK = AO \cdot \sin 18^\circ, \quad \frac{x}{2} = R \sin 18^\circ$$

$$\frac{R(\sqrt{5} - 1)}{4} = R \sin 18^\circ \sin 18^\circ = \frac{\sqrt{5} - 1}{4}$$

$$c) \quad \sin 18^\circ \cos 36^\circ = \frac{1}{4}, \quad \sin 18^\circ \cos 2 \cdot 18^\circ = \frac{1}{4}$$

$$\sin 18^\circ (1 - 2 \sin^2 18^\circ) = \frac{1}{4}$$

$$\sin 18^\circ - 2 \sin^3 18^\circ = \frac{1}{4}$$

$y = \sin 18^\circ$  деп белгилеп төмөнкүнү алабыз

$$y - 2y^3 = \frac{1}{4}$$

Орток бөлүмгө келтирип, жөнөкөйлөтөбүз

$$4y - 8y^3 = 1, \quad 8y^3 - 2y - 2y + 1 = 0$$

$$2y(4y^2 - 1) - (2y - 1) = 0$$

$$(2y - 1)(4y^2 + 2y - 1) = 0$$

$$2y - 1 = 0, \quad y = 1/2$$

$$4y^2 + 2y - 1 = 0$$

$$y_{1,2} = \frac{-1 \pm \sqrt{5}}{4}, \quad y = \frac{\sqrt{5} - 1}{4}.$$

$$\sin 18^\circ = \frac{\sqrt{5} - 1}{4}$$

$$\begin{aligned} \sin 36^\circ &= \sin 2 \cdot 18^\circ = 2 \sin 18^\circ \cos 18^\circ = 2 \sin 18^\circ \sqrt{1 - \sin^2 18^\circ} = 2 \frac{\sqrt{5} - 1}{4} \\ &= \frac{\sqrt{40 - 8\sqrt{5}}}{8} = \frac{\sqrt{10 - 2\sqrt{5}}}{4} \\ \sin 36^\circ &= \frac{\sqrt{10 - 2\sqrt{5}}}{4} \end{aligned}$$

Демек, туура беш бурчтуктун жагы төмөнкүгө барабар:

$$a_5^2 = a_8^2 + a_{10}^2 = R^2 + \frac{6 - 2\sqrt{5}}{4} R^2 = R^2 \left( 1 + \frac{3 - \sqrt{5}}{2} \right) = R^2 \left( \frac{5 - \sqrt{5}}{2} \right)$$

$$a_5 = 2R \frac{\sqrt{10 - 2\sqrt{5}}}{4} = R \sqrt{\frac{5 - \sqrt{5}}{2}}$$

**II жол.**

$a_n = 2R \sin \frac{180^\circ}{n}$  формуласынан  $a_5^2 = a_8^2 + a_{10}^2$

табабыз.

Башкача айтканда

$$a_5 = R \sqrt{\frac{5 - \sqrt{5}}{2}}$$

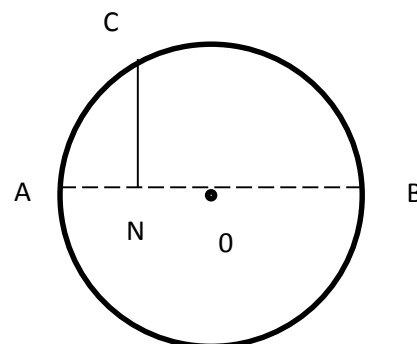
барабар. Демек, 1-сүрөттөгү ОСК үч бурчтугунда, СК гипотенузасы туура беш бурчтуктун жагы болот.

**III жол.** Туура беш бурчтуктун жагын

$$\sqrt{1 - \frac{5 - 2\sqrt{5} + 1}{16}} = \frac{\sqrt{5} - 1}{2} \cdot \sqrt{\frac{10 + 2\sqrt{5}}{16}} = \frac{\sqrt{(6 - 2\sqrt{5})(10 + 2\sqrt{5})}}{8} =$$

$$a_5 = R \sqrt{\frac{5 - \sqrt{5}}{2}} = \sqrt{\sqrt{5}R \cdot \frac{\sqrt{5} - 1}{2}} R \text{ деп жазып алып:}$$

$\sqrt{5}R = a$ ,  $\frac{\sqrt{5} - 1}{2} \cdot R = b$  деп, диаметри  $a + b$  болгон айлана сызсак



4-сүрөт.

$CN = \sqrt{ab}$  болот, б.а.  $a_5 = CN$ .

Мында,  $AN = b$ ,  $NB = a$ .

Кыйын, татаал көрүнгөн мындай маселелердин бир нече жол менен чыгарылышы окуучулардын, студенттердин математикага болгон кызыгуусун күчөтүп, ишенимдерин бекемдээри шексиз.

**Адабияттар:**

1. Дуйшеев Ж.А., Таштанов М.А. Эффективность использования интерактивных методов в преподавании естественных дисциплин. Вестник ЖАГУ. №1. 2012. С.36-38.
2. Материал из Википедии – свободная энциклопедия.
3. Погорелов А.В.- Геометрия 7-11-класс.
4. Сакаян С.М., А.М. Гольдман, Д.В. Денисов - Задачи по алгебре и начало анализа для 10-11-классов
5. Төрөгелдиева К.М. КМУ болочоктогу математика мугалимдерин даярдоого компетенттүү мамиле жасоонун негиздери. И.Арабаев атындагы КМУнун ЖАРЧЫСЫ. №1. 2012. Стр.20-21.

Рецензент: доцент Курманкулов Ш.Ж.